

研究終了報告書

「データ駆動型クーブマン作用素による非線形力学系の解析と設計」

研究期間：2019年10月～2023年3月

研究者：薄良彦

1. 研究のねらい

実社会に生起する複雑現象を観測し、大規模データとして利用することが可能となったことを背景として、データの利用による様々な社会的課題の解決が期待されてきた。受託者の専門分野である非線形数理科学・システム技術の観点では、大規模データから複雑現象のメカニズムを数理的に理解した上で、その理解に基づき所望の工学的機能を創成することが求められる。データ利用により様々な社会的課題に系統的に取り組むためには、課題毎に個別対処的に解決策を考案していくことに加えて、データから機能の創成に至るプロセスを数理モデルと整合しながら体系付ける数学的基盤の構築が必要である。ここでは、観測データを規範とすることで実社会に根差しながら、数学の抽象性・普遍性を享受し、工学的機能の創成に貢献する非線形数理科学の新しい芽がある。

本研究のねらいは、以上のデータから機能の創成に至るプロセスを体系付ける数学的基盤の構築である。このために本研究では、微分方程式ないし差分方程式で記述される非線形力学系から誘導される「クーブマン作用素とそのスペクトル」を数理構造として設定する。クーブマン作用素は、力学系の状態空間（相空間）上で定義されるスカラー関数---観測量---の時間発展を表す合成作用素であり、力学系に従い時間発展する観測時系列データのモデルとみなされる。有限次元状態空間上の力学系が非線形である場合にも、クーブマン作用素は無限次元空間---観測量の空間---に作用する線形作用素となる。これにより、非線形力学系の特性を、観測量の空間とその上の線形写像の性質として明らかにすることが可能となる。そして、クーブマン作用素のスペクトルをデータから学習することにより、実社会の複雑現象に対して、そのメカニズムを記述する数理モデルに基づきながらデータを全面に活用した解析と設計が期待できる。実社会の多様な現象の解析と設計を対象とするためには、従来のエルゴード理論が対象としてきたクラスにはとどまらない、非線形力学系に対して数理構造であるクーブマン作用素とそのスペクトルを数学的に明らかにすることが必要である。そして、それらの数理構造の活用のためには、数理構造を抽出するための理論的枠組みや数値計算アルゴリズムの整備が必要であり、プロトタイプとしての工学的機能創成への応用を検討することも必要である。以上の数理構造とその活用に関わる基盤構築を本研究のねらいとする。

2. 研究成果

(1) 概要

本研究では、数理構造の解析として、非線形力学系のクープマン作用素とそのスペクトルに関する特徴付けを行った。具体的には、非線形微分代数方程式で記述される力学系(流れ)を対象として、流れから誘導されるクープマン作用素の定義とスペクトル的性質を明らかにした。本結果は、解析多様体上で漸近安定平衡点を有する流れの特性をスペクトル的に特徴付けるものであり、この流れに関して、実解析的な観測量の空間に作用するクープマン作用素は点スペクトル(固有値)のみを有することを示した。続いて、数理構造の活用につながる理論的枠組みとして、工学的機能の創成、特に制御技術で活用されてきたラプラス変換に着眼し、非線形自励系のラプラス領域理論を、クープマン生成子のレゾルベント作用素(クープマンレゾルベント)に基づき展開した。そして、非線形の流れの特性に基づいたクープマンレゾルベントのスペクトル表現を与えた。本結果は、線形系の場合と同様に、非線形系の特性をラプラス変換により複素関数の性質に帰着し解析することの正当性を、クープマン作用素とそのスペクトルから理論的に与えたものである。

続く数理構造の活用に関して、本研究では数値計算アルゴリズムと応用に取り組んだ。時系列データよりクープマン作用素とそのスペクトルを推定するアルゴリズムとして、ガウス過程回帰や周波数領域プロセッサ法の利用により、観測ノイズにロバストなアルゴリズムを整備するとともに、実時間学習のためのオンラインアルゴリズムを整備した。前者のロバストなアルゴリズムは、産業界との連携を通して、日本の電力送電ネットワークのパラメータ推定に応用された。また、特性が時間的に変化する非自励力学系から誘導される線形作用素に関して、その時間的に変化するスペクトルを推定するためのアルゴリズムも検討した。応用の1点目として、非線形モード(クープマンモード)の制振という制御技法をクープマン作用素のスペクトル(クープマン固有関数)に基づき提案し、それを部屋内温度場の振動抑制という空調制御システムの課題解決に応用し、その有効性を示した。応用の2点目として、上記整備したアルゴリズムを、大学キャンパスにおける電力配電ネットワークのモニタリングという課題解決に応用した。このための実計測システムを2箇所の大学キャンパスで構築するとともに、交流電圧の振幅・位相の非定常時系列データの分析を行った。

