

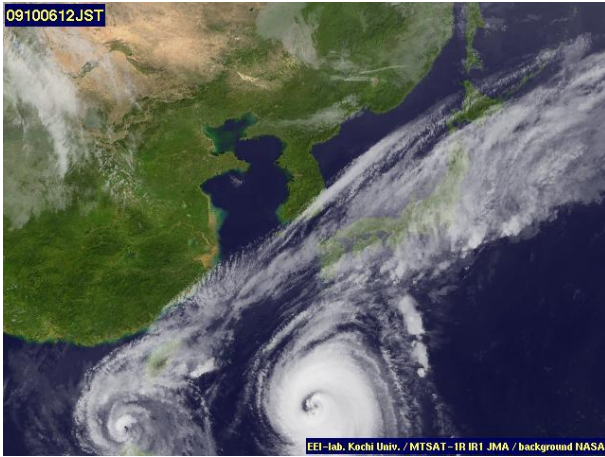


心臓血流の「かたち」を言葉に！ ～流線トポロジカルデータ解析とその応用

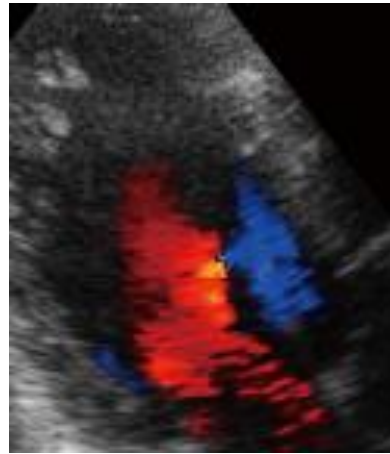
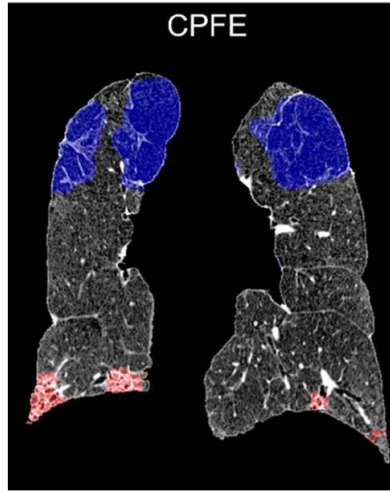
京都大学 大学院理学研究科 教授
坂上 貴之（さかじょう たかし）

複雑化する現代の課題

環境



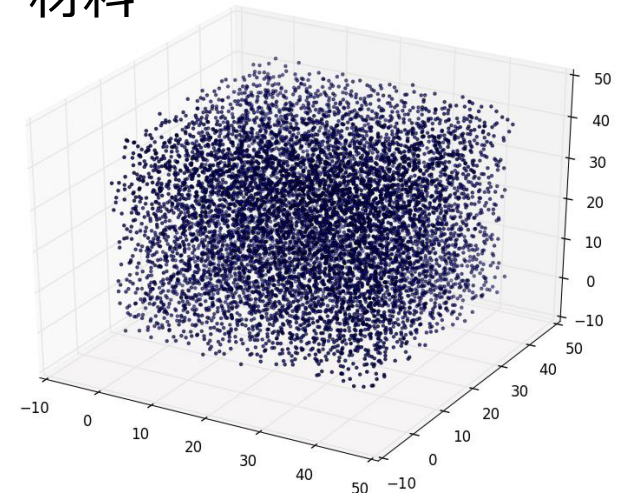
医療



生命



材料



数理科学：ダ・ビンチの目～見えない本質を見抜く



レオナルド・ダ・ビンチ
1452 - 1519

複雑な流れは，“渦”で分解

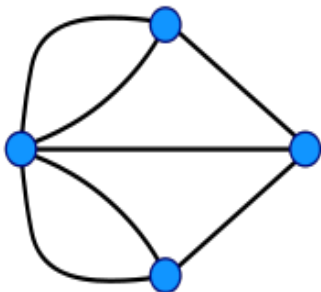
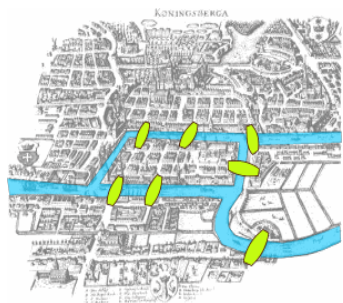


複雑流れに対する本質的視点，情報の縮約を実現

私たちの“ダビンチの目”～TFD解析

トポロジー（位相幾何学）＝つながり方で図形を区別する幾何学

Wikipediaより



トポロジーの世界では一見違う形もつながりかたが同じなら同じ形となります。

例えば…

- 三角形 = 四角形 = 円板
- コーヒーカップ = ドーナツ
- ビーチボール ≠ 浮き輪

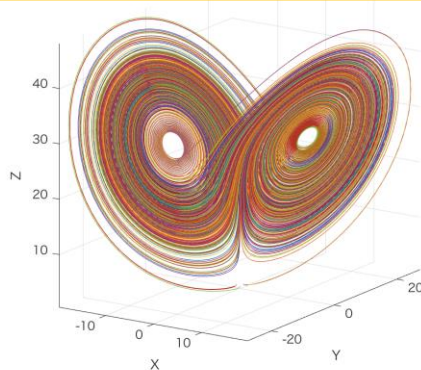
オイラーは、1736年この問題を簡単な繋がり方のグラフとして表現して否定的に解決しました

→簡略化して“数理的”に考えることの重要性

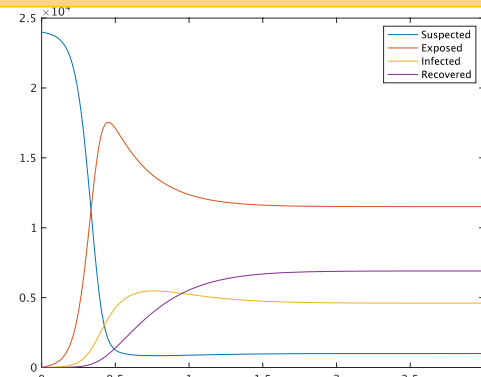
粗っぽいようですが、非常に有益なものを見方を提供してくれます。

力学系理論 = “変化するもの”を記述する数理科学

力学系：一定の規則に従って時間の経過とともに状態が変化するシステム（系），あるいはそのシステムを記述するための数学的なモデルのことである。このシステムの変化は「微分方程式」や「差分方程式」で書かれることが多い。



気象現象モデル＝カオスの発見

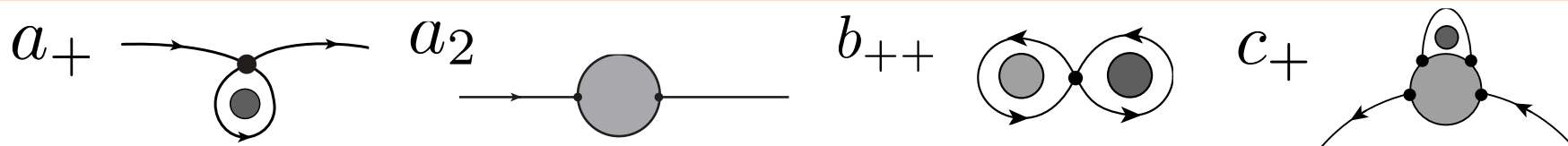


感染症のモデル(SEIRモデル)

