

社会課題を見据えた応用数学を 純粋数学の進歩にもつなげる

九州大学 マス・フォア・インダストリ研究所 准教授

鍛冶 静雄

研究課題「かたちと動きの数理基盤」

JST 国立研究開発法人
科学技術振興機構
Japan Science and Technology Agency

さきがけ PRESTO 数学協働 Collaborative Mathematics

さまざまな分野で人間をはるかに凌駕するようになった昨今のコンピュータだが、依然として空間の把握は苦手としている。それを改善するために「さきがけ」で尽力したのが九州大学マス・フォア・インダストリ研究所の鍛冶静雄准教授だ。専門であるトポロジーを幅広く活用し、多様な成果を残している。

トポロジーの応用で コンピュータの弱点を補強

「コーヒーカップとドーナツを同じものとみなす。それがトポロジーなんです」

こう語る鍛冶静雄は、トポロジーを専門とする生粋の数学者だ。コーヒーカップとドーナツがなぜ同じかという、連続的な変形によって一方を他方と同じものにできるからである。簡潔に言うと、どちらも有限の1個の物体で、穴が1つ空いているということだ。もちろん図形を扱っているのだが、極めて抽象的な概念で、社会課題の解決とは距離があるように思える。

そんな鍛冶が「さきがけ」の数学協働領域に応募したきっかけはJSTのプロジェクトだった。平成24年9月から鍛冶はCREST「デジタル映像数学の構築と表現技術の革新」の一員となった。そこでコンピュータ・グラフィックスの研究に携わったことで、物体の形に関心を持ったという。

コンピュータ・グラフィックスで重要なのは、人間の目で見て自然かどうかという点である。例えば、両腕を広げているペンギン、左を向いているペンギン、太ったペンギンの中間の形状として違和感がないのはどんなペンギンか(図1)。もちろん答えは無限にある。鍛冶が考えたのは、自然さを数学の言葉で定量化することであった。

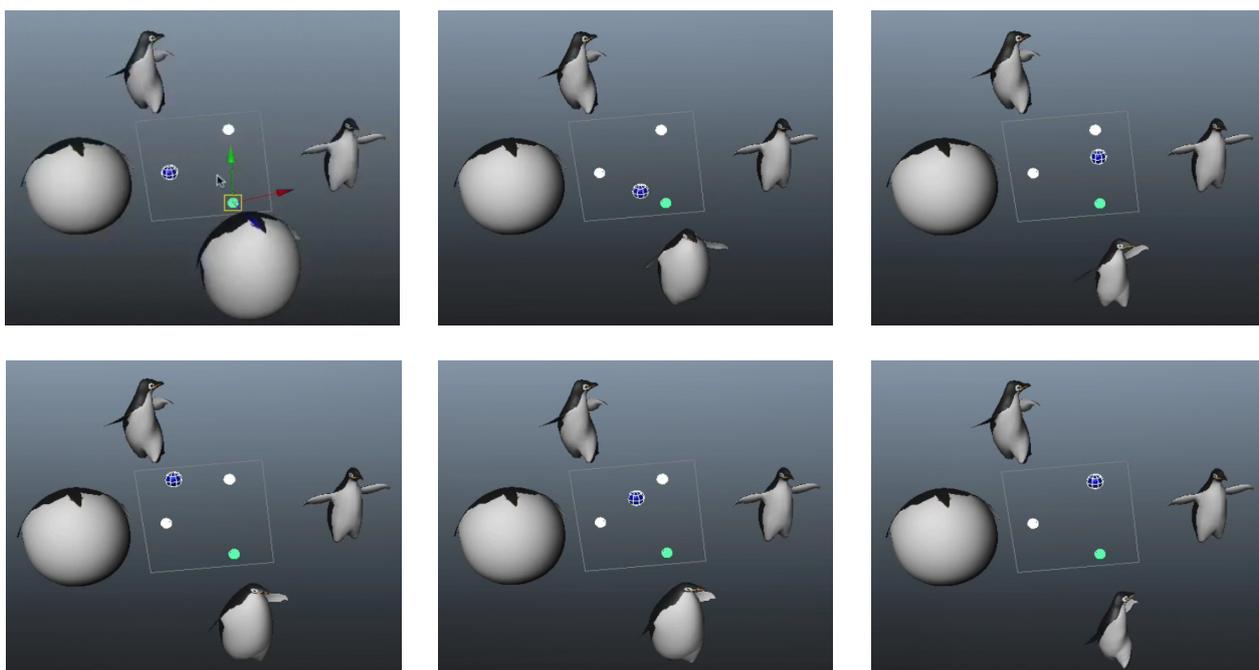


図1 横を向いているペンギン(上)と膨れているペンギン(左)、両腕を広げているペンギン(右)の中間の姿として適切なもの(下のペンギン)を考える。ここで複数の形の平均を取るという考えが役立つ。

