



大規模自由度場の アクチュエータ位置最適化

東北大学大学院工学研究科
航空宇宙工学専攻
野々村拓

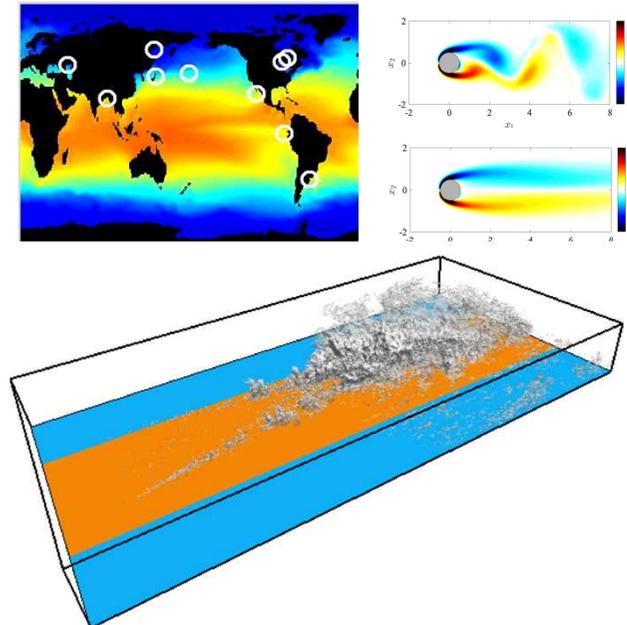
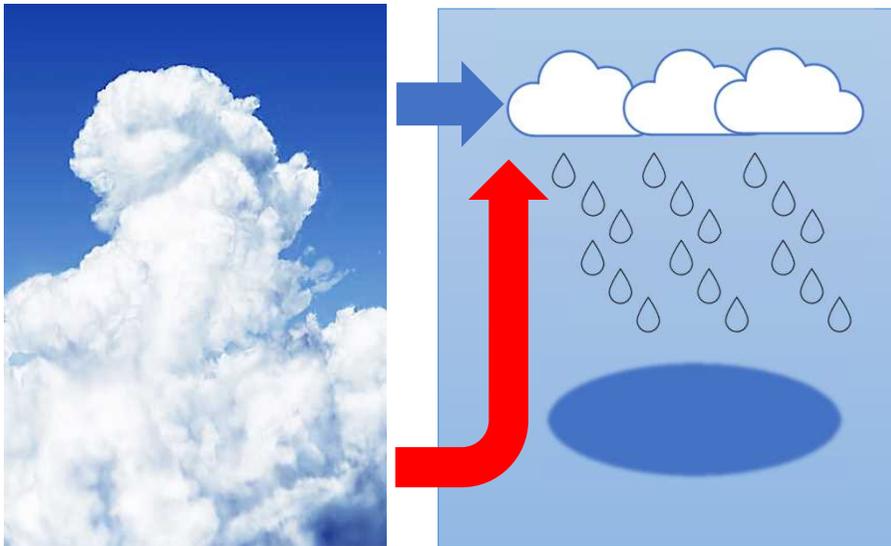
プロジェクトの背景：気象制御の困難さと制御理論の発展

