

数学と情報科学で解き明かす多様な対象の数理構造と活用  
2020 年度採択研究者

2021 年度 年次報告書
------------------

町田 学

浜松医科大学 光先端医学教育研究センター  
指定講師

逆問題の級数的手法による近赤外イメージング

## § 1. 研究成果の概要

輻射輸送方程式の積分核が非等方の場合について、3次元 ADO (解析的離散方位法)を開発した。輻射輸送方程式は積分項を含む積分微分方程式であり、特に3次元の輻射輸送方程式については、積分核が定数でない非等方散乱の場合には境界のない状況(全空間)でも数値解を求める便利な手法は知られていない。近赤外線の実体内伝播における散乱は極めて非等方性が強く、その支配方程式として非等方散乱に対する3次元輻射輸送方程式の数値計算が必要になる。

空間3次元のうち1変数にのみ依存する輻射輸送方程式については ADO (Analytical Discrete Ordinates)と呼ばれる数値手法が知られている。1999年に ADO が開発されて以来、3次元の輻射輸送方程式への拡張は等方散乱(積分核が定数)の場合に限られていた。今回、回転座標の考えを用いて ADO を3次元へ拡張し、非等方散乱の場合の3次元輻射輸送方程式の基本解を求めることができた。さらに、境界のある場合として半空間における3次元輻射輸送方程式に対する3次元 ADO の開発を行った。

近赤外イメージングの逆問題は非線形である。逆問題の解を級数の形で表すことができる。光が伝播する距離が平均自由行程より十分に大きい場合には、輻射輸送方程式の解は拡散方程式の解でよく近似される。級数の1次の項までとって線型の逆問題に近似することは光トモグラフィでよく行われる。この線型化のやり方として、ボルン近似とリトフ近似が知られている。どちらも摂動の1次の近似だが、リトフ近似の方がよい画像が得られることが経験的にわかっている。

今年度、光トモグラフィを想定した拡散方程式に対する係数決定逆問題を考え、リトフ級数に対して逆リトフ級数を構築し、リトフ級数の高次の項を含めて再構成するやり方を開発した。逆リトフ級数の収束や誤差評価を求めた。

### 【代表的な原著論文情報】

- 1) M. Machida and K. Das, “Three-dimensional analytical discrete-ordinates method for the radiative transport equation”, *Waves in Random and Complex Media* (印刷中) (オンライン版: 2022年3月17日)
- 2) M. Machida, “Analytical discrete ordinates for the three-dimensional radiative radiative equation in the half space”, 投稿中 (arXiv:2203.12327)
- 3) M. Machida, “The inverse Rytov series for diffuse optical tomography”, 投稿中 (arXiv:2201.08651)