鍛冶の数学者としての探究心はコンピュータで形状を扱うことを入口として社会課題と結びつき、やがて数学協働領域への応募に至ったのである。

以前から言われていることだが、コンピュータは空間の認識が不得手だ。似ている形を探し出すとか、粘土をこねて造形するとかいったことに関しては、まだまだ人間には遠く及ばない。全体を大雑把に把握する、いわゆる大局観が欠如しているのである。これはコンピュータの性質そのものに起因するところが大きい。コンピュータは画素すなわち細部をしらみつぶしに見て、その集合として全体を見ている。細部にこだわりすぎるあまり、全体については人間なら誰でも簡単に把握できることが把握できないということもしばしば起こるわけだ。

この欠点を克服するためには、人間が持っているような大局観をコンピュータに装備させる必要がある。そこで生きるのがトポロジーだ。例えば有限の1個の物体であるとか、穴が1つ空いているとか、そういった大雑把だが基本的な情報を認識させようということである。

鍛冶が取り組んだのは、設計などに使うCADというソフトウェアにおいて、直感的にコンピュータ内の素材を動かせる機能を開発することだった。前出の例だと、両腕を広げているペンギンが首を左に曲げると、肩や腕もそれに対応して動くはずだ。しかし、従来の方法はそれらの連動を認識するのが苦手であった。そこで鍛冶は形状や動きを解析し、トポロジーを通じて代数化することを試みた。代数はコンピュータの得意分野であり、データの処理はお手の物だ。そして、コンピュータが複数のペンギンの姿を足し合わせたり平均を取ったりすることによって、細かい操作をしなくてもたくさんのバリエーションを生み出せるようになったのである。

鍛冶の開発したCADの機能は造船所でも応用された。鉄板を加工する機械の動作にはさまざまな制約があり、デザインされた形状に加工できない場合がある。そこで、できる動作を組み合わせてなるべく近い形状にするためのアルゴリズムを開発したのだ。

トポロジーに基づく形の解析技術は、医療や土木などの分野にも活かされた。これらの分野では機械学習も利用されているが、病気や道路・橋梁の欠陥など、見つけるべきものが実際に入っているサンプルを収集しづらいという難点がある。ところが、形や動きを数学によって記述しコンピュータに落とし込むことで、少ないサンプルでも効果的に学習させることができる。遠くから大雑把に見ることと近くで細かく見ることを組み合わせることで、双方の長所が生かされるわけだ。鍛冶はこう語る。

「機械学習をどうすれば研究開発がうまくいくか、あるいは機械学習をいかに評価するか。そういった場合にトポロジーや逆問題といった数学的な発想が役に立つの

です。機械学習オンリーで進めるのではなく、これらを融合させることが大切だと考えています」

面白くて役に立つ メビウス・カライドサイクル

鍛冶の成果はそれだけにはとどまらない。彼はリンク機構の研究においても確たる実績を残した。リンク機構とはある運動を別の運動に変える機構で、パンタグラフや蒸気機関、ワイパーなど産業界では幅広く活用されてきた。

リンク機構を設計するうえで重要なのは一次元の自由度を持つこと、すなわち動力が形を変えてそのまま規則的に無駄なく対象物に伝わるようになってきていることである。ところが、それを実現するのは難しく、特に環状につながったものは極めて困難だといわれていた。古代から多くの数学者が挑んできたが、設計できたリンク機構は数種類しかない。

しかし、鍛冶は数学を活用して新たなリンク機構の設計に成功した。これは、古典的な折り紙であるカライドサイクルを離散的なメビウスの帯だと考えて数学的に記述し、それに基づいてコンピュータに計算させることで生み出されたものだ。彼はこれをメビウス・カライドサイクルと呼んでいる(図2)。

メビウス・カライドサイクルは単に面白いだけでなく、工学においてさまざまな応用の可能性を秘めている。例えばロボットアームやスクリューなどで活用できるのではないか。また、この形状となるようにマイクロサイズの高分子を合成できれば、何か特殊な機能を持つかもしれない。鍛冶は既に特許出願をしており、産業応用も考えていきたいという。

一方で、彼は数学者ならではの見解も持ち合わせている。

「心の中に浮かぶアイデアを数式や論理を用いて表現し、他者と共有するという点で、数学は芸術とよく似ています。高度な数学は鑑賞する側にも相当なレベルが求められるという点で芸術と異なりますが、できあがった作品を仲間内だけで共有しているようでは、その分野は廃れていくばかりでしょう」

