

数学と情報科学で解き明かす多様な対象の数理構造と活用  
2021 年度採択研究代表者

2022 年度  
年次報告書

横井 優

情報・システム研究機構 国立情報学研究所  
助教

選好下のマッチングが生み出す構造の解明と活用

## 研究成果の概要

本課題では、各主体(各参加者)が選好をもつ二部マッチングモデルについて研究を行っている。このモデルは研修医の病院への配属や、学校選択制度などに応用をもつ。マッチングの安定性は、割当が公平かつ効率的であることを定式化した概念である。2022年度は以下の成果を得た。

### 1. サイズ最大安定マッチング問題に対する 1.5-近似アルゴリズム<sup>2)</sup>

参加者の選好に同順位を含むモデルでは、安定解の中でサイズ(マッチング内のペア数)最大のものを見つける問題は NP 困難であり、現在知られる最良の近似比は 1.5 である。2021 年度には、層状の制約をもつモデルにおいても 1.5 近似アルゴリズムが設計できること示したが、2022 年度は、より一般的なマトロイド制約をもつモデルにおいてもこの事実が成り立つことを示した。

さらに、参加者の選好が効用関数によって基数的に表されるモデルにおける安定性の緩和概念“ $\Delta$ -min 安定性”を考え、 $\Delta$ -min 安定マッチングの中でサイズ最大のものを見つける問題に対しても 1.5 近似アルゴリズムが設計できることを示した。加えて、“ $\Delta$ -max 安定性”、“ $\Delta$ -sum 安定性”を提案し、これらについてもサイズ最大化が 1.5 近似可能であることを示した。

### 2. 下限充足率最大安定マッチング問題に対する近似アルゴリズム<sup>1)</sup>

研修医の病院配属のような多対一のマッチングモデルで、各組織(病院)がもつ下限の充足率の和を最大化する安定マッチングを計算する問題に取り組んだ。2021 年度には、完全リスト設定(i.e., 全てのペアが許容可能)という特殊ケースに対して近似アルゴリズムを設計したが、2022 年度には一般の設定に対して近似アルゴリズムが設計できることを示した。

### 3. マトロイド制約付きポピュラーマッチングの最大化アルゴリズム<sup>3)</sup>

ポピュラーマッチングは、マッチされる人々を投票者としてマッチングどうしを多数決選挙で比較したときに、他のどのマッチングにも負けないマッチングである。ポピュラー性は安定性の必要条件となっているため、安定性の緩和と捉えることもできる。サイズ最大のポピュラーマッチングを計算する問題の多項式時間可解性は、マトロイドのクラスを制限した場合についてしか知られていなかったが、本研究では一般のマトロイド制約の場合の多項式時間可解性を示した。

## 【代表的な原著論文情報】

- 1) “Incomplete List Setting of the Hospitals/Residents Problem with Maximally Satisfying Lower Quotas”, Proceedings of the 15th International Symposium on Algorithmic Game Theory (SAGT 2022), pp. 544-561, 2022.
- 2) “Approximation Algorithms for Matroidal and Cardinal Generalizations of Stable Matching”, Proceedings of the Sixth SIAM Symposium on Simplicity in Algorithms (SOSA 2023), pp. 103-113, 2023.
- 3) “Solving the Maximum Popular Matching Problem with Matroid Constraints”, Proceedings of the 12th Japanese-Hungarian Symposium on Discrete Mathematics and Its Applications, pp. 603-613, 2023.