

研究開発項目

1. アクチュエータ位置最適化アルゴリズムの開発とモデル問題および気象問題への適用

2023年度までの進捗状況

1. 概要

気象場は大きな自由度を持つシステムであるため、シミュレーションを一度行うだけでも、長い計算時間がかかります。このため、アクチュエータ選択のために膨大な数の気象シミュレーションを行うアルゴリズムは現実的ではありません。本テーマでは、そのような大規模システムに対しても適用可能なアクチュエータ位置選択アルゴリズムを数学的に定式化された問題にしたがって開発します。アルゴリズムの性能を効率的に評価するために、比較的規模の小さいシステムのシミュレーションモデルをアルゴリズムの開発と並行して構築します。このテストモデルに対して開発したアルゴリズムによって選択された位置でのアクチュエーションがランダムに選択された位置でのアクチュエーションよりも 99%以上の確率で場を大きく変更できることを示します(図 1)。最終的に気象モデルに対しても開発したアルゴリズムによるアクチュエータ位置選択がランダム選択よりも高性能となることを示します。

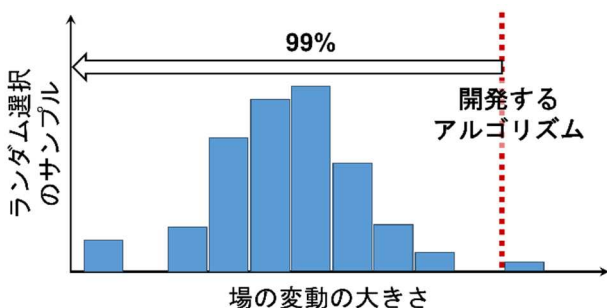


図 1: 開発するアクチュエータ選択アルゴリズムの目標

2. これまでの主な成果

これまでのセンサ位置最適化アルゴリズムの成果に基づき、双対の関係を利用して線形モデルに対するアクチュエータ位置最適化アルゴリズムを提案しました。さらに、気象場よりも規模の小さなテスト問題に対して提案手法を適用し、それらの有効性を示しました。まず、インパルス入力を受ける線形時不変システムに対する最適化アルゴリズムを提案しました。提案手法では、感度モードに関する行列の行列式を貪欲法に基づいて最大化します。提案手法を線形化 Ginzburg-Landau モデルに適用し、多様なモードを含む出力を生み出せることを示しました。さらに、乱択特異値分解を利用して感度モードを計算することで、圧縮性軸対称噴流等、より大規模なシステムに対しても適用できることを示しました。

次に、線形時変システムに対するアクチュエータ位置最適化アルゴリズムを提案しました。線形時変システムは、気象現象等の非線形システムの摂動システムと考えることができるため、気象場に対するアクチュエータ位置最適化を行う上で、より実践的な問題設定となります。提案手法では、評価出力の時系列を低次元化した上で、制御入力の

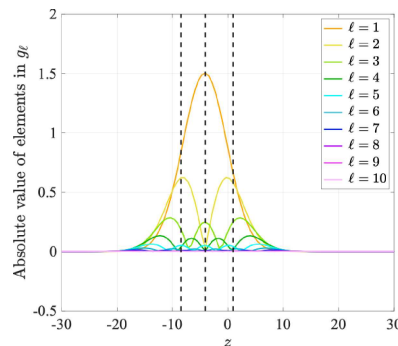


図 2: 線形化 GL モデルのアクチュエータ配置

エネルギーが一定以下になるという制約のもと、評価出力の可到達集合を最大化するようにアクチュエータ位置を最適化します。提案手法を用いて Lorenz96 モデルの異常値を抑制する制御を行い、提案手法が有効であることを数値的に示しました。



図 3: 非圧縮性軸対称噴流の右特異ベクトル

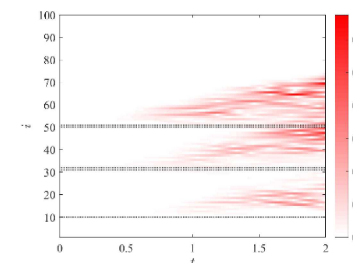


図 4: Lorenz96 モデルの応答

3. 今後の展開

本プロジェクトの「アクチュエータ位置最適化の数理問題の定式化」と「気象シミュレーションによる最適化アクチュエータ配置の評価方法構築」のテーマと連携しながら、これまでに提案してきたアクチュエータ位置最適化アルゴリズムを気象場に対して適用します。その上で、提案手法に基づくアクチュエータ配置が、ランダム配置と比較して、効率的に状態量を変化させることができることを示します。

研究開発項目

2. アクチュエータ位置最適化の数理問題の定式化

2023年度までの進捗状況

1. 概要

気象場を効率的に変動させるようなアクチュエータ位置を求めるために、アクチュエータ位置最適化問題を定式化します。評価指標を明確にすることでアクチュエータ配置のよし悪しを定量的に評価できるようになり、それに基づいてアクチュエータ配置を最適に決定するアルゴリズムの開発が可能となります。定式化された数理問題が複雑すぎると、大規模自由度場である気象場に対するアクチュエータ配置問題に解を与えることが困難となるため、アルゴリズム開発のテーマと協調しながら、数値解法の開発が可能に程度に簡便な数理問題を定式化します。

