

研究終了報告書

「量子チャンネル実装における対称性・不可逆性・量子性の統一的トレードオフ構造とその応用」

研究期間:2020年11月～2024年3月

研究者: 田島 裕康

1. 研究のねらい

対称性・不可逆性・量子性は、それぞれ物理の基礎と分かちがたく結びつく、非常に重要な概念である。本研究計画は、この3つの間にある種の普遍的なトレードオフ構造が存在すると予想し、これを証明し、多様な対象に適用することを狙いとしている。計画開始時点で、想定した構造を文章で表したものが以下である:

対称性が操作にかける制限を破る試みは不可逆性を生む。しかし、量子リソースを「不可逆性に反比例し、対称性の破れに比例して」使うとき、かつその時のみ、不可逆性を抑えつつ近似的に対称性の制限を破ることが出来る。

この対称性・不可逆性・量子性の間のトレードオフ構造は本研究プロジェクトのタイトルにもなっている通り、本研究の目玉といえる構想となっている(以下、Symmetry-Irreversibility-Quantum coherence で SIQ 構想と呼ぶ)。より具体的な式の形では、任意の CPTP map を何らかの大域的群対称性について実装する時、実装に必要なリソースの量、実装される操作が対称性をどの程度破るか、そして不可逆性の間に、以下のような関係があることを期待した:

$$\text{マップの不可逆性} \geq \frac{\text{マップによる対称性の破れ}}{\text{実装に必要なリソース量}}$$

この式を実際に導き、共変性誤り訂正符号をはじめとした量子情報処理、量子熱力学、量子重力など広い範囲の対象に適用を行うことが、本研究計画の目標である。

2. 研究成果

(1) 概要

当初の目標であり、研究プロジェクトのタイトルでもあった「対称性-不可逆性-量子性のトレードオフ構造」を一般的な定理として証明できた。より具体的には、大域的な連続対称性があるとき、任意の CPTP-map の実装コストと対称性の破れ(局所保存量の変化で表される)、不可逆性の間に、以下の形の不等式(以下、SIQ 不等式と呼ぶ)を与えることが出来た:

$$\text{マップの不可逆性} \geq \frac{\text{マップによる対称性の破れ}}{\text{実装に必要なリソース量} + \text{定数}} \cdots (1)$$

詳細の項目で詳しく書く通り、この不等式を誤り訂正符号、量子計算実装、測定過程、熱力学プロセス、ブラックホール物理をはじめとした多様な対象に適用し、新規かつ強力な結果を導くことが出来た。すなわち、上記「研究のねらい」は大枠において達成された。この結果自体はまだプレプリント段階で、論文誌に publish されていないため代表的論文のリストに書けないが、量子情報理論の最難関会議である QIP 2023 において regular talk に採択されている。また、この結果の予備結果である熱力学的不可逆性に対する SIQ 構想は PRL から publish され、editor's suggestion と Featured in Physics に採択された(代表的論文 1)。また、

この代表的論文 1 と SIQ 構造にまつわるほかのいくつかの結果で、日本物理学会の若手奨励賞を受賞した。

研究の後半ではさらに、研究プロジェクトの自然な発展として、当初計画を超えた様々な成果を得ることが出来た。例えば、SIQ 不等式を連続系に拡張する過程で、SIQ 不等式の系として与えられる Wigner-Araki-Yanase 定理を連続かつ非有界な保存量に対して拡張することに成功した(代表的論文 3、PRL2023b)。また、今後 SIQ 不等式を non-iid と呼ばれる設定に拡張する準備として、SIQ 不等式を導出する際の土台となっている Resource theory of asymmetry(以下 RTA)を non-iid に拡張することにも成功した(代表的論文 2、PRL2023a)。その他、SIQ 不等式を導く際に用いた数理的テクニックを応用することで、NISQ において重要な役割を果たす error mitigation のサンプリングコストの下界を与える不等式も導いた(PRL2023c)。

このように、出版済み論文としては PRL 4 本(うち 1 本は featured in physics+editor's suggestion、もう一本は featured in physics)と Quantum 1 本、PRR2 本と PRA1 本を得ている。上記以外にも、未出版あるいは未発表で複数の強力な結果が得られている(例えば、不確定性関係にある様々な測定の誤差・擾乱の定義や、OTOC は、全て SIQ 不等式の不可逆性指標 δ の特殊な場合であることが分かっている:arXiv2023a)。

(2) 詳細

以下では、上記概要の内容を、より詳しく述べていく。

SIQ 不等式に直接関連する結果の詳細

まず、SIQ 不等式に直接関連する結果として得た 3 種の結果を、順に紹介する。

保存則の下での量子計算の実装コストの最小十分量(PRR2020)

