

数学と情報科学で解き明かす多様な対象の数理構造と活用  
2020年度採択研究代表者

2022年度  
年次報告書

山田 俊皓

一橋大学 大学院経済学研究科  
准教授

マリアバン解析と深層学習による高次元偏微分方程式の新しい計算技術

## 研究成果の概要

- 深層学習とマリアバン解析を用いた漸近展開法による高次元偏微分方程式の空間近似が「次元の呪い」の影響を受けずに計算可能であることを示した。本研究の成果は *Partial Differential Equations and Applications*<sup>1)</sup> に掲載予定である。
- Yamada (2022) *SIAM Journal on Financial Mathematics* の結果を基にして、高次元偏微分方程式に対する楠岡近似と深層学習を用いた新しい計算法を提案した。現在、本研究の成果をまとめた論文を複数本、国際ジャーナルに投稿中である。
- 昨年度の研究成果として得られた数値計算法を様々な数理モデルに応用し、有効性を示すとともに、さらに拡張・発展させることを目標として、高次元モデルに対するバリューオプションの高速な数値計算法・様々な非線形偏微分方程式に対する深層学習を用いた数値計算法・確率偏微分方程式への応用、等の研究を行った。
- 深層学習計算に寄与しうる確率論的数値計算法の調査及び研究として、経路積分と大偏差原理の考え方を基にした新しい確率論的数値計算法の構成・Milstein 近似のある拡張の方法の提案・国内外(大学・産業界)の数値計算の専門家とともに非線形偏微分方程式に対する先端の確率論的計算法を調査したサーベイ論文の執筆、等を行った。これらの結果は *Applied Numerical Mathematics*<sup>2)</sup>, *Monte Carlo Methods and Applications*<sup>3)</sup>, *Probability Surveys*<sup>4)</sup> に掲載された。
- 2022 年度は本研究課題の内容について国内外の学会・研究集会で 7 件(招待講演 5 件)の報告を行った。

## 【代表的な原著論文情報】

- 1) “Solving Kolmogorov PDEs without the curse of dimensionality via deep learning and asymptotic expansion with Malliavin calculus”, *Partial Differential Equations and Applications* (to appear) 2023
- 2) “A new algorithm for computing path integrals and weak approximation of SDEs inspired by large deviations and Malliavin calculus”, *Applied Numerical Mathematics*, vol. 187, 192-205, 2023
- 3) “Total variation bound for Milstein scheme without iterated integrals”, *Monte Carlo Methods and Applications* (online first) 2023
- 4) “Numerical methods for backward stochastic differential equations: A survey”, *Probability Surveys*, vol.20, 486-567, 2023