■ 制御方法とその困難さ

- ✓ 熱を操作する
- ✓ 運動量を操作する
- ✓ 相転移を操作する
 - これらの気象制御効果を大幅に向上する必要

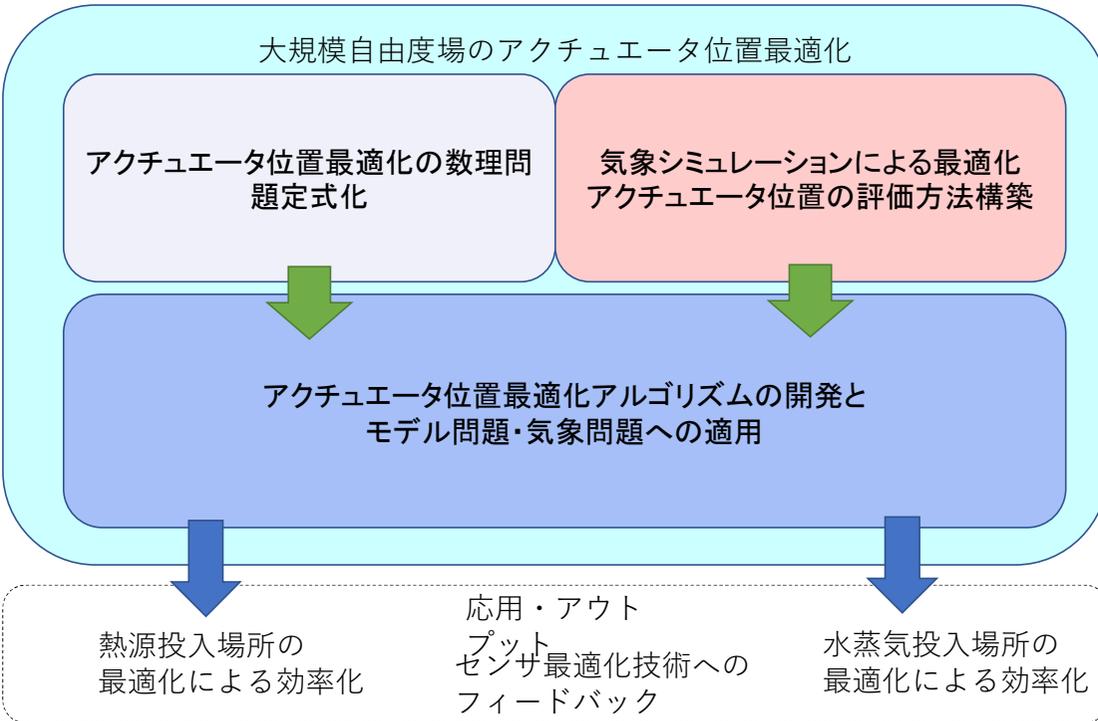
■ アクチュエータ位置の最適化手法を整理・評価・開発し、気象制御効果を大幅に向上する必要がある。