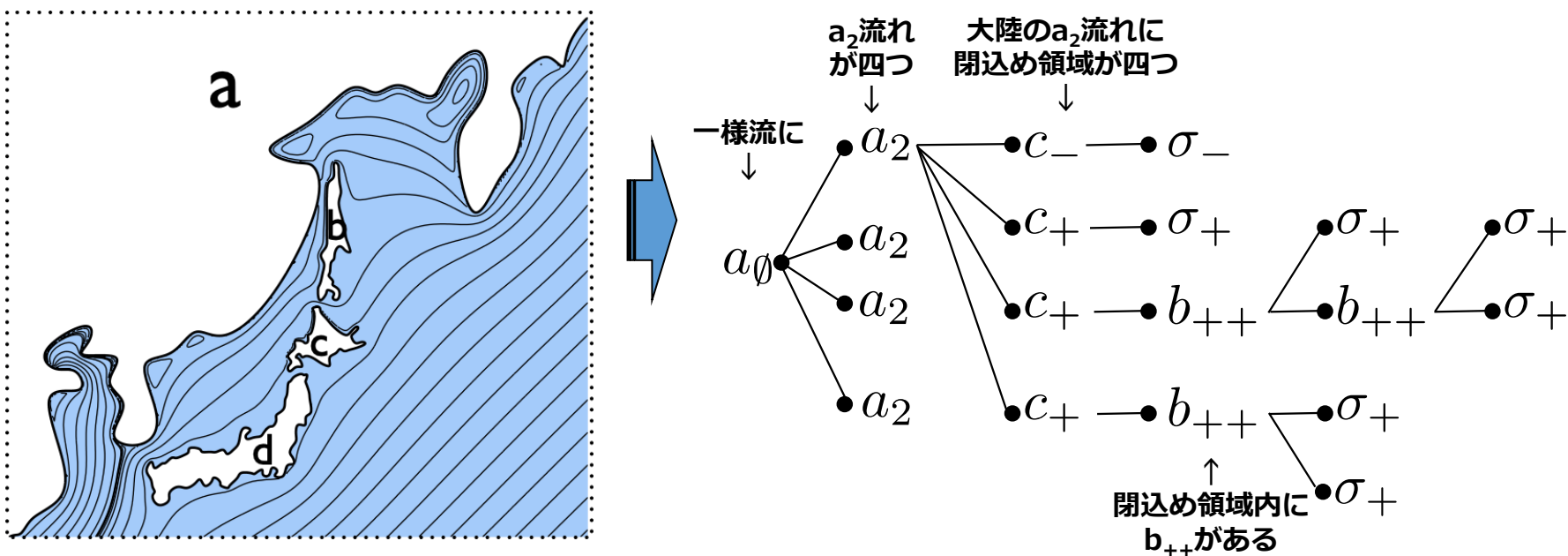
流れを“ことば”に～TFD解析

- “トポロジー”を利用した新データ解析手法 (坂上(京都大)・横山(埼玉大))
流れのデータ (ベクトル場や流線軌道など) から一意な**COT表現**とよばれる有限個の文字からなる**文字列とグラフ構造を割り当てる**技術.
- 文字列とパターンは一対一に対応 (数学の証明による保証)

COT 記号：トポロジカルに区別される特徴的流線パターンを表限



COT (partially Cyclically Ordered rooted Tree) = パターン情報を離散平面グラフで表現



COT 表限 $a_0(a_2, a_2, a_2, a_2(c_+(b_{++}\{\sigma_+, \sigma_+\}), c_+(b_{++}\{b_{++}\{\sigma_+, \sigma_+\}, \sigma_+\}), c_+(\sigma_+), c_-(\sigma_-^5)))$