(2) 詳細

研究テーマ A「理論の整備(数理構造の探求)」

1点目として、非線形微分代数方程式(DAE)で記述される力学系(流れ)を対象に、流れから誘導されるクープマン作用素の定義とそのスペクトル的性質を明らかにした(5節(1)代表的な論文発表1)。非線形DAEは、状態フィードバック形式の入力を有する非線形の制御システムや、電力ネットワークなどのネットワーク化システムの数理モデルである。本研究では、具体的に、観測量の空間とクープマン作用素の定義とその基本的性質、スペクトル的性質、そしてクープマン作用素による観測量の固有分解であるクープマンモード分解(Koopman Mode Decomposition; KMD)の導出を行なった。本結果は、解析多様体上で漸近安定平衡点を有する流れに対するものであり、この流れに関して、実解析的な観測量の空間に作用するクープマン作用素は点スペクトル(固有値)のみを有すること、これに属する固有関数に基

づく観測量の展開として KMD が可能であることを証明した。以上の結果はクープマン作用素の理論として新規である。

2 点目として、数理構造の活用につながる理論的枠組みを念頭に、工学的機能の創成、特に制御技術で活用されてきたラプラス変換に着眼し、非線形自励系のラプラス領域理論を展開した(5 節(1)代表的な論文発表 2; 図 1)。そのために、クープマン生成子のレゾルベント作用素(クープマンレゾルベント)に着目することをクープマン作用素理論としては新規に提案した。そして、非線形の流れの特性に基づいて、具体的には 3 種類の流れ(エルゴード的アトラクタ上の漸近ダイナミクス、漸近安定な平衡点・サイクルへの収束ダイナミクス)に対して、クープマンレゾルベントのスペクトル表現を与えた。本結果は、線形系の場合と同様に、非線形系の特性をラプラス変換により複素関数の性質に帰着し解析することの正当性を、クープマン作用素とそのスペクトルから理論的に与えた。本結果の意義は、従来数値的に実行されてきた非線形力学系のラプラス解析が何を抽出していたのかについて、数理的に回答を与えた点にある。

研究テーマ B「アルゴリズムの整備(数理構造の計算)」

データよりクープマン作用素とそのスペクトルを推定するアルゴリズムはダイナミックモード分解(DMD)と呼ばれる。DMD に関する結果の 1 点目として、ガウス過程回帰や周波数領域プロキシ法の利用により観測ノイズにロバストなアルゴリズムを整備するとともに、実時間学習のためのオンラインアルゴリズムを整備した。DMD に関する 2 点目として、特性が時間的に変化する非自励力学系から誘導される線形作用素に関して、その時間的に変化するスペクトルを推定するためのアルゴリズムも検討した。

研究テーマ C-1「空調システム(数理構造の活用)」

数理構造の活用の 1 点目として、非線形モードの制振という制御技法をクープマン作用素のスペクトル(固有関数)に基づき提案した(5 節(1)代表的な論文発表 3)。クープマン作用素の固有関数に基づくことで、線形系の概念の一般化として、モード変数(クープマンモード)が非線形力学系に導入される。このようなモード変数に対応する系の振動を抑制すること --- 制振 (damping assignment) --- は、構造系や大規模系などの工学系に広く見られる一般的な問題である。従

	線形自励系	非線形自励系
システムモデル	$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x}$ $y = \mathbf{C}\mathbf{x}$	$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{F}(\mathbf{x})$ $y = f(\mathbf{x})$
出力のラプラス変換 $Y(s; \mathbf{x}_0)$	$\mathbf{C}(s - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{x}_0$ $s \in \mathbb{C} \setminus \sigma(\mathbf{A})$	$[\mathcal{R}(s; \mathcal{L})f](\mathbf{x}_0)$ $s \in \mathbb{C} \setminus \sigma(\mathcal{L})$