本結果は、保存則の下で任意のユニタリゲートを望みの実装誤差で実現する際、どれだけの量子リソースが必要かの最小十分量を与えた結果である。この結果は、私自身の結果である誤差と必要リソースの間の反比例関係の不等式(PRL2018)を改善し、改善された不等式が誤差の小さい極限において最適であること(=最小十分量を示すこと)を示した。

コヒーレンスによる熱流・散逸トレードオフの無効化と、それによる熱機関のオーダーレベルでの性能強化(PRL 2021 editor's suggestion 及び Featured in Physics:代表的論文 1)

本結果では、熱の流れとエントロピーの増大の間に SIQ 構造が存在することを示した。近年活発に研究されている熱流・散逸のトレードオフ関係は、熱の流れとエントロピーの増大の間に反比例の関係を与える。この不等式が(1)型の不等式に拡張できること、従って十分なコヒーレンスが存在する時、熱流・散逸トレードオフが実効的に無効化されることを示した。この無効化が起こる時、熱エネルギーはあたかも超伝導電流のように、エネルギーロスなく流れる。この性質を用いて、量子効果によって、熱機関の性能が古典限界に比べオーダーレベルで向上することを初めて示した。

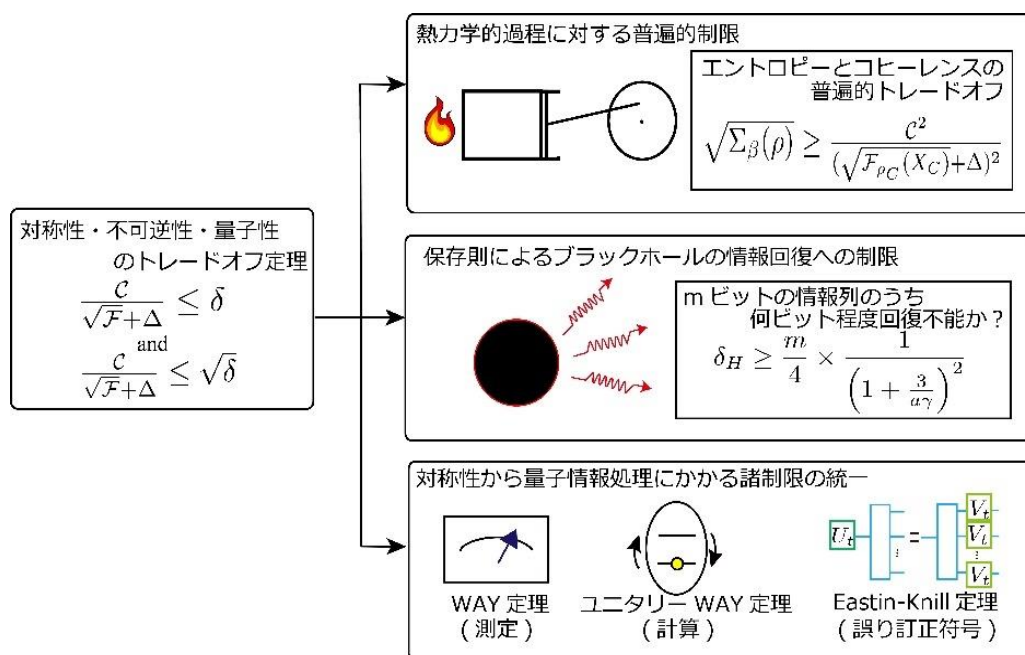
対称性・不可逆性・量子性のトレードオフ定理の導出(arXiv2021, arXiv2022: QIP 2023)

上記 2 つの結果は系やダイナミクスが限定されていたため、これを任意の系・ダイナミクスに拡張することを行い、SIQ トレードオフを明示的な定理として証明した。この定理は (1) の不等式の形をしており、任意の連続対称性を満たす全体系ダイナミクスで実現する任意の時

間発展に適用でき、同時に熱力学的不可逆性、誤り訂正の回復誤差、測定の実装誤差など様々なタイプの不可逆性に適用できるため、以下に見る様々な結果を応用として持つ(下図)。

(i)任意の量子過程を熱力学的に実現する際のコストとエントロピー増大の間のトレードオフ
(ii)上記で述べた WAY 定理や、ユニタリーゲートに対する WAY 定理、そして量子誤り訂正符号に対する対称性からの普遍的制限である Eastin-Knill 定理の統一、およびそれぞれの定理の拡張。