- ✓ → 熱源や水蒸気をどこに入れるべきかの指標
 - 適切な制御入力点で入力効果を大幅に向上し、高い気象制御効果につなげる

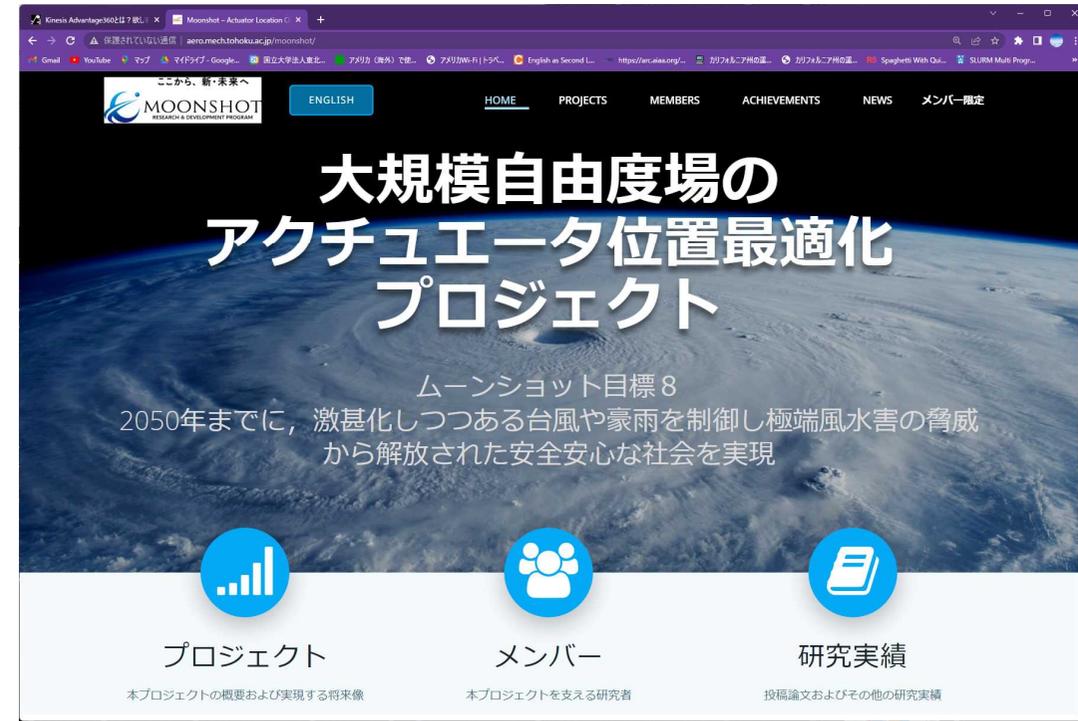


研究体制の構築

研究体制



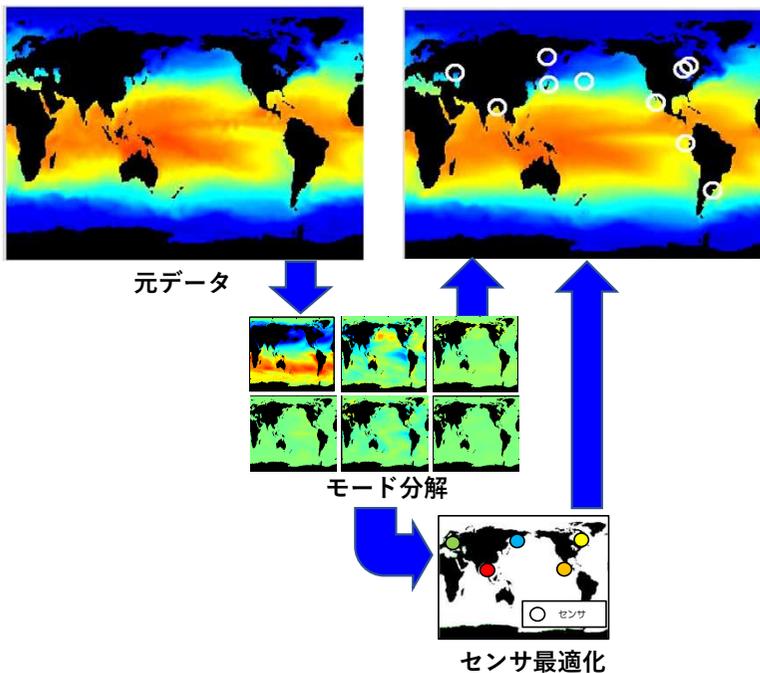
研究課題



センサ最適化(双対問題としてアクチュエータ位置最適化に利用可能)

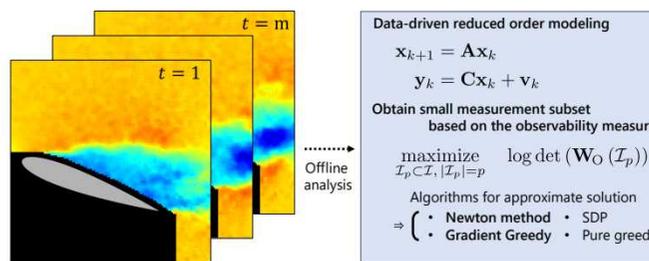
□ センサ最適化技術

- 感度の高いセンサ点を選ぶことで少ないセンサ点と事前情報から全体場を復元できる技術 = 本研究グループの強み
- アクチュエータ最適化技術の発展のため基盤としてさらなる拡張



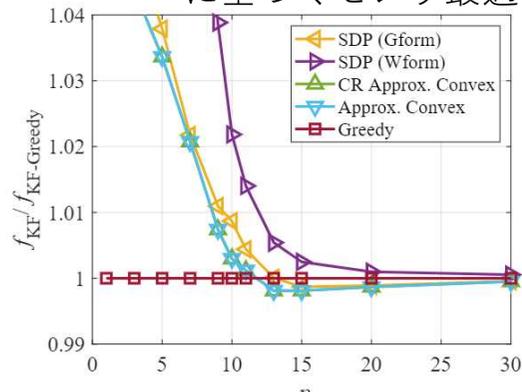
□ プロジェクトの成果

- 可観測グラミアンに基づくセンサ最適化



Yamada et al. Sensors2023

- カルマンフィルタの誤差共分散に基づくセンサ最適化



Nagata et al. IEEE Sens J to be submitted

- 動的システムにおけるセンサ最適化の指標比較
 - フィッシャー情報行列
 - 可観測グラミアン
 - カルマンフィルタ

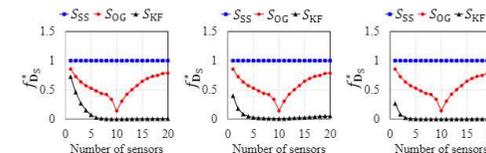


FIGURE 1. Normalized objective functions $f_{n_s}^*$ with respect to the selected number of sensors in a random system.