図 1: クープマン作用素による非線形力学系のラプラス領域理論。線形系の一般化として、非線形系の出力 y のラプラス変換が観測量 f に対するクープマンレゾルベント R の作用により与えられることを示している。

来は、線形時不変系のモードに基づく制振技法が基本であり、モード振動への減衰効果の付加が採用されてきた(構造系のダンパーの開発など)。ここで、非線形系のモード分解である KMD は、系が表すダイナミクスの無限個の作用・角変数対による表示である。このことから、ダイナミクスに内在するクープマンモードの制振として、対応する作用変数(固有関数の絶対値)の方程式に減衰項を付加することが力学的アイデアとして提起される。これを実際に実行したのが本結果である。本結果の意義は、上の力学的アイデアをデータのみで実行可能なデータ駆動型の方法論として整備した点にある。

続いて、データ駆動型振動抑制を屋内温度場の制御に対して適用し、その有効性を示した(5節(1)代表的な論文発表 3)。屋内温度場は、我々の身の回りにある分布定数系のダイナミクスであり、その制御は快適性の向上や空調システムの省エネルギー化の観点から重要である。空調システムにおいては、制御機構や他の要因により、制御量の温度が振動することがある。この問題は分布定数系の制御に関わることから、非線形偏微分方程式を扱うという困難より数理モデルベースの方法論には限界があり、本研究のデータ駆動型振動抑制の適用が期待される。ここで、上の記述より、制振したいクープマンモードに対応する作用変数の振る舞いが制御効果の検証の要点となる。その作用変数に基づく検証の一例を図 2 に示す。本結果の意義は、モードの制振のための減衰効果の付加という力学的アイデアが、屋内温度場という現実の非線形系に対してデータ駆動型で実行可能であることを示した点にある。また、制御の有効性検証を COMSOL シミュレーションで実施し、3 次元の温度場変化と流体場を考慮した場合にも、固有関数に基づく空調制御が有効に働くことを示した。

研究テーマ C-2「電力ネットワーク(数理構造の活用)」

数理構造の活用の 2 点目として、研究テーマ B で整備したアルゴリズムの応用を、大学キャンパスにおける電力配電ネットワーク(6600V)のモニタリングという課題として取り組んだ。このための実計測システムを、複数台のマイクロ同期フェーズ計測装置(μ PMU)を新規に導入することで、2 箇所の大学キャンパスに対して構築した。このような配電ネットワークの PMU 計測システムは公開情報として国内で報告されておらず、そこで収集される交流電圧の振幅・位相・周波数の時系列データは、さきがけに留まらず開発研究に供される価値を有している。そして、計測時系列データの分析を研究テーマ B で整備したアルゴリズムにより取り組み、電圧振幅や位相に内在する、負荷変動や上位システムの外乱などの影響により時間的に変化するスペクトルの抽出について検討を進めた。

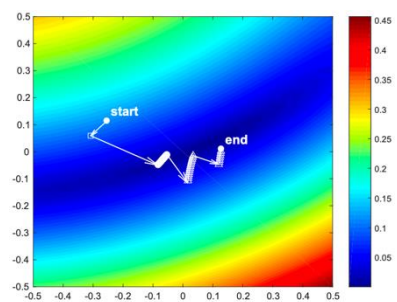


図 2: 非線形モードの制振に関する制御技法の固有関数による検証。カラープロットは固有関数の絶対値(作用変数)のレベルセットを表している。青になるほどレベルセットの値は小さくなる。白色で示した start からの状態遷移がレベルセットの値が小さくなる方向に進んでいる。制振対象のモードの作用変数に対して制御が働いている証拠である。