低コストで高い品質の医療を提供し、健康長寿社会の実現に貢献

POC①

循環器医学の革新

心血流4dTFD-MSD解析
心血流MRI/エコー画像から「渦のかたち」
を定量化し、その経時変化の予測を実現

心臓外科医師・国内外病院・企業

POC②

臨床治験デザインの最適化

感染症創薬4dTD-MSD解析
複数の時系列バイオマーカーの「かたち」
を捉え、患者個々人の病態および治療効果
の未来予測を実現

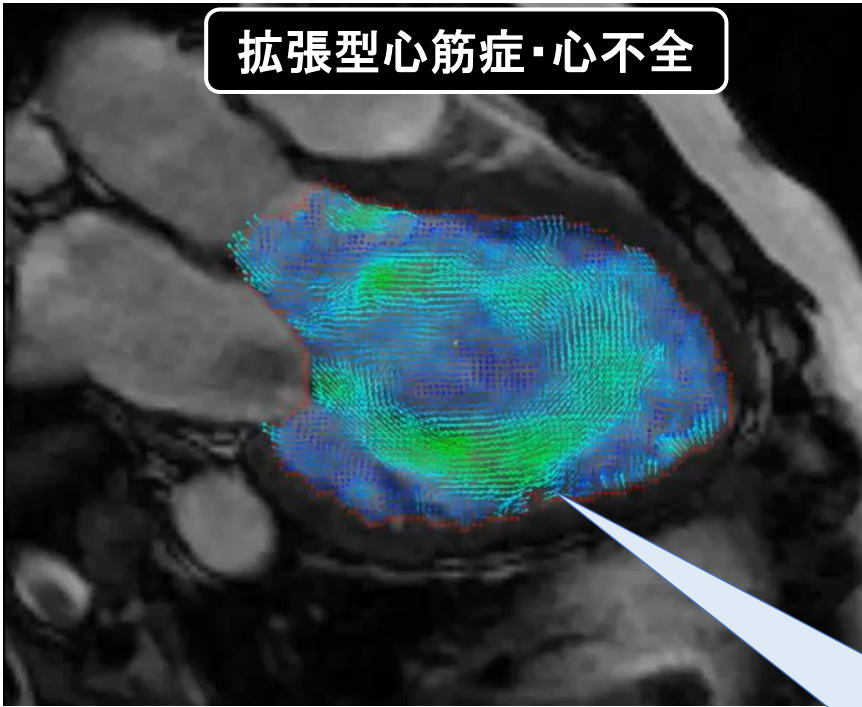
国立感染病研究者・国内製薬会社

4dトポロジカルデータ解析 数理共通基盤の開発
トポロジーと数理モデリングにより、「かたち」の情報の言語化と時間変化の定量化

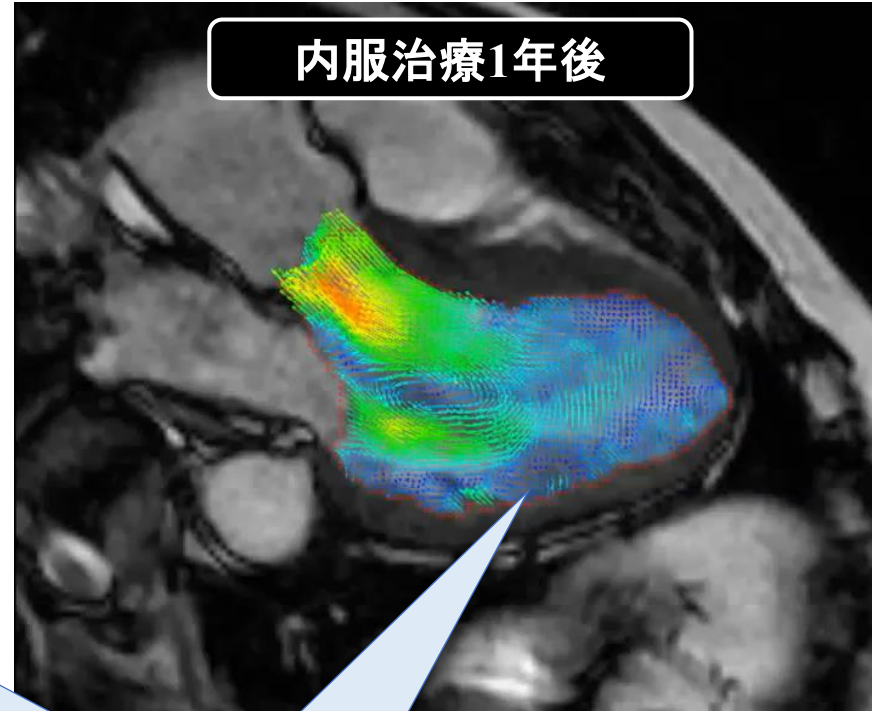
DX時代の“ダ・ビンチの目”・“数理学の力”

心エコー・MRI装置

拡張型心筋症・心不全



内服治療1年後



ダビンチは見えていた!?
バルサルバ渦

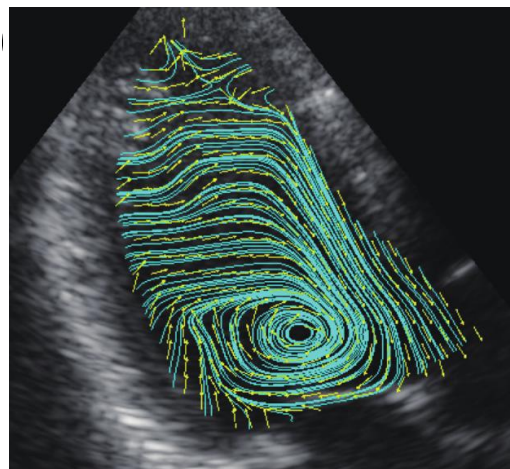
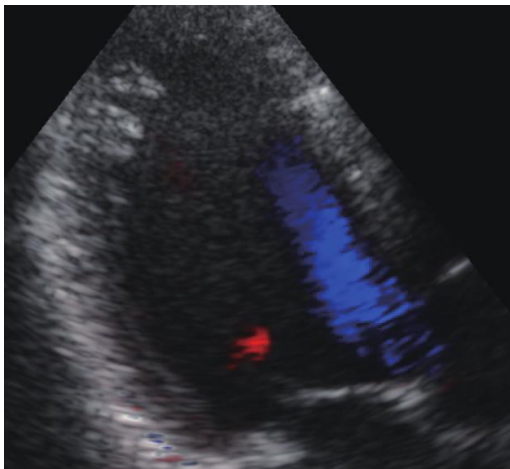
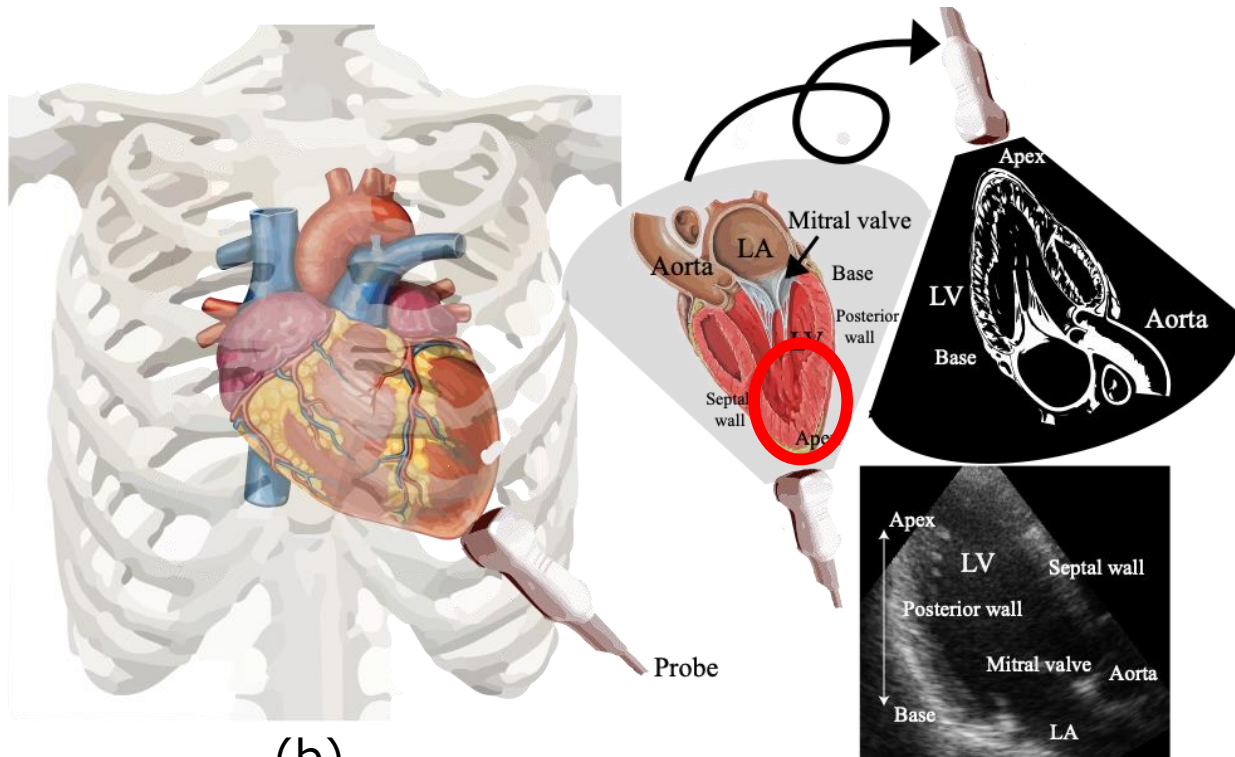


