

数学と情報科学で解き明かす多様な対象の数理構造と活用
2019 年度採択研究者

2020 年度 年次報告書

平井 広志

東京大学大学院情報理工学系研究科
准教授

新しい凸性に基づくアルゴリズムと最適化理論

§ 1. 研究成果の概要

本年度は, CAT(0)空間上の最適化とアルゴリズム, 代数的組合せ最適化, 離散凸解析ビヨンド Z_n について研究の進展があった:

(1) 昨年度の研究で, 点容量型ターミナルバックアップ問題と呼ばれるネットワークデザイン問題に対して, 組合せ多項式時間アルゴリズムが得られていたが, この成果のジャーナル版の作成を行った(池田基樹氏との共同研究). その際に, コストスケールリング法がうまく動くための新しい離散凸性概念(N凸性)に到達した. これにより, 議論が非常に簡明になった. また, N凸性は, メディアングラフを含む広いクラスのグラフ上の最適化問題に適用できるので, ほかに問題へのさらなる適用も期待できる.

(2) 変数の付いた行列のランクを効率的に求める問題(Edmonds問題)は, 計算機科学における重要な未解決問題であるが, 各変数が非可換であるとした非可換 Edmonds問題に対しては, 多項式時間アルゴリズムが知られている. この問題に対して, モジュラ束上の劣モジュラ最適化とCAT(0)空間上の凸最適化アルゴリズムを組合せた全く新しい多項式時間アルゴリズムを開発した(濱田将樹氏との共同研究).

(3) 変数の付いた多項式行列の行列式の次数を求める問題(重み付き Edmonds問題)は, Edmonds問題の重み付きの一般化であり, いくつかの重要な組合せ最適化問題を含んでいる. この非可換バージョンは, 行列式を Dieudonne 行列式(斜体上の行列式概念)に置き換えて得られる. 重み付き非可換 Edmonds問題は, ユークリッド的ビルディング上の離散凸最適化問題と定式化でき, 擬多項式時間アルゴリズムが得られることがわかっていたが, (1)のN凸性の概念とコストスケールリングを応用することで, 重要なサブクラスに対して, 多項式時間, 強多項式時間アルゴリズムを開発した(池田基樹氏との共同研究).