

「数学と諸分野の協働によるブレイクスルーの探索」
平成21年度採択研究代表者

H25 年度
実績報告

コハツ・ヒガ アルトゥーロ

立命館大学理工学研究科
教授

複雑な金融商品の数学的構造と無限次元解析

§1. 研究実施体制

(1)「シミュレーション」グループ

① 研究代表者:コハツ・ヒガ アルトゥーロ (立命館大学理工学研究科、教授)

② 研究項目

「無限次元解析とシミュレーション方法:新技術確率 Parametrix」

- ・確率 Parametrix と無限次元解析:シミュレーションへの応用、分散減少法
最大値に依存する複雑金融派生商品の新シミュレーション方法
- ・ジャンプ型確率微分方程式の新シミュレーション方法
- ・漸近統計のための無限次元解析
- ・状態スイッチングモデルのシミュレーションと解析

(2)「データ解析」グループ

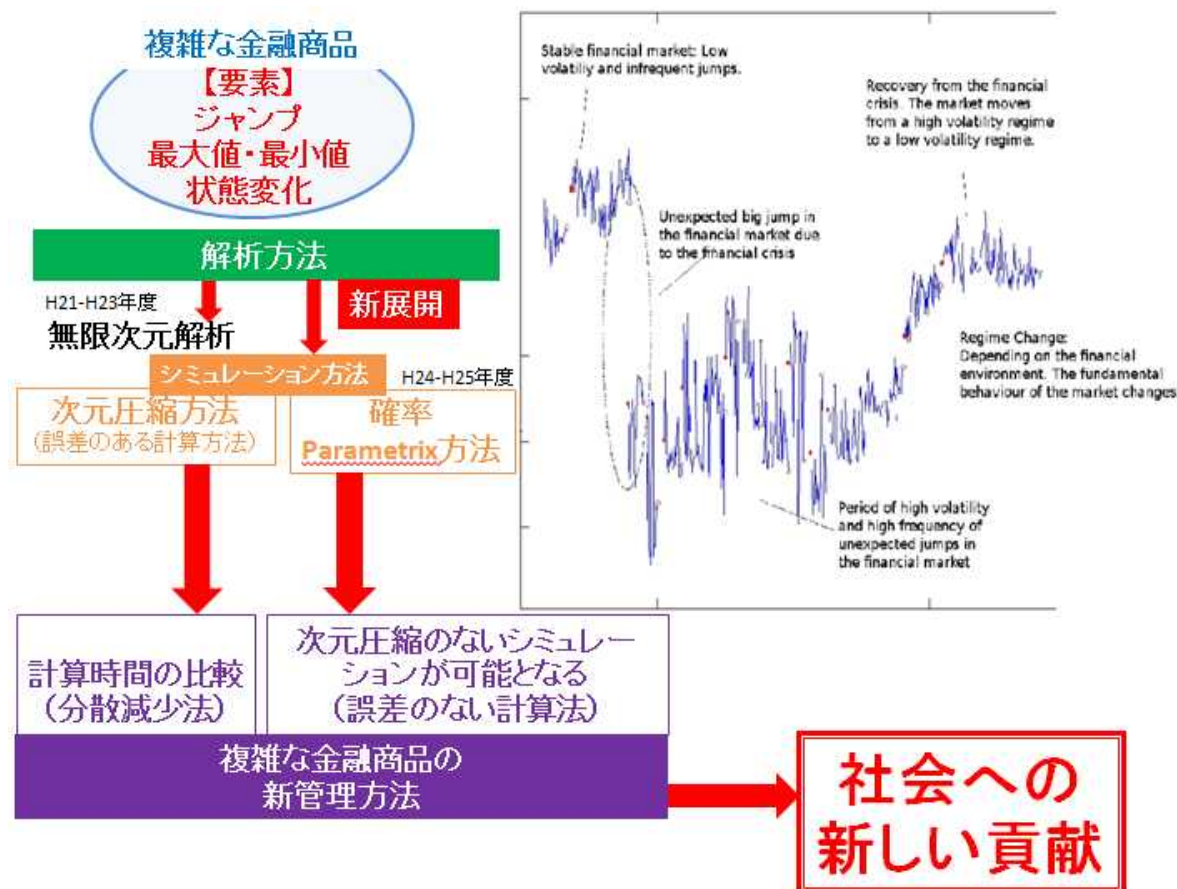
① 主たる共同研究者:内田 雅之 (大阪大学基礎工学研究科、教授)