医師の経験：心機能を
渦パターンの違いで評価でき
る？（現状はできていない）

Nabeta T, Itatani K et al. 2015;14;36(11):637

渦パターンの正確な記述⇒循環器医療に新しい視点

研究の目的：心血流渦領域の抽出

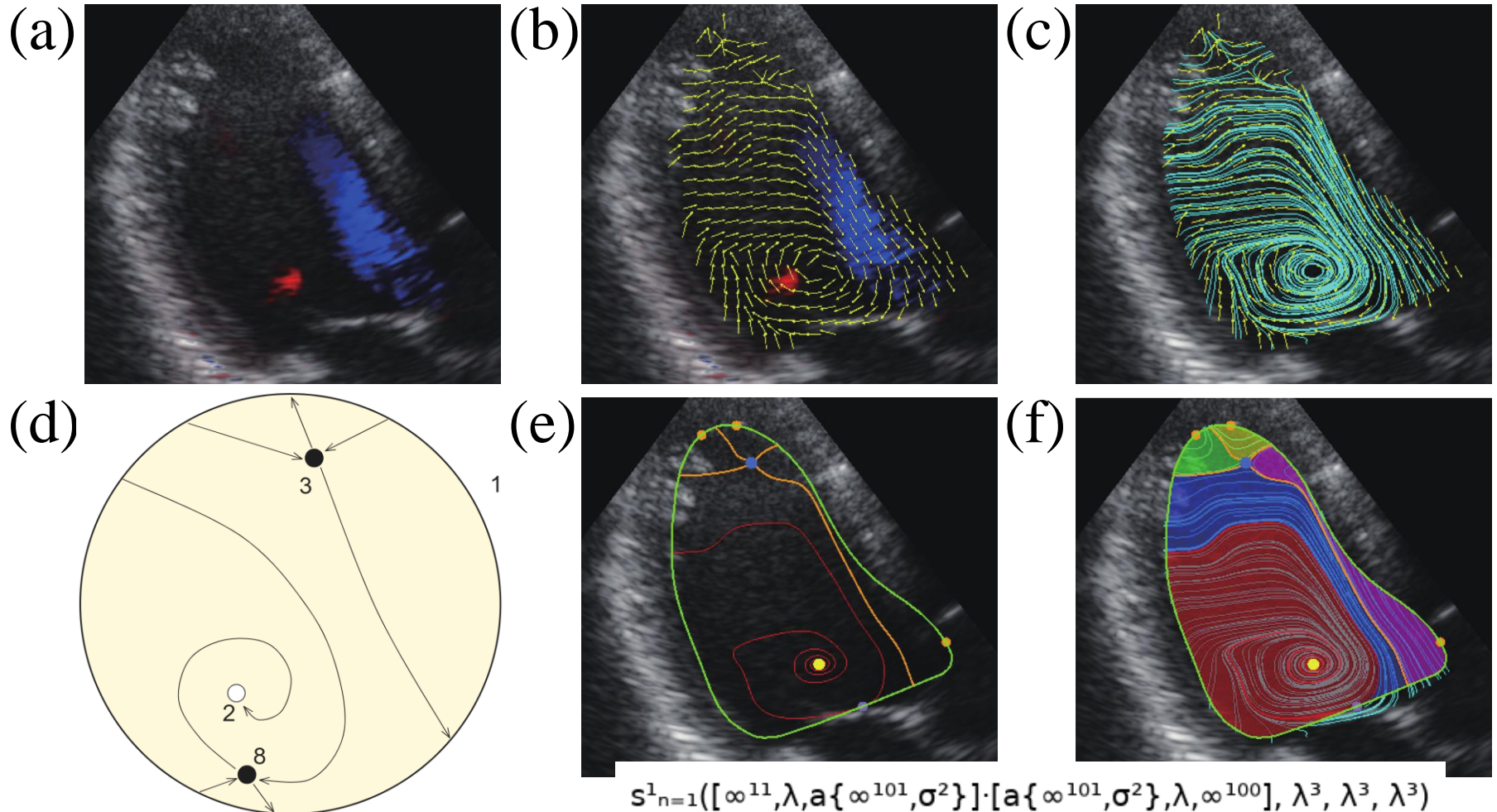


(a) 心エコーで得られる断面画像
(b) エコー-Vector Flow Mapping (VFM)で計算された粒子軌道

⇒ TFD解析によって、回転流領域を数学的に曖昧さなく定義して抽出して循環器医療に応用。

研究成果：理論とソフトウェア実装

心エコー(やMRI)データをCOTに変換する理論と商用ソフトウェアへ実装



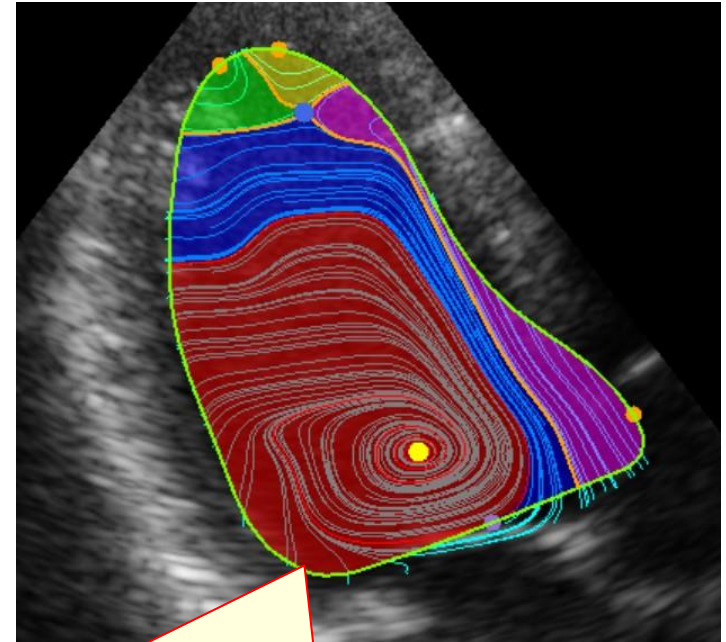
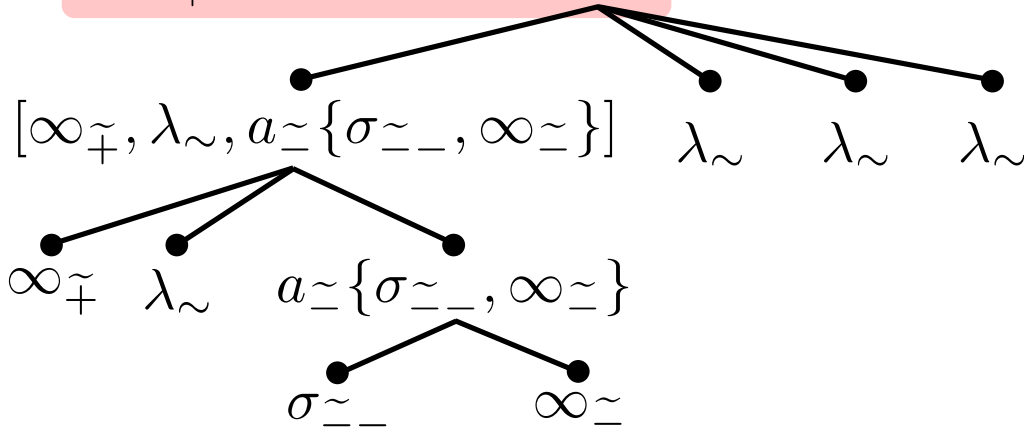
- [1] T. Sakajo and K. Itatani, SIAM J. Imaging Sci. vol. vol. 16, 2023 (Open Access)
[2] **ICTAM2024 Selected Papers** (Physics of Fluids) invited article (in preparation)