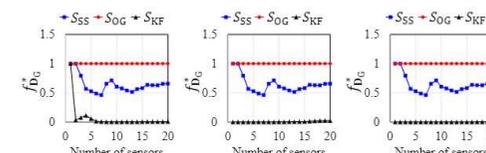


FIGURE 2. Normalized functions of $f_{n_s}^*$ for the selected number of sensors in a random system.

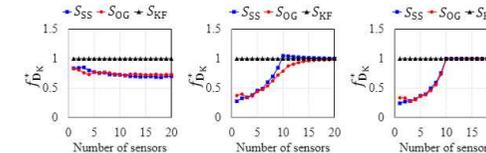


FIGURE 3. Normalized functions of $f_{n_k}^*$ for the selected number of sensors in a random system.

Takahashi et al. IEEE Access 2023

線形化Ginzburg-Landau方程式でのアクチュエータ最適化

$$\frac{\partial q}{\partial t}(x, t) = Lq(x, t) + \exp\left(-\frac{(x - x_a)^2}{2\sigma^2}\right)u(t) + d(x, t)$$

線形オペレータ

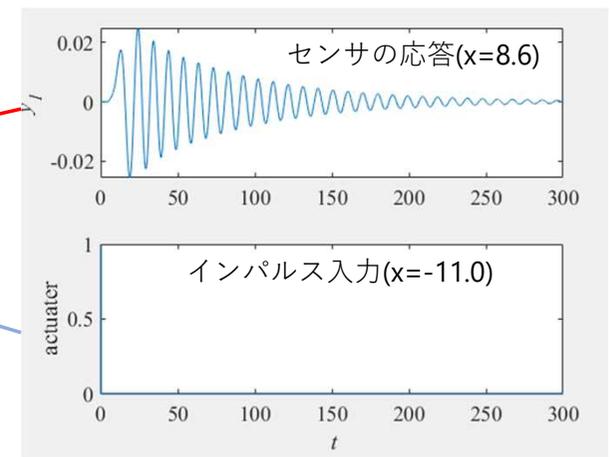
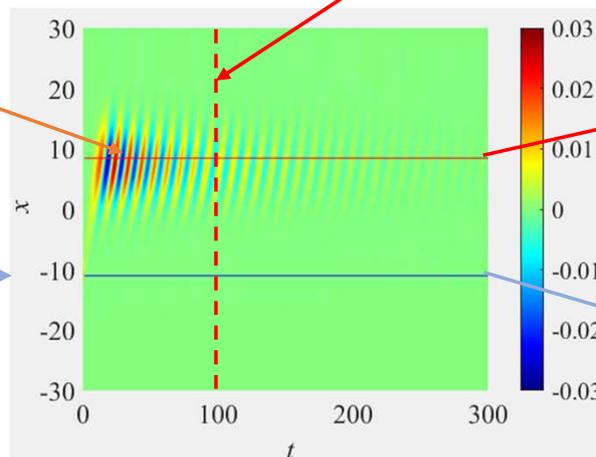
緩和δ関数

$t=100$ で最大の変動をもつインパルス入力的位置 x_a を決定したい

$t = 100$ でのノルムを最大化

インパルス応答

$t=0$ でのインパルス入力的位置

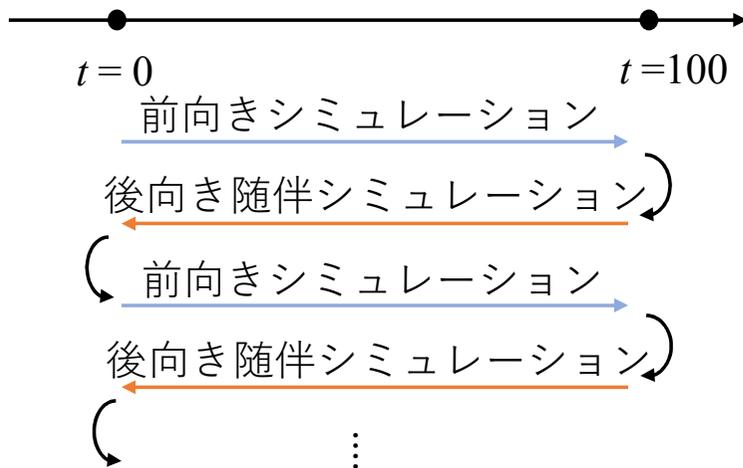


ブルートフォースサーチでは
1次元問題でも100 から1000 の試行が必要

線形化 GL 方程式に対する特異ベクトル法 (最適攪乱)