② 研究項目

「確率微分方程式の統計的モデリングと複雑金融商品の解析への応用」

- ・未知パラメータの統計的推定や統計的検定
- ・統計的モデル評価・選択問題
- ・金融・保険数理への応用

§2. 研究実施の概要



【シミュレーショングループ】

初年度の計画にあった通り、複雑な金融商品に用いられる確率的なモデルの解析を目的として研究を行いました。その中で、本年度は2つの大事な結果が得られました。

金融市場ではジャンプの影響が大きいので、金融商品では常に評価すべき要素です。また、複雑な金融商品の中の多くは、複雑確率モデルの最大値に依存している商品が存在しているが、その「影響」がはっきりと解明されていないのが現状です。シミュレーショングループでは、この2つの要因を解決できる方法について研究を行いました。昨年度発明した確率 Parametrix 方法を基本として、本年度より全面的にシミュレーションや理論の展開を目指しました。この方法は、無限次元解析とシミュレーション分野に大きな貢献となり、また今後金融の分野だけではなく、さまざまな分野に影響を及ぼしていくと期待されています。

特に本年度目指した点として

- ① 最大値に依存する複雑金融派生商品のリスク解析
- ② ジャンプ型確率微分方程式の解析と新シミュレーション方法
- ③ 漸近統計のための無限次元解析
- ④ 状態スイッチングモデルの解析方法とそのシミュレーションを行いました。

【データ解析グループ】

データ解析グループでは、大きく分けて、

- ① 確率微分方程式の統計的モデリング
- ② 数理ファイナンスへの応用
- ③ 保険数理への応用

について研究を行っています。

① 確率微分方程式モデルの統計的モデリング

- ・エルゴード的拡散過程のモデル選択規準を開発し、その理論的正当化を行いました。
- ・ニューヨーク証券取引所の TAQ データベースを整備・構築し、解析で必要となる統計ソフト R のシミュレーションプログラムの開発を進め、データの分析に取り組んでいます。
- ・エルゴード的拡散過程のベイズ推定問題や検定問題に取り組み、観測区間が十分大きい場合の理論的結果を導出しました。さらに、観測区間が有限である確率回帰モデルに対して、高頻度データを用いた最尤型推定量やベイズ型推定量の漸近的性質を示しました。

② 数理ファイナンスへの応用

- ・市場参加者のリスクに対する態度や予想などを反映する一つの指標として、インプライド・ボラティリティと呼ばれるものがあります。これは市場の急変を的確に捉える指標でもあり、この指標を変化させる要因として、市場収益率と市場センチメントが関わっていることを明らかにしました。
- ・金融機関がリスク管理のための市場取引をいつどのタイミングで行うべきかの意思決定について、数学的な結果を与えました。オプション市場での取引で実現される新しいリスク管理の方法を提案するとともに、オプション市場価格に含まれる将来の情報を抽出する新しい方法を開発しました。
- ・2社の企業の株価の一日内の動きの共分散を計測する手法に関する研究で、2社の株価の観測時刻が一致しないような観測の下で、先行研究で提案した共分散推定量が最適であることを証明しました。また、株価時系列の構造を特定する際に用いられるベイズ型推定量に関して、既に挙動が明らかにされていた二次損失関数型の推定量だけでなく、より一般のベイズ型推定量が株価構造を特定する上で良い推定量となっていることを示しました。

③ 保険数理への応用

- ・保険会社の資産の動きをレヴィ過程と言われるジャンプ型の確率過程によってモデリングし、会社が把握すべきリスク量を数学的に表現し、それらが満たすべき方程式や近似式を導出しました。
- ・同じ資産モデルを用いて、保険会社が破産(倒産)する確率評価式を導出し、その評価式をスワップ・オプションなどの価格計算に利用する方法論を提案しました。
- ・レヴィ過程を使って定義される確率モデル(確率微分方程式)に対して、そこに含まれるさまざまな未知母数を観測データから推定するための方法論を提案し、その推定手法の良さを数学的に証明しました。

§3. 成果発表等

(3-1) 原著論文発表

論文詳細情報(国内)

1. 橋本 大哉、土屋 貴裕, ``Rotation invariant α -stable process から導かれる SDE のオイラー丸山近似の収束について"、RIMS 数理解析研究所講究録 1855, 229-235, 2013-10
2. 内田雅之. “確率微分方程式の統計的モデリング”. 日本統計学会誌. (印刷中).