ダ・ビンチの目：“位相的渦構造=Topological Vortex Structure”

TFD解析の出力

グラフ(COT)とCOT表限

$s_{\emptyset 1} \{ [\infty_{\tilde{+}}, \lambda_{\sim}, a_{\sim} \{ \sigma_{\sim-}, \infty_{\sim} \}], \lambda_{\sim}, \lambda_{\sim}, \lambda_{\sim} \}$

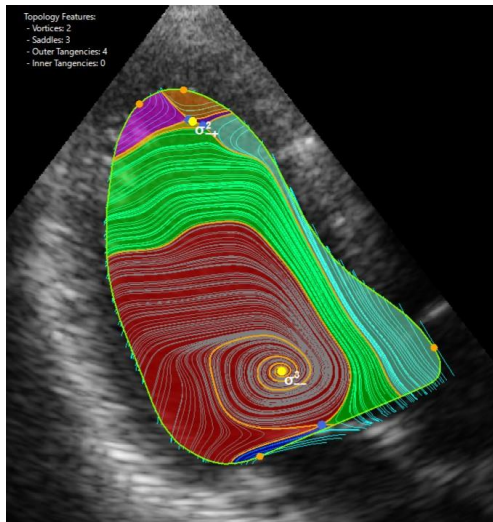


位相的渦構造

- ✓ COT表現中の特定のCOT記号に対応する回転流領域.
- ✓ 曖昧さなくトポロジーに基づく“回転流領域”を抽出.
- ✓ 領域の定量化：心臓渦構造とポンプ機能の対応を検討.

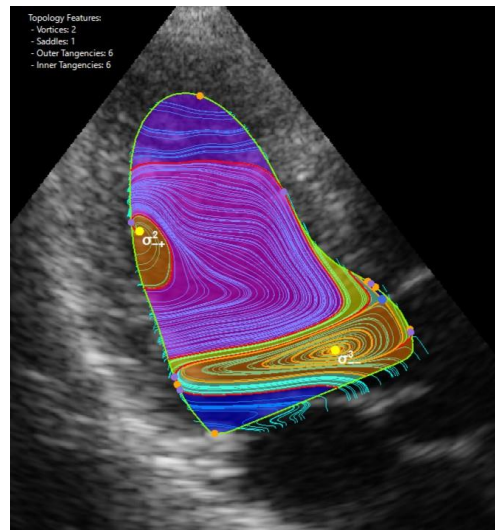
健全心例の検討：特徴的な渦構造とCOT文字の変化

収縮期



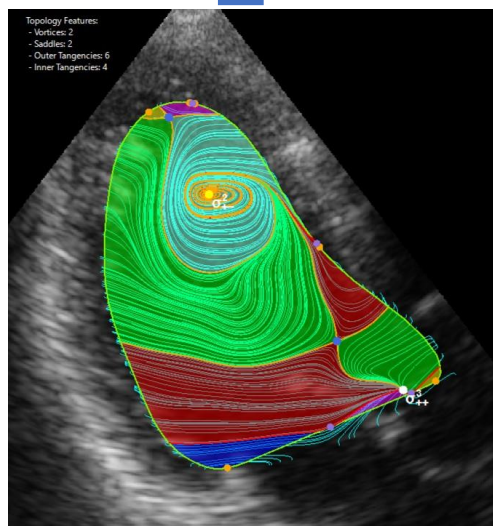
$$s_{\emptyset 1} \{ [\infty_{\sim}, \lambda_{\sim}, a_{\sim} \{ \sigma_{\sim-}, \infty_{\sim-} \}], \lambda_{\sim}, \lambda_{\sim}, \lambda_{\sim} \}$$

等容弛緩期



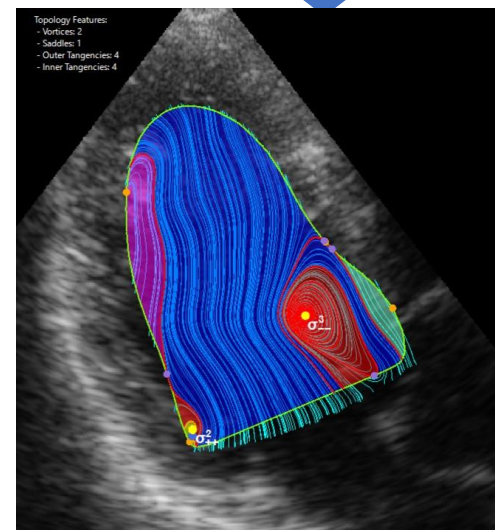
$$s_{\emptyset 1} \{ [\infty_{\sim}, \lambda_{\sim}, a_{\sim} \{ \sigma_{\sim-}, \infty_{\sim-} \}], \lambda_{\sim}, \lambda_{\sim}, \lambda_{\sim} \}$$

等容収縮期



$$s_{\emptyset 1} \{ \lambda_{\sim}, [a_{\sim} \{ \sigma_{\sim-}, \infty_{\sim-} \}], \lambda_{\sim}, \infty_{\sim-}, [a_{\sim} \{ \sigma_{\sim+}, \infty_{\sim+} \}], \lambda_{\sim}, \infty_{\sim-} \}$$

