

トポロジカル材料科学と革新的機能創出  
2019 年度採択研究者

2021 年度 年次報告書
------------------

林 晋

東北大学 材料科学高等研究所／科学技術振興機構  
助教／さがけ研究者

指数理論に基づく多様な形状の系のトポロジーの研究と展開

## § 1. 研究成果の概要

本研究では多様な形状の系において現れるトポロジーの理論的解明に取り組む。特に(高次)トポロジカル絶縁体等で着目されているトポロジカルコーナー状態と関連して、系に内在するトポロジーの数学的解明やそれを取り扱う数学理論の展開等を通じたトポロジカル材料科学への貢献を目的としている。

コーナー状態と関連したトポロジーを議論する数学的枠組みとして、本研究ではある種の角のある離散格子上で定義される四半面テープリッツ作用素に対する指数理論に着目している。この手法を用いてこれまでに、例えば 2 次元系では、バルクと角をなす二つのエッジのモデルハミルトニアンの特値にギャップがあるとき、バルクとエッジのギャップが閉じない限りは不変な位相不変量を定義し、コーナー状態との関連を証明している。この位相不変量はある作用素環の  $K$  群の要素として抽象的に定義されており、その計算が難しいという課題がある。

本年度は本研究で着目する位相不変量の計算手法の開拓に取り組んだ。バルクと二つのエッジにギャップがある系においては、Brillouin トーラス上で定義されたバルクハミルトニアンを(例えば 2 次元系ではある種の 3 次元球面上に)拡張することができることを確認し、この拡張を用いて定義されるトポロジカル数(回転数や Bloch 束を拡張したものの 2 次チャーン数)がコーナー状態やヒンジ状態と関連することを証明した。また、これらの議論を Altland-Zirnbauer による分類のそれぞれのクラスに対して  $K$  理論を用いて展開した。これにより抽象的に定義されていた我々の位相不変量に対し、より幾何学的な描像が明らかとなったことで、具体的な計算等に向けて一つの方針が得られたものと考えている。

### 【代表的な原著論文情報】

1) S. Hayashi, “Classification of topological invariants related to corner states”, Letters in Mathematical Physics, vol. 111, Article number:118, 2021

2) Y. Nagasaki, Y. Takane, Y. Yoshimura, S. Hayashi, T. Nakanishi, “Gapless states localized along a staircase edge in second order topological insulators”, Journal of Physical Society of Japan, vol. 90, No. 10, 104703, 2021