$$q(T) = \Phi q(0)$$

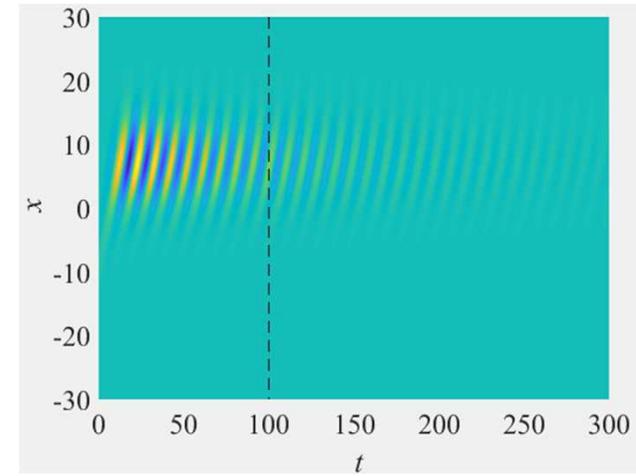
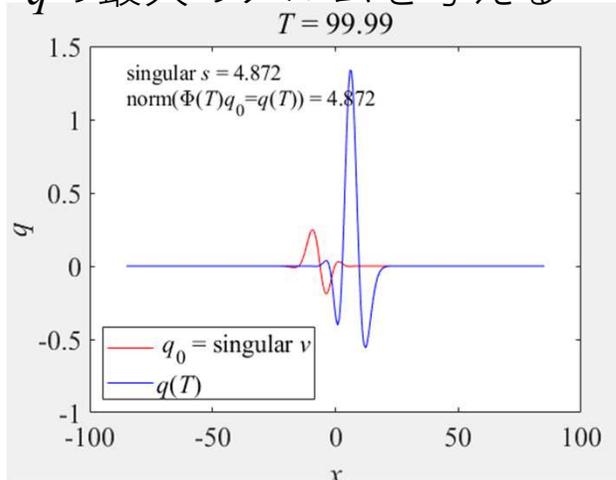
$$q(0) = \Phi^* q(T)$$



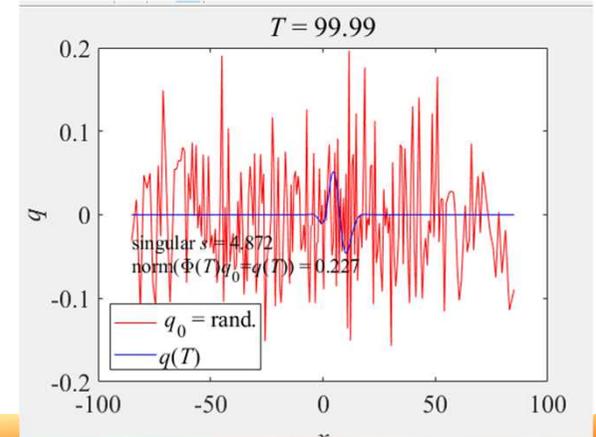
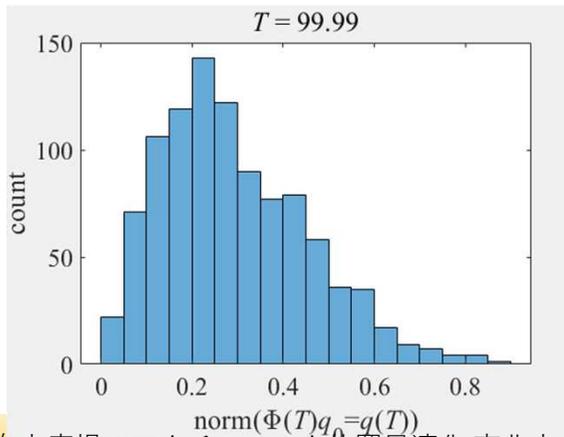
$$\Phi \sim U_r \Sigma_r V_r^*$$