拡張期



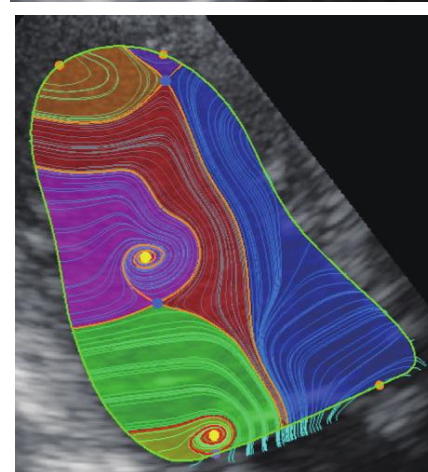
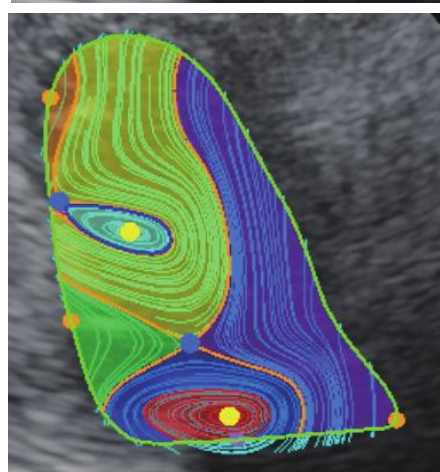
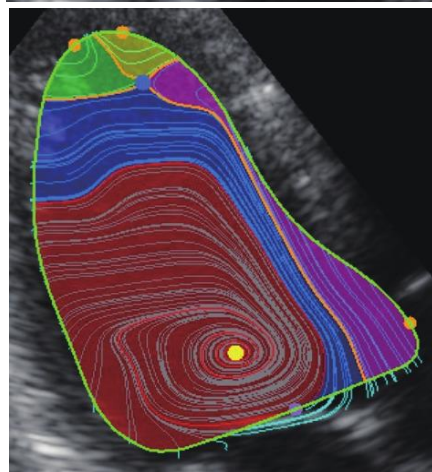
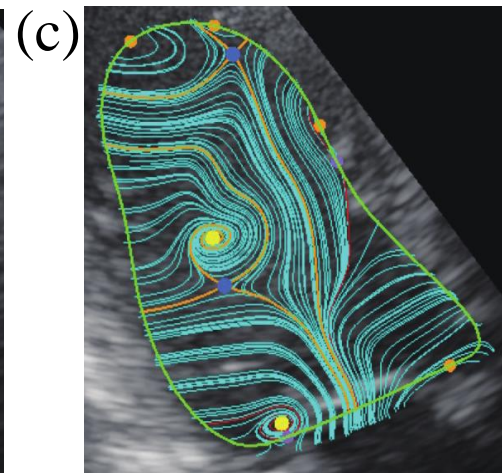
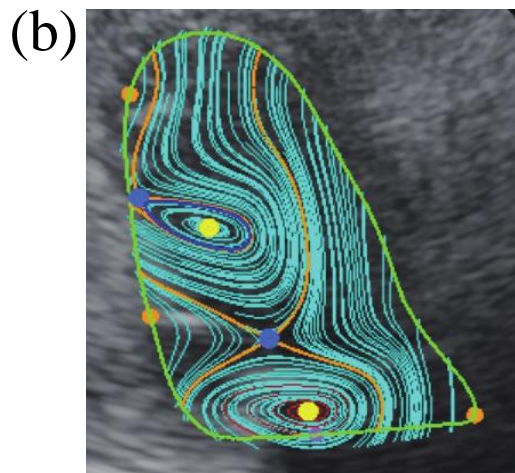
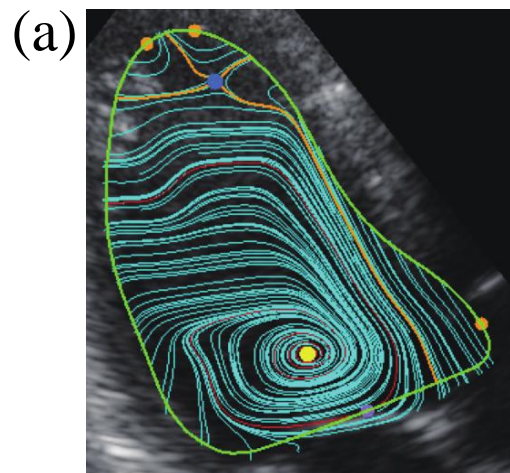
$$s_{\emptyset 0} ([a_{\sim} \{ \sigma_{\sim+}, \infty_{\sim+} \}], \lambda_{\sim}, \infty_{\sim-}) \cdot [a_{\sim} \{ \sigma_{\sim-}, \infty_{\sim-} \}], \lambda_{\sim}, \infty_{\sim-}$$

症例検討：収縮期における心不全と流体パターン

健常心

心不全例 1

心不全例 2



$$s_{\emptyset 1} \{ [\infty_{\mp}, \lambda_{\sim}, a_{\sim} \{ \sigma_{\sim-}, \infty_{\sim} \}], \lambda_{\sim}, \lambda_{\sim}, \lambda_{\sim} \}.$$

$$s_{\emptyset 1} \{ [\infty_{\mp}, \lambda_{\sim}, a_{\sim} \{ \sigma_{\sim-}, \infty_{\sim} \}] \cdot [\infty_{\mp}, \lambda_{\sim}, a_{\sim} \{ \sigma_{\sim-}, \infty_{\sim} \}], \lambda_{\sim}, \lambda_{\sim}, \lambda_{\sim} \}$$

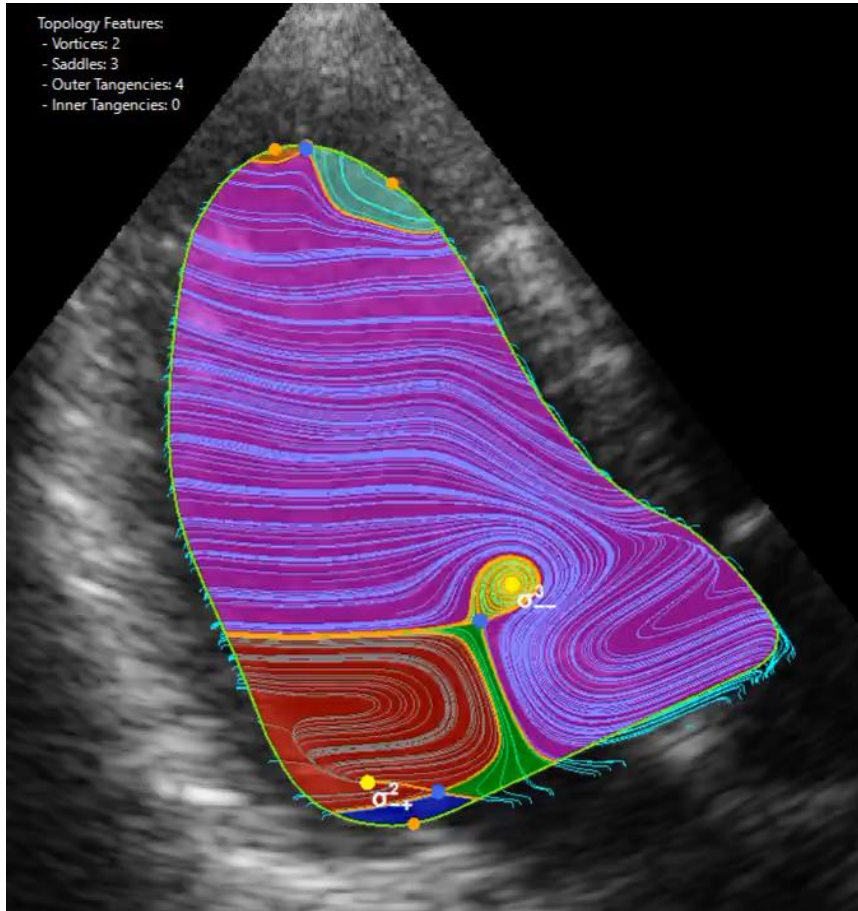
$$s_{\emptyset 1} \{ [\infty_{\mp}, \lambda_{\sim}, a_{\sim} \{ \sigma_{\sim-}, \infty_{\sim} \}], \lambda_{\sim}, [\infty_{\mp}, a_{\sim} (b_{\mp}(\sigma_{\mp-}, \lambda_{\sim})), \infty_{\sim}], \lambda_{\sim} \}$$