3. 今後の展開

本研究を通して(例えばラプラス領域理論など), 非線形力学系から誘導されるクーブマン作用素とそのスペクトルにより, 複雑現象を記述する「非線形力学系の線形表現」の正当性やその限界などが少しずつ明らかとなってきた。今後は, 数理構造であるクーブマン作用素による線形性を活用することで, 数理モデルをベースとしながら, データを介した実社会---物理世界---のシステム設計に展開することを考えている。具体的には, クーブマン作用素の数理と「形式手法」と呼ばれるソフトウェア科学との融合展開を進めている。データを全面に活用しながら, クーブマン作用素の「数理」と形式手法の「論理」により動作と性能が保証されたエネルギー制御システムの設計を先行して報告している(Miyashita et al., SICE 2022)。上の展開ではデータ, ソフトウェア, およびプラットフォームの実証に取り組むことが求められる。データ連携とデジタルツイン, そして物理世界における実験により, データ駆動型方法論の限界へ今後挑戦したい。

本研究で得られた結果を将来的に社会実装につなげるためには, 上で述べたように, データの連携, デジタルツインの構築, 物理世界における実験, というシナリオが必要とされる。エネルギーという物理量を扱う場合, AI によるデータ処理というサイバー世界に留まっていたら, 決して社会実装につながらない。また, 社会インフラという性質から, エネルギー技術に関わる社会実装には合意形成が不可欠であり, そのタイムスパンは数十年となるのが従前である。ただ, 過去に CREST の基礎研究として 2015 年前後に取り組んだ, 日本海域における洋上ウインドファームが, 2050 年カーボンニュートラル社会の実現という目標設定によって, 7 年後の 2022 年本格運用に展開した経験をふまえると, タイムスパンには産業や政治の変化やイニシアティブが強く作用する。この意味において, 今後の研究展開では産学連携の取り組みが社会実装に向けて必要である。

4. 自己評価

研究目的の達成状況

数値計算及び応用については, 当初の目的を達成できたと考えている。クーブマン作用素のスペクトルを推定するためのロバストアルゴリズム及びオンラインアルゴリズム, 固有関数に基づく非線形モードの制振とその空調制御への応用, 電力ネットワークの計測とその計測データの分析などである。加えて, 当初目的としていなかった, 固有関数の推定のための観測量の選択法(Netto et al., IEEE CSL 2021)や, 固有関数を活用した非線形自励系の寄与率評価(Takamichi et al., NOLTA, IEICE, 2022)なども, 数理構造の活用として結果を出すことができた。

理論についても, 当初の計画としていた非線形自励系のラプラス領域理論に加えて, 非線形 DAE 系のクーブマン作用素とそのスペクトルの特徴付けにおいて成果を出すことができた。以上, 数理構造の活用と新規性という観点において, クーブマン作用素の数理研究として結果を出した。

研究の進め方(研究実施体制及び研究費執行状況)

さきがけ研究であることから、当初より受託者が単独で研究を実施することを基本とした。同時に、応用や数値計算の検証という観点において、所属する研究室の学生のサポートも受けた。また、応用の計測については、COVID-19 に伴い、当初計画のフィールドの利用の目処が立たなくなり、フィールドを所属していた大阪府立大学中百舌鳥キャンパスに変更した。さらに、受託者の異動に伴い、フィールドの変更が必要となり、京都大学桂キャンパスに新たに展開し、計測と分析の有効性検証に向けた取り組みを期間終了まで継続した。以上、環境変化に対応しながら、研究マネジメントを適切に実施できたと自己評価している。また、研究費執行状況についても、当初の渡航計画が COVID-19 により遂行できなくなるなどしたものの、フィールド計測の予算として活用するなど、研究費の執行も円滑に実施できたと評価している。

研究成果の科学技術及び社会・経済への波及効果

本研究の波及効果として、期間内のアウトリーチとして取り組んだ内容を紹介する。具体的には、研究テーマ B の数値計算アルゴリズムを、旧電力 6 社を含む NEDO プロジェクトに提供し、日本の電力送電ネットワークの運用技術の開発研究に貢献した。当該 NEDO プロジェクトの開発項目の 1 つとして、超高圧送電ネットワーク(500kV, 275kV)の PMU 計測データに基づく、西日本 60Hz システムと東日本 50Hz システムの慣性パラメータの推定という項目があった。3 年間の当該プロジェクトに受託者は参画し、慣性パラメータの推定法の 1 候補として、周波数領域におけるプローニ法に基づく推定法を提案した。推定法や推定結果については NEDO の成果報告書 (<https://seika.nedo.go.jp/pmg/PMG01C/PMG01CG01>)を参照されたい。両システムについて、他の推定法と同程度の慣性パラメータの推定結果を得ることができた。当初想定しない開発研究への応用であり、DMD のロバストアルゴリズムが実システムの分析に一定の有用性を示すことを検証できた。本研究の波及効果の一端を技術として示したものである。