2. これまでの主な成果

(1) 線形時不変システムに対するアクチュエータ位置最適化問題の解析

線形時不変システムにおいて双対の関係となるアクチュエータ位置最適化問題とセンサ問題の目的関数の関係を利用し、アクチュエータ位置の最適化アルゴリズムの目的関数を精査しました。入力としてインパルス入力および連続区間入力、出力として終端時間出力および連続区間出力の変化の大きさを利用した場合に、これらの関係を表す行列によってアクチュエータ位置の効果を評価できることを明らかにしました。特殊な場合にこれらの行列が制御理論でよく知られているグラミアンと一致します。例えば、連続区間での制御入力信号を考え、入力のエネルギーに制約を設けると、状態の可到達集合の大きさは可制御性グラミアンの大きさに対応します(図1上)。さらに、これらの行列の大きさを評価する指標を考え、センサ位置最適化で使用

される既存の指標との関係や、指標間の大小関係を明らかにしました(図1下)。

□ 線形時不変システムの可到達集合

- 線形時不変システム: $x[k+1] = Ax[k] + Bu[k], x[0] = 0$
- 入力制約のもとでの可到達集合: $\mathcal{R} = \{ \xi \in \mathbb{R}^n \mid \xi^T W^{-1} \xi \leq 1 \}$

可制御性グラミアン:

$$W = \sum_{k=1}^T A^{k-1} B B^T (A^T)^{k-1}$$

□ 可到達集合の評価指標

$$\text{Tr}(W) \geq \lambda_{\max}(W) \geq \frac{\text{Tr}(W)}{n} \geq \sqrt[n]{\det(W)} \geq \frac{n}{\text{Tr}(W^{-1})} \geq \lambda_{\min}(W)$$

D-Opt.
A-Opt.
E-Opt.
最も保守的

図1: 線形時不変システムの可到達集合とその評価指標

(2) 非線形システムのためのアクチュエータ位置最適化問題の定式化

成果(1)では解析を簡単にするために、線形時不変システムをモデルとして用いましたが、プロジェクトの対象である気象場は非線形システムとして記述することが適当です。そこで、非線形システムのための問題を定式化しました。非線形性を考慮するため、アンサンブル特異ベクトル法を利用したアクチュエータ位置最適化手法を検討しました。この手法では、非線形モデルを用いて複数の粒子に対して予測を行い、入出力の感度が大きいモードを計算することで低次元化が可能です。さらにこの手法は、随伴モデルが必要ないという利点があります。しかし、随伴方程式を利用しないために、アクチュエータ位置を決定するために重要な右特異ベクトルが正確に計算されないという問題点が

あることを明らかにしました。

加えて、非線形システムの接線系に基づくアクチュエータ位置最適化問題の定式化を行いました。気象場を想定した非線形システムに微小な制御入力を印加したときの変動は接線モデルによって記述されます。成果(1)で得られた線形時不変システムに対する知見を活かし、線形時変システムである接線モデルにおける可到達集合を最大化するアクチュエータ位置最適化問題を構成しました(図2)。この問題では、随伴モデルを利用して特異値分解をする必要がありますが、計算複雑性は低く、大規模システムに対しても高速にアクチュエータ配置ができます。

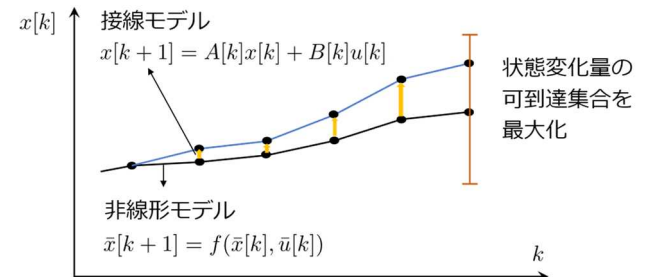


図2: 接線モデルを利用した問題の概要

3. 今後の展開

プロジェクトが残り1年で終了を迎えることを踏まえ、右特異ベクトルの計算精度に課題があることが判明した、非線形モデルに基づく問題ではなく、随伴モデルを利用する接線系に基づく問題に基づくアクチュエータ配置をプロジェクト全体としては進めていきます。一方で、制御によって場が大きく変化する場合には非線形モデルに基づく問題が重要となるため、将来を見据えて、本テーマでは接線モデルに基づく問題だけでなく、非線形モデルに基づく問題についても引き続き検討を続けていきます。