今後の展開：心臓エコー画像から心疾患～情報縮約

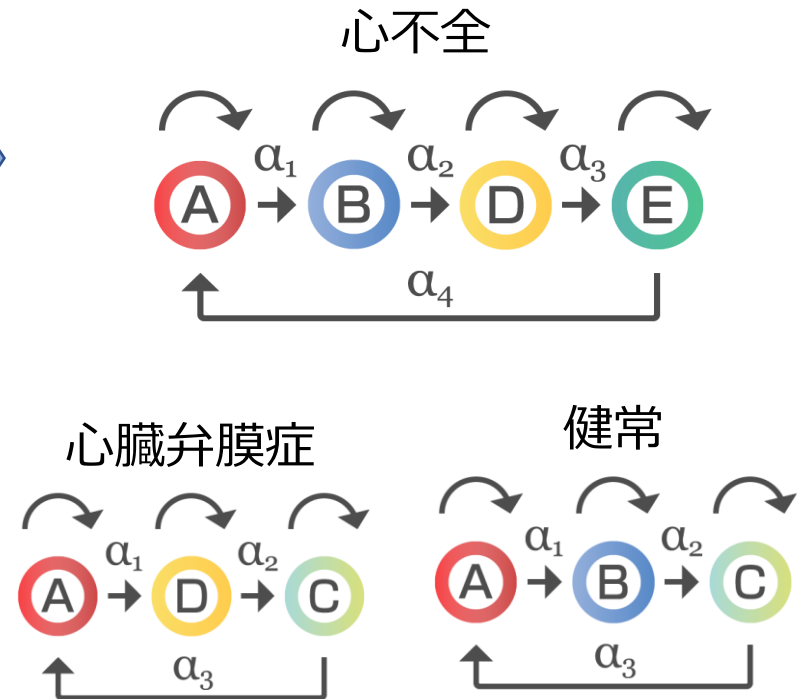
渦パターンをトポロジーで言語化
流線トポロジー(TFD)解析



状態時系列の遷移を追跡
グラフ解析・大規模言語モデル



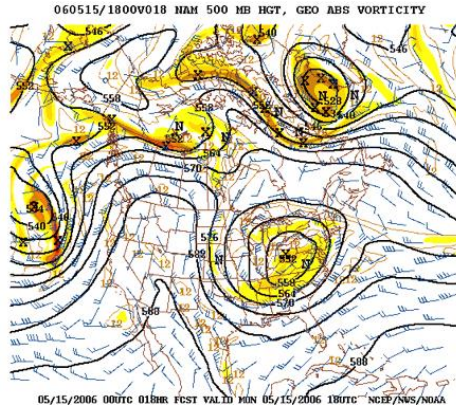
複雑なパターンの遷移をグラフによる低次元予測モデルに転換



心疾患ごとに渦パターンの状態遷移を特徴付け・層別化

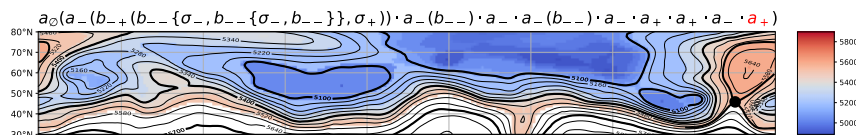
気象学・海洋学へのTFD解析の応用

[気象学] 大気ブロッキング現象

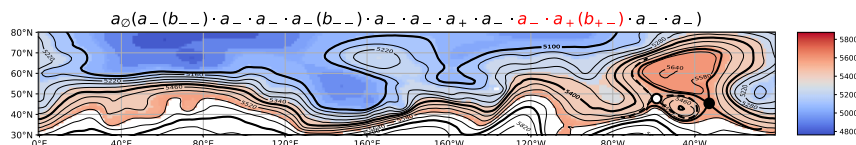


- 大気が長期停滞する現象
- これまでは経験則に基づく判定
- 大気ブロッキングの形状分類 (Ω型・双極子型) 判定できず

(a) blocking event #01 (Omega type)



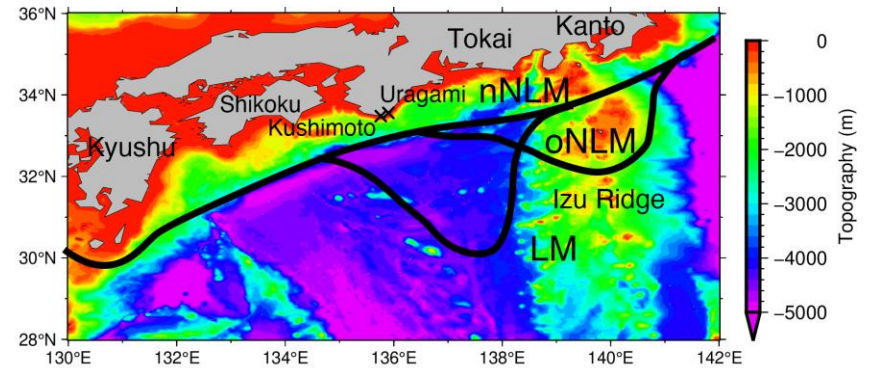
(b) blocking event #03 (Dipole type)



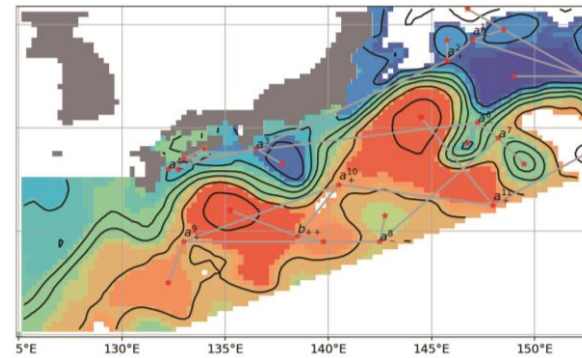
- TFD解析による客観的な判定手法の確立
- 従来法と同程度の検出能力, 形態判定が可能に

[海洋学] 黒潮大蛇行現象

(a) Topography and Kuroshio path



$$a_0(a_-^0 \cdot a_+^1 \cdot a_+^2 \cdot a_+^3 \cdot a_-^4 \cdot a_2(c_+^0, \lambda) \cdot a_-^6 \cdot a_-^7 \cdot a_-^8 \cdot a_+^9 \cdot a_+^{10}(b_{++}) \cdot a_+^{11})$$



