

数学と情報科学で解き明かす多様な対象の数理構造と活用
2020 年度採択研究代表者

2022 年度
年次報告書

田中 健一郎

東京大学 大学院情報理工学系研究科
准教授

最適点配置問題に内在する近似的凸構造の探求と活用

研究成果の概要

2022年度は、統計的学習の分野などで用いられるカーネル求積に対して、性質の良い標本点を効率的に配置するという目的のもと、ユークリッド空間上の確率測度の関数を最小化する問題を考察した。これは、カーネル求積の最悪誤差を最小化する問題を、一般的枠組の見地から考えようとしたものである。より具体的には、昨年度から考察を続けている「最適輸送の枠組」の見地から、最悪誤差最小化の問題を考察しようとしたものである。

この枠組みにおいては、昨年度から、標本点群を初期配置から時間発展させる方針を追求してきた。昨年度は、Wasserstein 勾配流に沿って最悪誤差の(近似)最小点に到達する方法に着目し、その加速法を提案したのだが、その性能の理論的保証が未完であった。

そこで、2022年度は、理論保証を伴う加速法の確立に取り組んだ。そして、一定の成果を得た。具体的には、加速勾配降下アルゴリズムを提案するために、初期測度の押し出しを与える輸送写像の勾配流を考えた。そして、モメンタムに基づくNesterovの加速技法を拡張することにより、決定論的な加速アルゴリズムを提案した。このアルゴリズムはWasserstein幾何学に基づいてはいない。また、加速アルゴリズムの収束率を評価するために、確率測度の関数に対して、輸送写像に基づく新しい凸性と平滑性を導入した。その結果、加速アルゴリズムが通常の勾配降下アルゴリズムよりも速く収束することを示すことができた。また、小規模なものではあるが、この理論的な結果を支持する数値実験結果も得られた。

以上を踏まえて、得られた結果をまとめた論文の作成に取り掛かった。この論文は、2022年度末時点で準備中である。

【代表的な原著論文情報】

1) Ken'ichiro Tanaka: Accelerated gradient descent method for functionals of probability measures by new convexity and smoothness based on transport maps, in preparation.