

数学と情報科学で解き明かす多様な対象の数理構造と活用  
2019 年度採択研究者

2021 年度 年次報告書
------------------

平井 広志

東京大学大学院 情報理工学系研究科  
准教授

新しい凸性に基づくアルゴリズムと最適化理論

## § 1. 研究成果の概要

本年度の研究実施内容は、主に、進展が遅れていた課題 A「CAT(0)空間上の最適化とアルゴリズム」の研究と講演発表活動からなる。

(課題 A: CAT(0)空間上の最適化とアルゴリズム) 作用素スケーリングなどは、群軌道上のノルム最小化問題として統一的にかけるが、さらに、非正曲率対称空間上の測地的凸最適化として定式化できる。このとき(近似的な)最適解を求めることに加えて、最適化問題の有界性を判定することも重要な問題となる。ユークリッド空間の凸最適化においては、そのような有界性判定には、無限遠の振る舞いを記述する「後退関数」(recession function)の理論が有用である。そこで、後退関数や関連する凸解析的理論をアダマール空間(完備 CAT(0)空間)への一般化を行った。この成果を論文にまとめ投稿した。

(講演発表活動) 昨年度の研究で論文にまとめた非可換 Edmonds 問題に対する成果に関する招待講演を行った。具体的には、SIAM Conference on Applied Algebraic Geometry (AG21) におけるミニシンポジウム “Invariant Theory and Optimization”, Simons Institute for the Theory of Computing のワークショップ “Optimization Under Symmetry”での講演, そして, GCT2022 Online Lecture Series の前・後編の2回にわけたオンラインレクチャーである。

また、本課題に関わる発表活動として、大阪大学で、談話会講演「CAT(0)空間上の最適化とアルゴリズム」と集中講義「束論とその応用」を行った。

3月の応用数理学会研究部会連合発表会で、上述のアダマール空間上の凸解析とスケーリング問題について発表を行った。

### 【代表的な原著論文情報】

- 1) M. Hamada and H. Hirai: Computing the nc-rank via discrete convex optimization on CAT(0) spaces, SIAM Journal on Applied Geometry and Algebra 5 (2021), 455-478.
- 2) H. Hirai: A nonpositive curvature property of modular semilattices, Geometriae Dedicata 214 (2021), 427-463.