数学と情報科学で解き明かす多様な対象の数理構造と活用　2022 年度
2021 年度採択研究代表者　年次報告書

谷川　眞一

東京大学　大学院情報理工学系研究科
准教授

組合せ計算幾何学の新展開

研究成果の概要

本年度は，スプライン関数空間の組合せ的解析や低階数対称テンソル補完問題，リンケージの大域剛性問題などの具体的課題を例題としながら，一般的かつ汎用的な数理モデルへの組合せ論的数理手法の拡張を検討した．特に以下の 4 項目で大きな研究の進展が得られた．

(1)抽象剛性の概念のハイパーグラフ拡張を考察した．この拡張によって，組合せ的多面体論に現れるスケルタル剛性マトロイドや多変数スプライン余因子マトロイドなど，離散幾何分野においてこれまで独立に研究されてきたハイパーグラフ上のマトロイドに対する共通の組合せ構造を解明した．

(2)点配置同定問題は，データサイエンスにおける最も基本的課題の一つである．点配置同定問題の多くは，ユークリッド空間内の点集合の配置を観測可能な代数的依存関係から同定する問題として定式化できる．今回の研究では，グラフ剛性理論の局所剛性・大域剛性の概念を拡張することで，観測集合に組合せ構造が存在する場合をモデル化するための一般的枠組みを提案した．さらに点配置が同定可能であるための観測集合の必要条件や十分条件を導出した．

(3)テンセグリティと呼ばれる棒材とケーブルで構成された特殊構造物のグラフ理論的安定性解析を行った．テンセグリティ設計において標準的に利用されている安定性概念である超安定性に着目し，超安定性を有するテンセグリティと，スペクトラルグラフ理論において提案された Colin de Verdiere 数との関係を解明した．さらに Colin de Verdiere 数の既存成果から超安定性を有するテンセグリティのグラフ理論的特徴づけを導くことに成功した．

(4)1987 年に Stanley によって示された対称性を有する多面体の面数に関する下限定理の拡張をおこなった．多様体の三角形分割の大域剛性解析の際に利用した Fogelsanger 分解を，対称性を有する単体的複体へ拡張することで，Klee, Nevo, Novik, Zheng の予想の証明に成功した．