3. の今後の展開で述べたように、本研究の結果を社会実装につなげることで、上に留まらない波及効果を示すことは、今後の取り組み次第である。データ、ソフトウェア、およびプラットフォームの実証に取り組むことが求められ、データ連携とデジタルツイン、そして物理世界における実験により、データ駆動型方法論の限界へ挑戦することを通して、本研究で生まれた数理構造の知見を展開していきたい。

5. 主な研究成果リスト

(1) 代表的な論文(原著論文)発表

研究期間累積件数:8件

1. Yoshihiko Susuki. On Koopman operator framework for semi-explicit differential-algebraic equations. IFAC-PapersOnLine. 2021年, 54巻14号, 341-345

概要:本論文では、Semi-Explicit形式で表現された非線形微分代数方程式に対するクープマン作用素の理論として、観測量の空間の設定とクープマン作用素の定義、そのスペクトルの性質について報告した。本内容は、解析多様体上で漸近安定平衡点を有する流れに対する結果であり、誘導されるクープマン作用素が点スペクトル(固有値)のみを存在すること、こ

れに属する固有関数に基づく観測量の展開(クープマンモード分解)が可能であることを証明した。

2. Yoshihiko Susuki, Alexandre Mauroy, and Igor Mezic. Koopman resolvent: A Laplace-domain analysis of nonlinear autonomous dynamical systems. SIAM Journal of Applied Dynamical Systems. 2021年, 20巻4号, 2013-2036

概要:本論文では,クープマン生成子のレゾルベント作用素に基づいて,非線形力学系のラプラス領域理論を報告した。最初に,非線形系の出力のラプラス変換がレゾルベント作用素の観測量への作用により表現されることを証明した。続いて,非線形系(流れ)の特性に基づいて,具体的には3種類の流れ(エルゴード的アトラクタ上の漸近ダイナミクス,漸近安定な平衡点・サイクルへの収束ダイナミクス)に対して,クープマンレゾルベントのスペクトル表現を与えた。

3. Yoshihiko Susuki, Kohei Eto, Naoto Hiramatsu, and Atsushi Ishigame. Control of oscillatory temperature field in a building via damping assignment to nonlinear Koopman mode. Proceedings of the 6th IEEE Conference on Control Technology and Applications. 2022年, 796-803

概要:本論文では,クープマン作用素に基づく非線形モードの制振という制御技法を提案した。クープマン作用素の固有関数が非線形系に内在する作用・角変数を与えることに着目し,作用変数の方程式への減衰項の付加として制御則を定式化し,データのみで実行可能なデータ駆動型技法として整備した。そして,分布定数系で記述される部屋内温度場の振動抑制に適用し,データのみから振動抑制が可能であることを,計測をベースとしたシミュレーションにより示した。

(2)特許出願

研究期間全出願件数:0件(特許公開前のものも含む)

(3)その他の成果(主要な学会発表、受賞、著作物、プレスリリース等)

2021年5月25,26日,オンライン方式で開催された力学系の国際会議 SIAM Conference on Applications of Dynamical Systems(DS 21)において,米国の研究者とクープマン作用素の応用に関する Mini-Symposium を企画,実施した。同年9月14日には,オンライン形式で開催された非線形制御に関する国際会議 3rd IFAC Conference on Modeling, Identification and Control of Nonlinear Systems(IFAC MICNON 2021)において,欧州,米国の研究者とクープマン作用素のシステム制御への応用に関する Pre-Conference Tutorial Workshop を企画,実施した。さらに,2022年12月15日,オンライン形式で開催された非線形理論の国際シンポジウム International Symposium on Nonlinear Theory and its Applications(NOLTA 2022)において,米国の研究者とクープマン作用素の電力システムへの応用に関する Special Session を企画,実施した。以上を通して,力学系と制御工学分野において本研究に関わる啓蒙活動を行った。