

数学と情報科学で解き明かす多様な対象の数理構造と活用
2020年度採択研究者

2020年度 年次報告書

山田 俊皓

一橋大学大学院経済学研究科
准教授

マリアバン解析と深層学習による高次元偏微分方程式の新しい計算技術

§ 1. 研究成果の概要

2020年度は本研究プロジェクトの目標である「高次元偏微分方程式に対する次元の呪いの影響を受けない数値計算法の構築」を行うべく、プロジェクトの骨格となる方法の研究を行った。特に本プロジェクトが掲げる確率論的方法(マリアバン解析を用いた確率微分方程式の高次弱近似)と深層学習アルゴリズムによる数値計算法の基礎研究に取り組み、高次元偏微分方程式に対する数値計算法をいくつか構成した。

まず、プロジェクトの準備として時間依存型確率微分方程式の解の汎関数の期待値の近似を構成した。この結果は数値計算のジャーナルに掲載された。この研究成果は以後様々な高次元偏微分方程式を扱う上で基礎となるものである。

続いて、プロジェクトの骨格の一つとなる新しい Deep BSDE method を構成した。Deep BSDE とは近年登場した深層学習の方法を用いた後ろ向き確率微分方程式の数値計算法であり、これにより高次元非線形偏微分方程式の解を現実的な計算時間で解くことを可能になるが、一方で数値解への収束そのものは速くはない。この点を改善すべく、非線形偏微分方程式の分解とマリアバン解析を用いた漸近展開を利用した新しい Deep BSDE method を提案し、理論の研究と並行してアルゴリズム開発と数値計算検証を行った。

さらに、高次元線形・非線形偏微分方程式に対する次元の呪いの影響を受けない数値解法として、マリアバン解析を用いた高次弱近似と深層学習の方法による新しい関数近似法の研究を進めている。この方法は高次元の偏微分方程式の解の計算問題を確率制御問題で捉え直し、確率微分方程式の高次弱近似と深層学習及び確率的勾配降下法を用いて偏微分方程式の解の近似を行うものである。現在アルゴリズム開発と数値計算検証を行っている。

【代表的な原著論文情報】

- 1) “High order weak approximation for irregular functionals of time-inhomogeneous SDEs”,
Monte Carlo Methods and Applications (to appear), 2021