

数学と情報科学で解き明かす多様な対象の数理構造と活用  
2021 年度採択研究者

|                  |
|------------------|
| 2021 年度<br>年次報告書 |
|------------------|

横井 優

国立情報学研究所 情報学プリンシプル研究系  
助教

選好下のマッチングが生み出す構造の解明と活用

## § 1. 研究成果の概要

本研究では、各主体(各参加者)が選好をもつ二部マッチングモデルについて研究を行った。このモデルは研修医の病院への配属や、学校選択制度などに応用をもつ。マッチングの安定性は、割当が公平かつ効率的であることを定式化した概念である。本研究では、多数ある安定マッチングの中でも、とくに望ましいものを計算する問題に取り組んだ。とくに、主体の選好に同順位(タイ)を許す拡張モデルにおいて、以下の二つの NP 困難な最適化問題を考え、近似アルゴリズムの設計や、近似困難性の証明を行った。

### 1. 制約付きモデルでのマッチングサイズの最大化

各参加者が、割り当てられるものの総数に関して上限をもつだけでなく、割当候補の部分集合に対しても上限制約をもつマッチングモデルを考察した。制約を課される部分集合が階層的(層状)になっている場合には、最適解の  $2/3$  以上のサイズが保証された安定解を出力するアルゴリズムが設計できることを示した。

### 2. 下限制約付きモデルでの下限充足率最大化

研修医の病院配属のような人と組織の間でのマッチングを考え、各組織(病院)が割当人数の上限だけでなく下限もつようなモデルを考察した。安定マッチングの中でもできるだけ下限を満たすものを計算する問題を定式化して解析を行った。この問題の近似困難性を示すとともに、耐戦略性をもつ近似アルゴリズムを設計した。

また、組合せ的な構造上における重み和最大化問題において、重みと整合する順序での辞書式最適解によって、重み和の最適解をどれほど近似できるかについて調べた。これは、効用の値(基数的効用)を直接知らずに、その順序情報(序数的選好)のみを知ることによって、どれだけ最適性を近似できるかということの意味する。本研究では、マッチングやマトロイド交叉といった構造の上では辞書式最適解が重み和最適解の  $2$  近似を与えることを示した。

### 【代表的な原著論文情報】

- 1) “An Approximation Algorithm for Maximum Stable Matching with Ties and Constraints”, Proceedings of the 32nd International Symposium on Algorithms and Computation (ISAAC 2021), pp. 71:1-71:16, 2021.
- 2) “Maximally Satisfying Lower Quotas in the Hospitals/Residents Problem with Ties”, Proceedings of the 39th International Symposium on Theoretical Aspects of Computer Science (STACS 2022), pp. 31:1-31:20, 2022.
- 3) “Approximation by lexicographically maximal solutions in matching and matroid intersection problems”, Theoretical Computer Science, vol. 910, pp. 48-53, 2022.