(iii)ブラックホールの情報回復問題に対して保存則が与える影響についての定量的理解。
このように、本定理は熱力学、ブラックホール、誤り訂正、測定、計算実装などの様々な分野に対する新たな知見を、単一の定理のコロラリーとして与える。この結果はまだ投稿中ではある、QIP 2023 において contribution talk として採択されており、2023 年に入って APS March meeting をはじめとした 6 つの国内外の会議において招待講演の依頼があった。分野も量子情報と非平衡物理にとどまらず、群論、原子核物理、最適輸送理論など非常に多彩であり、様々な研究分野から関心を持たれていると言えると考えている。もう一つ重要な点は、SIQ 不等式は直接的な応用がこの論文で与えられたものにとどまらず、多くのコロラリーを生み出しつつあることである(arXiv2023、および論文準備中結果)。この点は、次の項で説明する。



SIQ 不等式からの派生として得られた結果の詳細

SIQ 不等式からの派生・応用として得られた結果には以下がある:

U(1)対称性における RTA の non-iid convertibility の解決 (PRL2023a:代表的論文 2, および Quantum 2023).

本結果では、SIQ 不等式を導く際の土台となる、対称性を扱うリソース理論である Resource theory of asymmetry (RTA)を non-iid に拡張するという研究を行った。本研究は、SIQ 不等式

を non-iid の状況に拡張するための準備として行った。RTA では他のリソース理論と異なり、Fisher 情報量が基本的なリソース指標としての役目を果たす(他のリソース理論ではエントロピーが基本的な指標となる)。この特徴のため、これまで RTA では任意の相関を持つ量子状態(non-iid)の変換理論が構築されてこなかった。我々は、non-iid を取り扱う際の基本理論である情報スペクトル理論を Fisher 情報量を取り扱える形に拡張しこの問題を解決した。

WAY 定理の、非有界保存量への拡張(PRL 2023b:代表的論文 3)。

SIQ 不等式を連続系に拡張する過程で、SIQ 不等式の系として与えられる Wigner-Araki-Yanase 定理を連続かつ非有界な保存量に対して拡張することに成功した。位置と運動量を同時に誤差なく測ることはできないことは不確定性原理によって広く知られているが、この結果からは、たとえ位置単独であっても、運動量保存則の下では位置の測定を誤差なく行うことはできないことが与えられる。これは、Wigner-Araki-Yanase 定理の成立以来 60 年以上未解決だった問題の解決でもある。

error mitigation のサンプリングコストの下界を与える不等式(PRL 2023c)

本研究では、SIQ 不等式を導く際に用いた数理的テクニックを応用することで、NISQ において重要な役割を果たす error mitigation のサンプリングコストの下界を与える不等式を与えた。この不等式は、レイヤー数が増えるのに従って、error mitigation が望みの性能を発揮するためのサンプリングコストが指数増大していくことを示した。この結果は、error mitigation を実際の量子計算機で使うとき、高レイヤーの量子計算を実行しようとする場合には誤り訂正など、他の手法と組み合わせる必要があることを強力に示している。

このほか、以下の結果が論文投稿中あるいは論文準備中である:

- 様々な不確定性関係の誤差・擾乱、および OTOC が、全て SIQ 定理の不可逆性指標の特殊な場合に帰着されることの証明と、そこからの応用(arXiv 2023a)。
- 任意の離散可換群による対称性における RTA の iid convertibility の解決(arXiv2023b、Quantum resources talk accept. Quantum resources はまだ新しい会議だが採択基準が高く、QIP 採択された結果が reject される事例もあるため特筆。)。これは、離散対称性の RTA に対して、エンタングルメントエントロピーに対応する量が判明したことを意味する。
- 保存則と局所性の下での任意の測定に対する測定時間-精度のトレードオフ(論文準備中)。本結果は、SIQ 不等式と Lieb-Robinsonbound を組み合わせることで与えられる。

上記のように、SIQ 不等式の応用は初めの 2 論文で見つかったものだけでなく、時間がたつにつれてより強力な応用が見つかりつつある。この事実は、SIQ 不等式が真の意味で普遍的な関係を表していることの傍証といえると考えている。

3. 今後の展開

今後の展開の概要: 今回明らかになった対称性・不可逆性・量子性のトレードオフ構造は、今後大きなポテンシャルを発揮していくと考えている。今後の研究の方向性は、大きく分けて 3 つに分類されるので、それぞれについて述べる。

- 現在明らかになっている SIQ 不等式の直接的な応用: 既に成果の項目で紹介したように、SIQ 不等式の不可逆性指標は、通常不可逆性と解釈されるものを大きく超えて、任意の誤差や擾乱、OTOC など、多くのものを不可逆性としてあらわすポテンシャルを持つ

