

数学と情報科学で解き明かす多様な対象の数理構造と活用
2021 年度採択研究者

2021 年度 年次報告書

谷川 眞一

東京大学 大学院情報理工学系研究科
准教授

組合せ計算幾何学の新展開

§ 1. 研究成果の概要

本年度は、スプライン関数空間や低階数対称テンソル空間の組合せ的性質の解析、リンケージの大域剛性問題などの具体的課題に焦点を当て、剛性理論の技法の拡張可能性と課題整理を行った。特に以下の2項目で大きな研究の進展が得られた。

- (1) 低階数テンソル補完の有限性判定問題を、組合せ論的視点から考察した。テンソル補完の有限性を特徴づける代数的マトロイドと、ハイパーグラフ上で組合せ的に定義される疎性マトロイドとの関連を明らかにし、有限性が成立するための新たな組合せ的条件を導出した。さらにランダムハイパーグラフにおいて有限性や唯一性が成立するための組合せ的条件を検証することで、ランダムサンプリングモデルにおけるテンソル補完のサンプル数の上限を導出した。特に応用上重要な三階テンソルにおいて、既存のサンプル数上限の改善に成功した。
- (2) 単体分割された多様体の局所的構造(各面の形状)から、多様体全体の形状の決定可能性を考察した。この問題は、多様体が2次元球面の場合でも、多面体の剛性問題として古くから研究がなされている。2014年に Connolly は、連続変形だけでなく、局所的な各三角形の形状から大域的な幾何実現の唯一性が成立するための組合せ的必要十分条件を予想した。今回、James Cruickshank 氏と Bill Jackson 氏との共同研究において Connolly 予想の証明に成功し、頂点配置が一般的な場合、Euler の主張よりも強い主張が成立することを示した。さらに議論の高次元化を行い、単体分割された多様体や擬多様体に対しても同様な主張が成立することを証明した。高次元への拡張の系として、Barnette による凸多面体の下限定理の一般化や Kalai による凸多面体の再構成予想の部分的解決を行った。

【代表的な原著論文情報】

- 1) James Cruickshank, Bill Jackson, Shin-ichi Tanigawa, Global rigidity of triangulated manifolds, arXiv:2204.02503, 2022.