これによりシステムの線形化低ランク近似が得られる：ここでは例として 1-rank 近似の結果を示す

初期値 $q_0 = v$ (最大の右特異ベクトル) は $t = 100$ において q の最大のノルムを与える



ランダムな初期値 q_0 の場合の $t = 100$ での応答



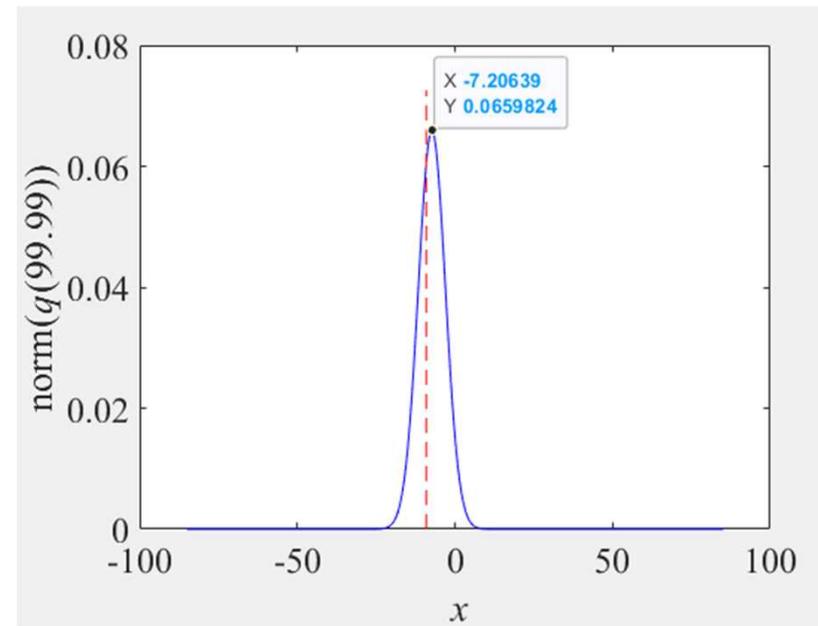
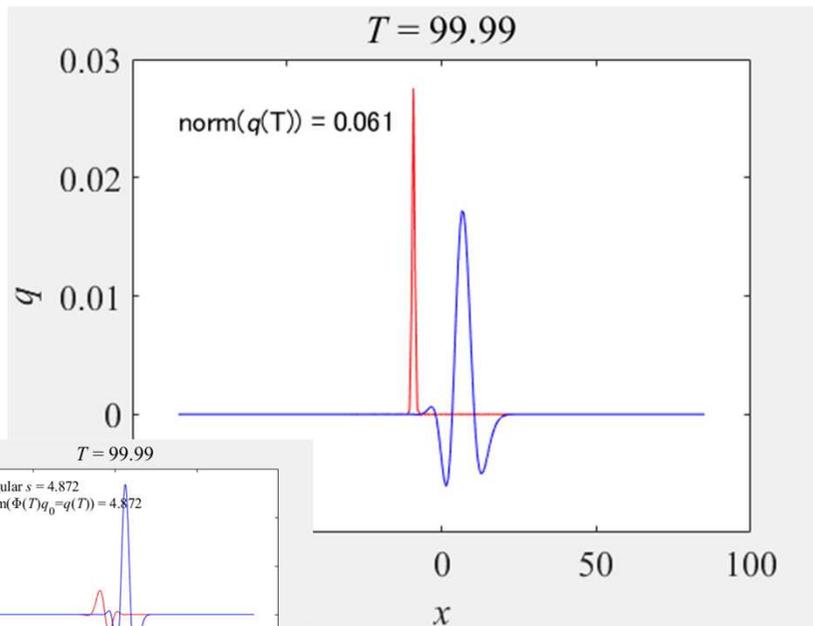
特異ベクトルに基づくアクチュエータの位置最適化

提案するアプローチ:

特異ベクトル分布のピークとなる $x = -9.09$ に
アクチュエータを配置

ブルートフォースサーチ

アクチュエータの位置を変えながら応答を確認
結果 $x = -7.21$, にアクチュエータを置くと最大ノルム(q)
0.066が得られる



準最適化されたアクチュエータ
位置とその応答

アクチュエータ位置を変えた場合に
得られるノルム

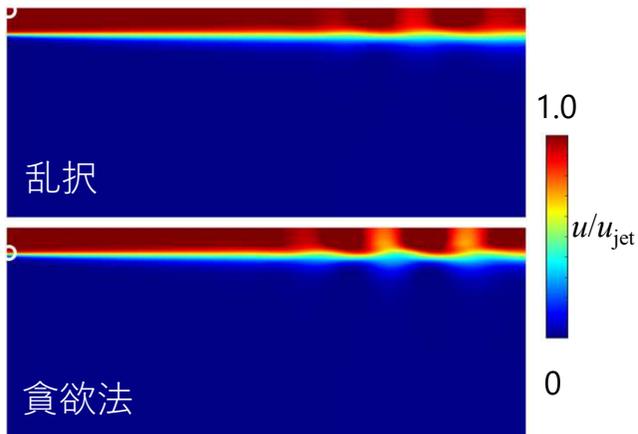
流体問題、ローレンツモデルへの適用と気象問題への展望

□ 流体（軸噴流）への適用

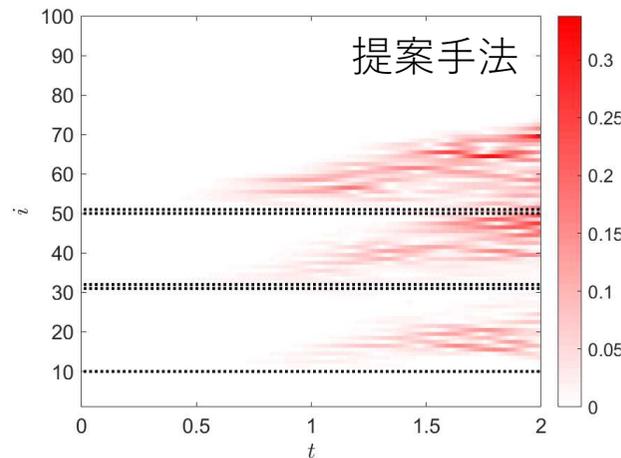
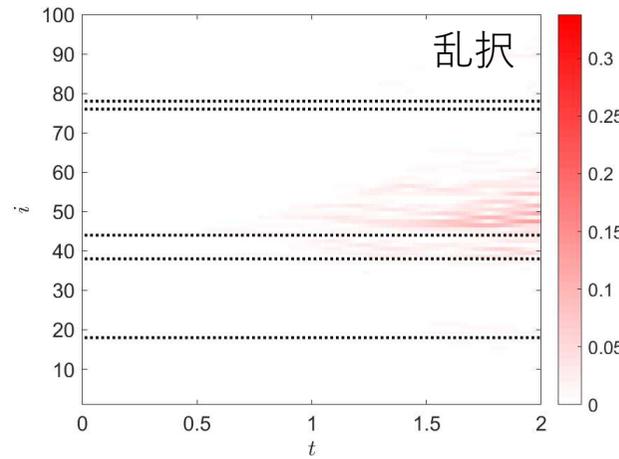
左特異ベクトル
(応答モード)



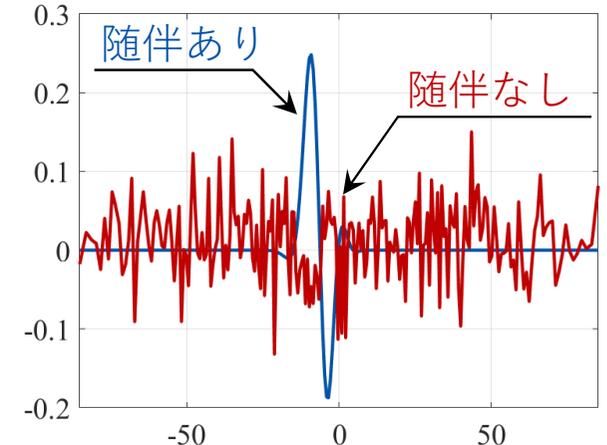
右特異ベクトル
(感度モード)



□ Lorenz96 モデルへの適用

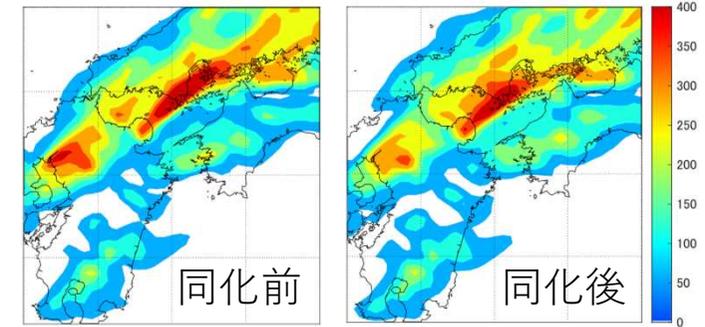


□ 気象問題への展望



随伴モデルなしでは正確な感度の計算が困難

→4DVarなどの随伴モデルを利用 (mm)



まとめ

- 研究背景を示した
- 研究体制， 広報・アウトリーチ活動を示した
- アクチュエータ最適化の単純な例と現状での応用を説明した