ていることが明らかとなっている。今後さらに多様な量を不可逆性的一种として捉えることが可能になると考えており、多くの対象に対して SIQ 不等式を直接適用することが出来ると考えている。

- ・ SIQ 不等式そのものの拡張: 現在の SIQ 定理は、連続的対称性に限定されている。この点をさらに拡張することを考えている。
- ・ 実験的検証: さらに、本研究から得られた成果は、実験検証が可能であると考えている。これについては、下記の社会実装に関する項目で詳述する。

本研究の成果が将来的な社会実装につながるために必要な展開とおおよそのタイムスパン: 今回の研究課題で得られた成果の中には、熱力学的不可逆性に対する SIQ 不等式がある(主要結果 1)。これは副産物として、量子エンジンのオーダーレベルでの性能向上のための処方箋を与えている。この成果は、将来的に社会実装可能であると考えている。そのために必要な展開は、

- ・ 実験室レベルでの検証
- ・ 実用レベルでの利用を可能にする発明

の二つが必要だと考えている。後者は前者が成功して初めて考えることが可能になるので、まず実験室レベルでの検証を行うことが必須となる。

実験室レベルでの検証が完了した後、実用レベルでの利用については非常に多くの困難が予想される。しかし、量子エンジンの実現と、それによる超高効率のエネルギー生成は持続可能社会の実現に非常に重要になることが予想され、実験室レベルでの検証が本当に実現すれば、実用レベルでの実現はある意味で「時間の問題」となるのではないかと考えている。最終的な社会レベルでの実現に対してのタイムスパンの予測は非常に難しいが、近年の量子情報技術の爆発的な発達と、機械学習の補助などによる将来的な加速要素も加味して、20~30 年のタイムスパンでの実現を予想する。

4. 自己評価

研究目的の達成状況 研究成果の箇所でも書いたように、当初の目標であり、研究プロジェクトのタイトルでもあった「対称性-不可逆性-量子性のトレードオフ構造」を一般的な定理として証明できた。さらに、当初計画で書いていた通り、多様な対象にこの定理を適用し、新規かつ強力な結果を導くことが出来た。適用可能な対象は、誤り訂正符号、量子計算実装、測定過程、熱力学プロセス、ブラックホール物理、不確定性原理をはじめとした非常に多岐の分野にわたる。このように、提案当初の研究構想はほぼ実現したものと考えている。客観的指標も、プロジェクト開始から現在までに、QIP talk1 件、PRL4 本(うち 1 本が editor's suggestion, Featured in Physics)、受賞 1 件、招待講演多数となっており、客観指標で見ても良い研究を行えていると考えている。また、成果の詳細で述べた通り、この客観指標は今後半年の間にまだ伸びる可能性がある。

研究の進め方 研究実施体制に関しては、ほぼ当初の予定通りに行うことが出来たと考えている。研究費執行状況については、2 年目及び 3 年目に、コロナ禍の収束時期を見誤ったことによって当初予定していた出張がほぼできず、予算消費に狂いが生じた時期があった。しかし最終的に、研究補助員を雇用し、研究資料の整理および下読みをした上での要約を提出してもらうようにすることで、多岐にわたる研究分野についての情報を効率的に取り込むことが出来る体制を

確立し、有効に予算を消費できたと考えている。

研究成果の科学技術及び社会・経済への波及効果(今後の見込みを含む) 今後の展開の項に書いたように、本研究計画は多岐にわたる科学技術への波及効果を持つ。特に量子エンジンによる古典エンジンを大幅に超えたエネルギー生成効率の実現という、社会・経済に非常に大きなインパクトを与える発明につながる強い見込みを持っている。こうした成果を得ることが出来たので、実際に技術・社会・経済に大きな影響を与えるポテンシャルを持つ研究成果を得ることが出来たと考えている。

当初計画では想定されていなかった展開とそれによる成果 本研究計画の特徴は普遍性であり、当初計画で想定されていない多くの波及的展開を得ることが出来た。研究成果の概要の項で述べたように、研究プロジェクトの自然な発展として、

- ・ SIQ 不等式を連続系に拡張する過程で、SIQ 不等式の系としてである Wigner-Araki-Yanase 定理を連続かつ非有界な保存量に対して拡張することに成功した(代表的論文 3、PRL2023b)。
- ・ SIQ 不等式を non-iid と呼ばれる設定に拡張するため、SIQ 不等式を導出する際の土台となっている Resource theory of asymmetry(以下 RTA)を non-iid に拡張することにも成功した(代表的論文 2、PRL2023a)。
- ・ さらに、SIQ 不等式を導く際に用いた数理的テクニックを応用することで、NISQ において重要な役割を果たす error mitigation のサンプリングコストの下界を与える不等式も導いた(PRL2023c)。

