

大石進一

早稲田大学理工学術院
教授

モデリングのための精度保証付き数値計算論の展開

§ 1. 研究実施体制

(1)「大石」グループ

- ① 研究代表者:大石 進一 (早稲田大学・理工学術院、教授)
- ② 研究項目
 - ・モデリングのための精度保証付き数値計算法の開発

(2)「荻田」グループ

- ① 主たる共同研究者:荻田 武史 (東京女子大学・現代教養学部、准教授)
- ② 研究項目
 - ・無誤差変換法を用いた高速・高精度な数値線形代数アルゴリズムの開発

(3)「山本」グループ

- ① 主たる共同研究者:山本 野人 (電気通信大学・情報理工学部、教授)
- ② 研究項目
 - ・微分方程式に対する精度保証の開発

(4)「高橋」グループ

- ① 主たる共同研究者:高橋 大輔 (早稲田大学・理工学術院、教授)
- ② 研究項目
 - ・可積分系研究の厳密解析の展開

(5)「渡部」グループ

- ① 主たる共同研究者:渡部 善隆 (九州大学・情報基盤研究開発センター、准教授)

② 研究項目

- ・非線形偏微分方程式に対する計算機援用証明

(6)「小林」グループ

① 主たる共同研究者:小林 健太 (一橋大学・商学研究科、准教授)

② 研究項目

- ・有限要素法の誤差評価と精度保証付き数値計算への応用

(7)「尾崎」グループ

① 主たる共同研究者:尾崎 克久 (芝浦工業大学・システム理工学部、准教授)

② 研究項目

- ・線形計算に対する高精度かつ高速なアルゴリズムの開発とその応用

(8)「山中」グループ

① 主たる共同研究者:山中 脩也 (帝京平成大学・現代ライフ学部、助教)

② 研究項目

- ・精度保証理論に基づく計算基盤技術の高性能化

§ 2. 研究実施の概要

モデリングにおける諸問題の解決を目指し、以下のような研究を実施した。



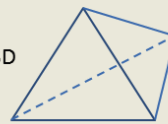
- 「悪条件性問題」の解決を目指し、本研究者らが提案してきた無誤差変換をベースとして、通常の演算精度では解くことが困難となる条件数が10の16乗程度の悪条件性を持つ連立一次方程式に適用可能な高精度数値計算法を開発した。
- 「精度保証基盤技術の高度な展開」として、ヤコビの楕円関数の関数値を精度よく厳密に計算する手法の開発を行った。
- 「精度保証に必要なキ一定数の具体的算出」のため、三角形要素上の線形補間誤差に対する誤差評価定数の精密な評価を確立し、2次元有限要素法をベースにした精度保証付き数値計算へ応用した。また、一般的な偏微分作用素に対する固有値の下界評価フレームワークの提案を行った(下図参照)。

自己共役微分作用素の一般的な固有値評価式

$\lambda_{k,h}$ をk番目の近似固有値として、k番目の真の固有値 λ_k の下界評価式を得た。

$$\frac{\lambda_{k,h}}{1 + C_h^2 \lambda_{k,h}} \leq \lambda_k \quad (1 \leq k \leq n)$$

ラプラス作用素の場合、基礎誤差定数 C_h の確定 (h : メッシュ分割の最大辺長):

<p>1D</p>  <p>$C_h = h/\pi$</p>	<p>2D</p>  <p>$0.1890h \leq C_h \leq 0.1893h$</p>	<p>3D</p>  <p>$C_h \leq 0.3804h$</p>
---	---	---

- 「精度保証フロンティアの開拓」として、2階楕円型線形作用素の可逆性の検証法と逆作用素ノルム評価の精密化に取り組んだ。具体的には、作用素の持つ情報を a posteriori に計算機により評価することにより、作用素ノルムの上界値の改善が期待できるいくつかの精度保証アルゴリズムを提案した。また、常微分方程式で記述される連続力学系の双曲型不動点近傍での Lyapunov 関数を二次形式の形で定め、その定義域を精度保証付き数値計算によって同定する手法を開発した。離散力学系についても同様の手法を開発し、併せて閉軌道の解析に必要なポアンカレ写像への応用開発を行った。さらに、半線形熱方程式に対する解の精度保証付き数値計算方法の開発を行った。
- 「可積分系研究の展開」として、高次保存量を有する決定論的あるいは確率的セルオートマトンの、任意の初期状態からの解の漸近挙動の新しい解析に成功した。渦糸の局所誘導方程式の自己適合移動格子スキームの構築に成功し、3次元空間における離散曲線の運動との関係を明らかにした。
- 「他チームとの協働」を開始するため、いくつかの CREST 研究チームと既にコンタクトをとり、研究内容を伺った。