研究開発項目

3. 気象シミュレーションによる最適化アクチュエータ配置の評価方法構築

2023年度までの進捗状況

1. 概要

この研究テーマでは、最適化したアクチュエータ位置での入力により、気象場がどの程度改変できるかを評価するための気象シミュレーション技術を構築します。このプロジェクトで改変・制御しようとする気象場は、線状降水帯などの極端気象です。このような気象現象は、現在の技術では計算機上で再現すること自体が容易ではなく、現象自体も活発に研究されている状況にあります。そのため、気象シミュレータ上で極端気象場に入力を加えてその効果を検証するには、まずは極端気象をある程度現実的に再現できるようにする必要があります。また、気象モデルは様々なものがあり、それぞれ特徴が異なるため、どの気象モデルを選択するかも重要な点です。本テーマでは、利用する気象モデルや計算に必要な境界条件や計算領域の大きさ、解像度などの様々なパラメータを明らかにし、現実的な計算コストで極端気象を再現してアクチュエータによる入力の効果を適切に評価する技術を構築します。また、当プロジェクトで開発したアクチュエータ位置最適化手法を気象シミュレータ上で適用し、その効果を検証します。

2. これまでの主な成果

これまでに、気象モデルの選定と試験的なシミュレーションを実施しました。気象モデルとしては、米国の NCAR (National Center for Atmospheric Research) を中心に開発された WRF を中心に研究を進めています。これは、WRF には入力に対する感度を計算する典型的な手法に必要な随伴モデルが用意されており、当プロジェクトで開発しているアクチュエータ位置最適化手法も随伴モデルの利用を前提としたものであることに起因します。

図1は WRFPLUS により 2018 年 7 月に西日本で発生した集中豪雨に対して感度解析を行った例です。ただし、計算コストを抑えるために狭い領域に限定して計算を行っています。7 月 5 日の正午から 6 時間分の計算を行い、それをベースの軌道とし、地表の水蒸気量の積算雨量に対する感度を算出しました。地表の水蒸気量にランダム攪乱を印加して接線モデルで時間積分し、積算雨量に関してその終端状態を随伴モデルの初期場として入力して計算しています。

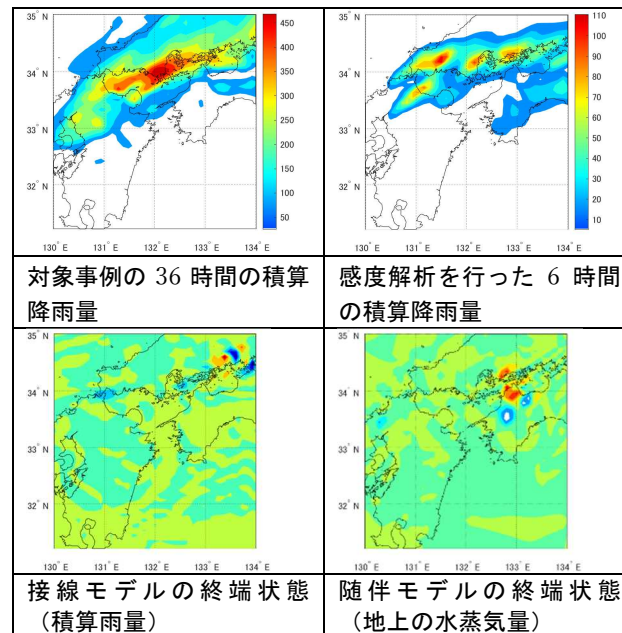


図1：2018年7月に発生した西日本豪雨を対象として、積算雨量に対する地表の水蒸気量の感度を解析した例

接線モデルの終端状態の図は広島県と岡山県の県境付近で

の降水量が擾乱によって大きく変化し、随伴モデルの終端状態の図はその変化が風上側である南西側の水蒸気量の変化で起こることを示しています。

また、WRF モデルによる通常の非線形シミュレーションの初期状態に対して任意の入力を印加して気象シミュレーションを実施するためのツールの構築も進めました。現状では、初期場に介入して水蒸気量を変化させ、その影響をシミュレーション上で計算できることを確認しました。限定された場所での入力への対応は現在進めているところですが、最終年度に向けて開発したアクチュエータ位置最適化手法の有効性を気象シミュレータ上で検証する準備が整いつつあります。

3. 今後の展開

今後は、集中豪雨が発生する複数の異なるシナリオにおいて、シミュレータ上で再現した極端気象場に対してアクチュエータ位置を最適化する計算を行います。計算では、本テーマで構築した WRF モデルを用いた感度解析ツールと当プロジェクトの別の研究で開発した乱択特異ベクトル法と組み合わせることで、気象場のような大規模自由度場においても効率的に入力に対する感度分布のモードを算出できることを実証します。さらに、同じく当プロジェクトの別のテーマで開発したアクチュエータ位置最適化アルゴリズムと組み合わせることで、アクチュエータの配置に適した場所を選択します。選択した場所で水蒸気量などに対して介入を行い、気象場をどの程度変化させられるか、アクチュエータをランダムに配置した場合や物理的洞察に基づいて配置した場合と比較してより小さい入力で大きく場を変化させられるかを確かめていきます。また、入力により気象場が変化するメカニズムを調べることで、より効果的な介入方法の検討などが可能になると期待されます。