上記以外にも、未出版あるいは未発表で複数の強力な結果が得られている。例えば、

- ・ 不確定性関係にある様々な測定の誤差・擾乱の定義や、OTOC が、全て SIQ 不等式の不可逆性指標 δ の特殊な場合であることの証明:arXiv2023a
- ・ 対称性と局所性から導かれる、任意の測定過程における、測定時間と誤差の間の普遍的トレードオフ。(論文準備中)
- ・ 離散対称性についての RTA についての、iid 状態変換レートを規定するリソース量の確立:arXiv2023b。これは、離散対称性に対する RTA でエンタングルメントエントロピーの確立に対応する結果が得られたことを意味する。

等があげられる。このように、多岐にわたる予想外の成果を得ることが出来ている。これは、基礎的な物理において普遍的な不等式を開拓したことによる波及効果であることを改めて強調したい。

5. 主な研究成果リスト

(1) 代表的な論文(原著論文)発表

研究期間累積件数:8件 (PRL 4件、Quantum 1件、PRR2件、PRA1件)

1. H. Tajima, K. Funo, Superconducting-like heat current: Effective cancellation of current-dissipation trade-off by quantum coherence, Physical Review Letters 127, 190604 (2021), Editor's suggestion, Featured in Physics

熱力学的不可逆性に対して SIQ 不等式を証明した。コヒーレンスによって、熱の移動がありつ

つエントロピー増大がない「散逸なし熱流」を引き起こすことが出来ることを示し、さらにそれを用いて量子エンジンが古典エンジンをオーダーレベルで超える性能を発揮すること、実効的に有限パワーカルノー効率を達成できることを示した。

2. K. Yamaguchi, H. Tajima, Beyond iid in the Resource Theory of Asymmetry: An Information-Spectrum Approach for Quantum Fisher Information, Physical Review Letters 131,200203 (2023)

SIQ 不等式を証明する際の土台となった RTA の non-iid 拡張を行った。RTA は iid では、量子状態の変換レートを規定するリソース量として、量子 Fisher 情報量を持つ。これを non-iid に拡張できれば、RTA の non-iid 理論は作成できるが、そのための土台となる情報スペクトル理論は量子 Fisher 情報量には直接適用できない形だった。このため情報スペクトル理論を拡張、量子 Fisher 情報量に適用できる形にし、結果を得た。

3. Y. Kuramochi, H. Tajima, Wigner-Araki-Yanase theorem for continuous and unbounded conserved observables, Physical Review Letters 131, 210201 (2023), Featured in Physics

SIQ 不等式を連続量に拡張する試みの中で、SIQ 不等式の系として示される Wigner-Araki-Yanase(WAY)定理を連続かつ非有界な保存量に対して(Yanase 条件と呼ばれる条件の下で)拡張することに成功した。これは WAY 定理が 1960 年に確立して以来の未解決問題の、一つの解決を意味しているため重要である。

(2) 特許出願

研究期間全出願件数: 0 件

(3) その他の成果(主要な学会発表、受賞、著作物、プレスリリース等)

主要な学会発表

Quantum Information Processing(SIQ 不等式についての講演)

1. H. Tajima, N. Shiraishi, K. Saito and H. Nagaoka “Coherence cost for measurement and computation under conservation laws”
Quantum Information Processing 2020 (QIP 2020), China, 2020 年 1 月

招待講演(APS March meeting: SIQ 不等式についての講演)

2. H. Tajima, “Universal trade-off structure between symmetry, irreversibility, and quantum coherence in quantum processes,”
APS March meeting in 2023, Location: America, Date: Mar, 2023.

他、SIQ 不等式に関する招待講演多数。

受賞

1. 第 18 回 日本物理学会若手奨励賞(領域 11):
(代表的論文 1、および SIQ 構造に関する論文 2 本(PRL2018、PRR2020)による受賞)

著作物

代表的論文以外の重要論文

1. Universal sampling lower bounds for quantum error mitigation,
Physical Review Letters, 131, 210602 (2023)
Ryuji Takagi, Hiroyasu Tajima, Mile Gu

総説(日本物理学会誌への招待寄稿:代表的論文 1)

2. 量子コヒーレンスによる、流速・散逸のトレードオフの実効的無効化,
日本物理学会誌 2022 年 9 月号「最近の研究から」
田島裕康、布能謙

プレスリリース等

プレスリリース 4 件、新聞掲載 4 件。