それゆえに、メビウス・カライドサイクルは数学界にとって極めて意義の大きい成果だという。わかりやすいというのは、数学の世界ではたいへん貴重なのだ。

「これだと誰でも簡単に鑑賞できますよね。ですから、できるだけ多くの方々に見ていただきたいと思っています」

しかしながら、企業や他の分野との連携が進むことによって、トラブルに巻き込まれるリスクが増大するという

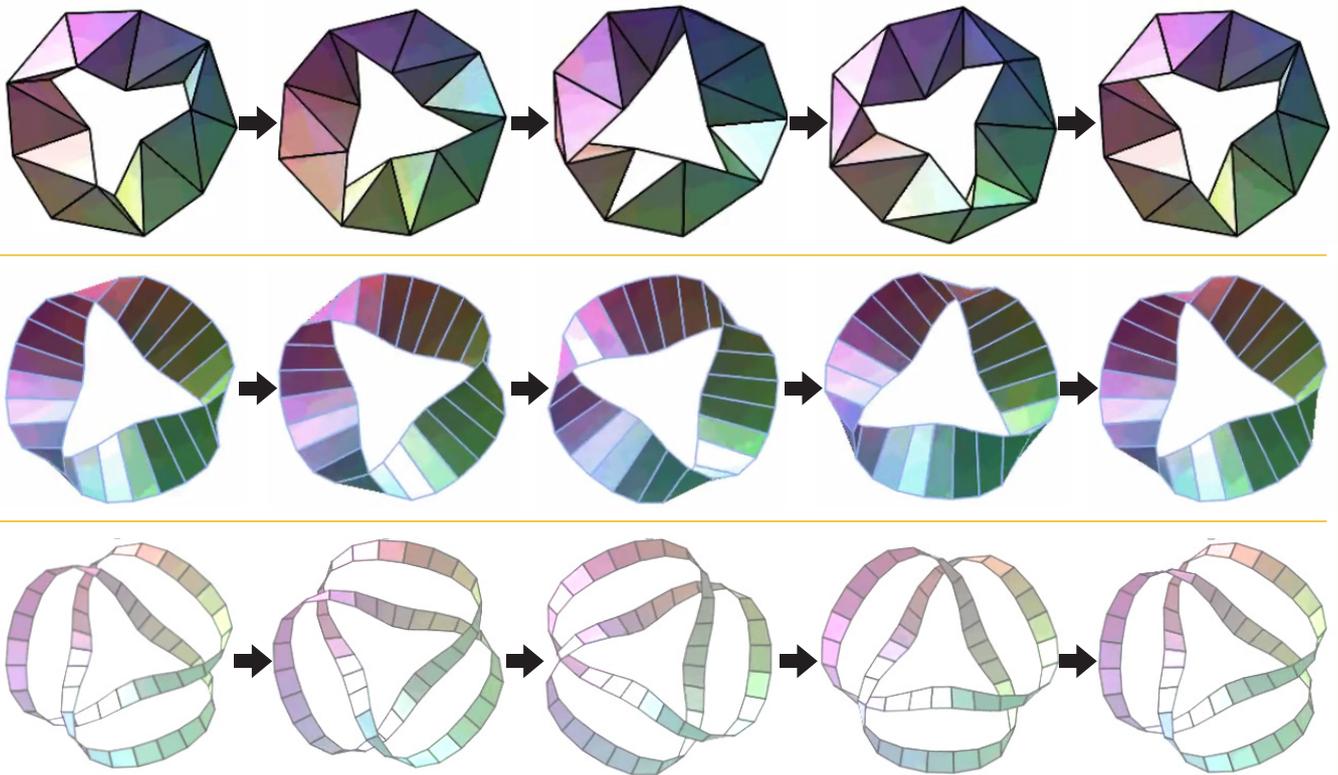


図2 鍛冶が考案したメビウス・カライドサイクル。回転ヒンジ（固定された軸を支柱としてその周りを自由に回転できるように二つの部品をつなげる機構）の数がいくつであっても一次元の自由度を持ち、いつまでも同じように回し続けることができる。

懸念もある。鍛冶の研究仲間でもトラブルに遭遇した研究者が少なく存在しており、鍛冶自身も自ら「渾身の作」と語るメビウス・カライドサイクルを許可なく利用されてしまったという苦い経験を持つ。共同研究などでは他者との自由な意見交換や議論がブレイクスルーに結びつくことも少なくない。しかし、リスクを理解して注意深く対応することも必要である。

まれました。数学の世界では純粋数学と応用数学は別のものだという意識が根強く残っていますが、私はこの2つを結びつけていきたいと思っています」

こうした出自や志向の多様性も数学協働領域の特長であり、多数の魅力あふれる個性が「さきがけ」を通じて相互作用することによって、数学をはじめ多くの研究分野の進歩に寄与するのである。

純粋数学と応用数学を結びつけたい

数学協働領域における鍛冶の研究期間は2020年3月で終了となるが、今後も純粋数学と応用数学という二足のわらじで研究を続けていく。1人でコツコツと問題を考えるのも楽しいが、応用分野で他の分野と連携して研究に取り組むのも楽しく、自分に向いているのではないかと彼は分析している。

他分野で実績を重ねていく中で問題解決の手段として数学の世界に足を踏み入れた研究者が多い数学協働領域だが、鍛冶は純粋数学の出身だ。応用分野に力を注ぎつつも、数学への熱い思いは変わらない。鍛冶はこう語る。

「応用が純粋数学につながることもあります。自らがその場面に立ち会うことはめったに起こることではないですが、私はこの『さきがけ』の研究でそのような幸運に恵