- TFD解析により従来法以上の識別能力
- 大蛇行が終了する「予兆」現象の発見

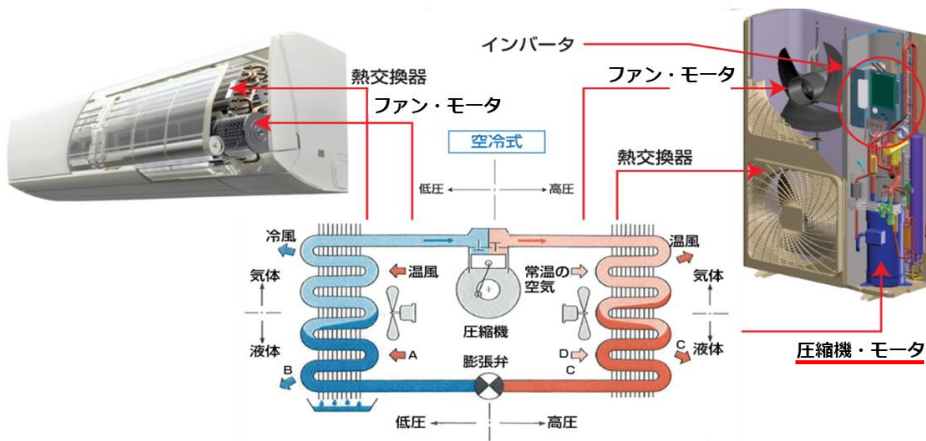
- JST未来社会創造事業の支援によるTFD解析を展開するための連携コンサルティング事業。質問を随時受け付けている。
- 数学と諸分野との連携の障壁を取り除く
 - ① ニーズ発掘 各課題をどのように数学的に解決するか？
 - ② シーズ展開 どのような数学が利用可能かわからない。
 - ③ 数学研究者側への働きかけの場がない。
 - ④ 各問題の数学的な課題への翻訳が専門用語の壁
- 過去6年の実績：
質問数（ケース） **31**件（共同研究移行**9**件（継続中**5**件））
- 現在の連携先：企業・公益法人**4**件，医学・医療分野**2**件，材料分野**1**件，生命分野**1**件，環境分野**4**件 など
 - 数理の「水平展開力」
 - トポロジー解析をコアに産業展開
- 連絡先：sakajo@math.kyoto-u.ac.jp
- JST未来社会HP: <https://www.tfda.jp>

産業課題への展開：空調機の性能向上

流線トポロジー解析による空調機部品のTFD解析



課題：空調圧縮機の性能向上



空調圧縮機の性能向上はエアコンの**心臓**



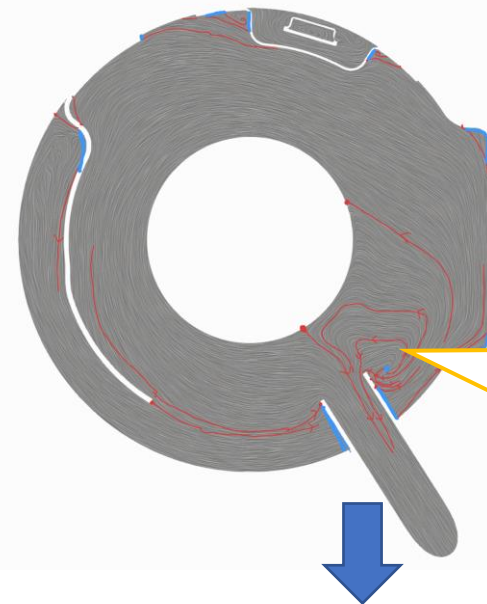
圧縮機の性能はエアコンの性能の**80%**

(ダイキン工業HPより)

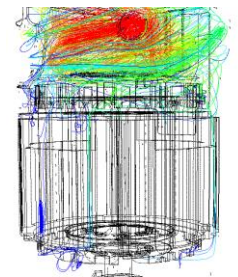
圧縮機シミュレーション(3D)



2次元断面流れのTFD解析

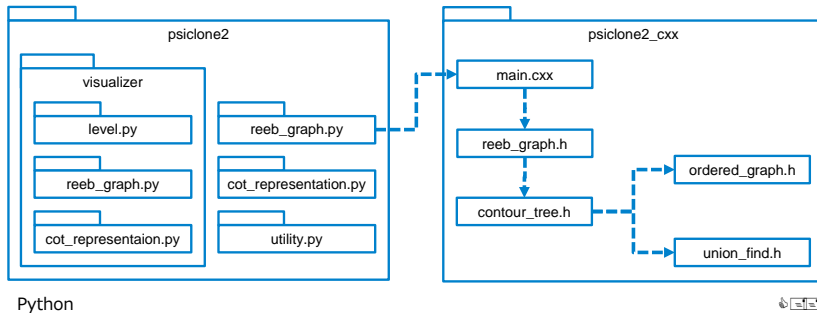


特徴的な流れ領域の性能への影響評価



流線トポロジー解析のTFD解析ソフトウェアの共同開発

psicloneの高速化

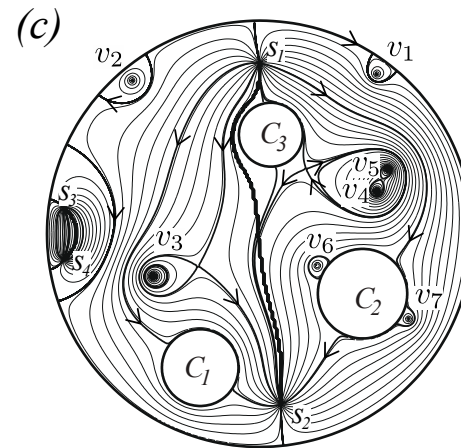
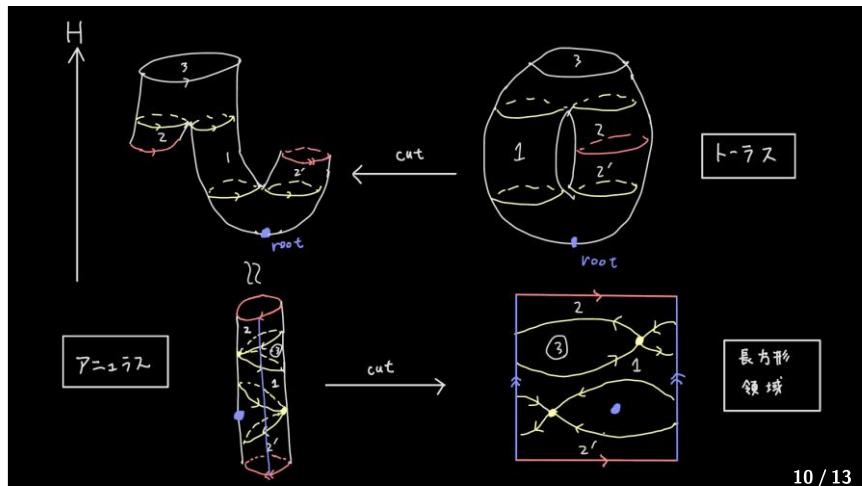


BIPROGY

旧 日本ユニシス

- 二次元非圧縮流れのTFD解析ソフトウェアの高速版の開発（現行ソフトウェアの高度化）
- 二重周期流れのTFD解析の理論（アカデミックユース）

二重周期流れのTFD解析



- 二次元圧縮流のTFD解析ソフトウェアの開発（三次元流れへの対応）
- 手作業で行われていた産業課題へのTFD解析の適用を自動化

数理基盤と社会 (Mathematical Studies for Future Society)

人間社会のための開発目標 (SDGs)
Sustainable Development Goals



諸分野の
課題群

デジタルトランス
フォーメーション
(DX)に基づく解決

環境分野

高速な計算機

数理科学

汎用性

信頼性

厳密性

適用限界

産業

数理共通基盤

数理データ解析
数理モデル解析

材料分野

データ科学
(AI・機械学習)

医療分野

生命分野

ボトルネック

複雑すぎるデータ

ノイズの多いデータ

情報化されないデータ

少数の巨大データ

高精度で高機能な
計測機器・装置

ダ・ビンチの目

数理科学による
新しい情報認知能力