論文詳細情報(国際)

1. Kohatsu-Higa, and Hoang-Long Ngo, "Weak Approximations for SDE's driven by Levy processes", Progress in Probability 67, 131-169, 2013
2. Arturo Kohatsu-Higa, Antoine Lejay, Kazuhiro Yasuda, "Weak approximation errors for stochastic differential equations with non-regular drift", (Preprint 2014)
3. Vlad Bally and Arturo Kohatsu-Higa, "A probabilistic interpretation of the parametrix method", (Preprint 2014)
4. Masafumi Hayashi, Arturo Kohatsu-Higa and Gô Yûki, "Local Hölder Continuity Property of the Densities of Solutions of SDEs with Singular Coefficients", Journal of Theoretical Probability, Vol.26, Iss.4(2013), pp.1117-1134.
5. Hoang Long Ngo and Dai Taguchi, "Strong rate of convergence for the Euler-Maruyama approximation of stochastic differential equations with irregular coefficients. Submitted. 2013.
6. Hiroya Hashimoto and Takahiro Tsuchiya, "Remarks on the rate of strong convergence of Euler-Maruyama approximation for SDEs driven by rotation invariant stable processes", JSIAM Letters 5(0), 13-16, 2013, The Japan Society for Industrial and Applied Mathematics
7. S. V. Lototsky and J. Zhong, "Stochastic evolution systems with constant coefficients", Stochastic Partial Differential Equations: Analysis and Computations, Volume 1, Issue 4, pp 687-771, (DOI 10.1007/s40072-013-0022-2)
8. Tomonori Nakatsu, "Absolute continuity of the laws of a multi-dimensional stochastic differential equation with coefficients depending on the maximum", Statistics & Probability Letters, Vol. 83, No. 11, pp2499-2506, 2013
9. Arturo Kohatsu-Higa, Azmi Makhlof and Hoang Long Ngo, "Approximation of non-smooth type functionals of one-dimensional diffusion processes" Stochastic Processes and their Applications. (Article in Press)
10. Hiroya Hashimoto and Takahiro Tsuchiya, "Convergence rate of stability problems of SDEs with (dis-)continuous coefficients" arXiv:1401.4542 [math.PR]

11. Tomonori Nakatsu, "Volatility risk for options depending on extrema and its estimation using kernel methods"(submitted)
12. Takayuki Fujii and Masayuki Uchida, "AIC type statistics for discretely observed ergodic diffusion processes". *Statistical Inference for Stochastic Processes*. (in press).
13. Hayato Kitagawa and Masayuki Uchida, "Adaptive test statistics for ergodic diffusion processes sampled at discrete times". *Journal of Statistical Planning and Inference*. (in press). (DOI: 10.1016/j.jspi.2014.03.003)
14. Masayuki Uchida and Nakahiro Yoshida, "Adaptive Bayes type estimators of ergodic diffusion processes from discrete observations". *Statistical Inference for Stochastic Processes*. (in press). (DOI : 10.1007/s11203-014-9095-4)
15. Masayuki Uchida and Nakahiro Yoshida, "Quasi likelihood analysis of volatility and nondegeneracy of statistical random field". *Stochastic Processes and their Applications*, 123, no. 7, pp.2851-2876, 2013 (DOI: 10.1016/j.spa.2013.04.008)
16. Nabil Maghrebi, Mark J. Holmes and Kosuke Oya, "Financial instability and the short-term dynamics of volatility expectations", *Applied Financial Economics*, Volume 24, Issue 6, pp.377-395, 2014 (DOI:10.1080/09603107.2014.881966).
17. Runhuan Feng and Yasutaka Shimizu, "On a generalization from ruin to default in a Lévy insurance risk model ", *Methodology and Computing in Applied Probability*, vol. 15, No. 4, pp.773-802, 2013 (DOI: 10.1007/s11009-012-9282-y)
18. Xuemia Hao, Xuan Li and Yasutaka Shimizu, "Finite-time survival probability and credit default swaps pricing under geometric Lévy markets", *Insurance: Mathematics and Economics*, vol. 53, pp.14-23, 2013 (DOI: 10.1016/j.insmatheco.2013.04.003)
19. Wei Sun, Hongwei Long and Yasutaka Shimizu, "Least squares estimator for discretely observed stochastic processes driven by additive small Lévy noises", *Journal of Multivariate Analysis*, vol. 116, pp.422-439, 2013 (DOI: 10.1016/j.jmva.2013.01.012)
20. Masaaki Fukasawa, "Efficient discretization of stochastic integrals ", *Finance and Stochastics*, vol. 18, No. 1, pp.175-208, 2014 (DOI:10.1007/s00780-013-0215-6)
21. Masaaki Fukasawa, "Volatility derivatives and model-free implied leverage", *International Journal of Theoretical and Applied Finance*, Vol. 17, No. 1 (in press). (DOI:10.1142/S0219024914500022)
22. Takayuki Fujii, "Nonparametric estimation for a class of piecewise-deterministic Markov processes", *Journal of Applied Probability*, vol. 50, pp.931-942, 2013 (doi:10.1239/jap/1389370091)
23. Teppei Ogihara, "Local asymptotic mixed normality property for nonsynchronously observed diffusion processes", arXiv:1310.5304. (2013)

24. Teppei Ogihara, “On asymptotic properties of Bayes type estimators with general loss functions”, arXiv:1312.7795. (2013)