

数学と情報科学で解き明かす多様な対象の数理構造と活用  
2021 年度採択研究代表者

2022 年度  
年次報告書

宮武 勇登

大阪大学 サイバーメディアセンター  
准教授

発展方程式の数値計算に対する不確実性定量化理論の創出

## 研究成果の概要

本年度も、昨年度に引き続き、初期値問題を数値計算する際の誤差の時間発展を定量的に評価する手法について研究を行った。昨年度から、

- (A) 数値計算の誤差の単調増大性の過程を弱めた定量化手法の研究
- (B) 各変数に対する誤差同士の相関を考慮した定量化手法の研究

は引き続き行い、アルゴリズムの改良などを行った。

加えて、初期値問題に対する並列数値計算手法である **parareal** 法を活用した新しい定量化手法の開発を新たに開始した。ここで狙う定量化手法は、現時点での理解においては、確率・統計的な視点が入らない決定論的なものであり、定量化のアルゴリズム自体が確率的な近年の欧米の研究や、アルゴリズムは決定論的だが背後に確率・統計的議論を要するこれまでさきがけで提案してきた研究とは大きく方向性が異なるものである。この違いの良し悪しは、現時点で十分に判断できる段階にはないが、少なくとも定量化のアルゴリズムの計算量の観点では、他と比べて優位性が期待できる。

本年度に着目した **Parareal** 法は、各離散時刻の近似解を反復的にアップデートしながら数値計算を行う手法である。このアップデート過程の情報をを用いて、反復が収束するよりも前に、反復終了後の各時刻の誤差を定量化する手法を提案した。現段階では、小規模問題でしかテストできていないが、**Lorenz** 方程式など幾つかの例題に対しては、非常に効率よくかつ精度良く誤差を定量的に評価できることを確認できており、不確実性定量化の文脈だけでなく、古典的な数値解析のアルゴリズムの発展にも寄与できる可能性がある。しかし、例題によっては、定量化の結果と実際の誤差が数桁程度乖離することもあり、来年度以降も引き続き研究を進める予定である。