

「数学と諸分野の協働によるブレークスルーの探索」
平成 21 年度採択研究代表者

H25 年度 実績報告

大石 進一

早稲田大学理工学術院
教授

非線形系の精度保証付き数値計算法の基盤と
エラーフリーな計算工学アルゴリズムの探求

§1. 研究実施体制

(1)「早稲田大学」グループ

- ① 研究代表者:大石 進一 (早稲田大学理工学術院、教授)
- ② 研究項目
 - ・非線形系の精度保証付き数値計算法の基盤とエラーフリーな計算工学アルゴリズムの探求

(2)「東京女子大学」グループ

- ① 主たる共同研究者:荻田 武史 (東京女子大学現代教養学部、准教授)
- ② 研究項目
 - ・悪条件問題に関する高速かつ高精度な数値計算法の確立

(3)「芝浦工業大学」グループ

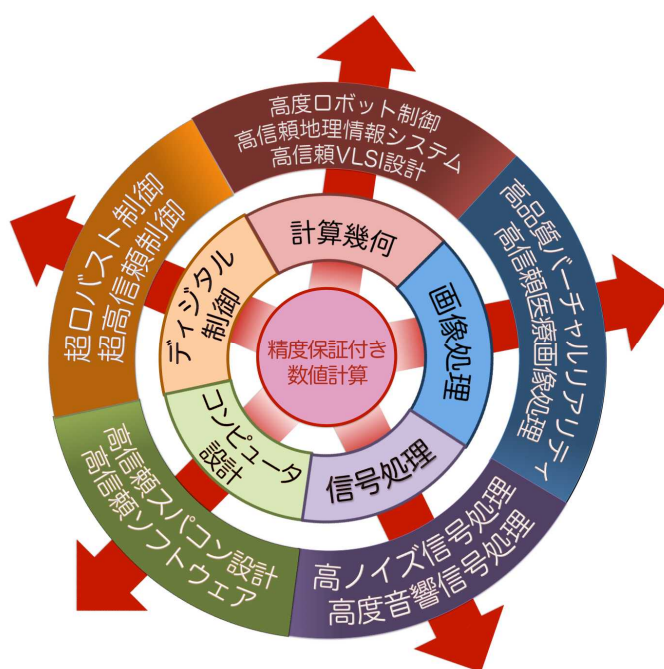
- ① 主たる共同研究者:尾崎 克久 (芝浦工業大学システム理工学部、准教授)
- ② 研究項目
 - ・計算工学のための精度保証付きアルゴリズムの開発

§2. 研究実施の概要

現実社会に現れる理工学の諸問題は、非線形方程式や偏微分方程式で記述されることが多いが、非常に複雑であるため、それらの方程式の厳密な解を求めることはほとんど不可能である。そこで、コンピュータを用いて厳密な解に近い値(近似解)を求める数値計算法という方法が確立されてきた。手順としては、離散化という作業によって、元の問題を解きやすい連立一次方程式に変換し、それをコンピュータによる近似計算(浮動小数点演算)を用いて解くことになる。このとき、離散化の誤差と浮動小数点演算の誤差が問題となる。本研究では、この問題を解決する技術として、精度保証付き数値計算の研究を推進している。本年度は、化学反応を記述する方程式(楕円型方程式)に対して、コンピュータを用いて解の存在と、その解の存在範囲を厳密に求める手法の開発に成功した。また、高品質な解を得るためには、三角関数を含む初等関数等の高精度な計算が必要になるが、その中で重要となる高速な高精度演算アルゴリズムの開発に成功した。さらに、理工分野によく現れる特殊な構造を持った連立一次方程式に対する精度保証法を提案した。

計算工学のアルゴリズムは、コンピュータの内部で実数演算が行われる前提で構成されていることが多い。しかしながら、実際には前述の浮動小数点演算という有限桁のビットを保持する計算体系が利用されているため、実数演算とは異なる性質、すなわち計算誤差の問題を抱えている。よって、計算工学の問題において、理論と実際の計算にギャップがあり、その溝を埋めるためには、計算結果の正当性を高速に保証するための方法が必要となる。本年度は、計算幾何学の基本問題について、良条件問題(比較的計算誤差の影響を受けず、解くのが易しい問題)に対する浮動小数点フィルタの誤差上限を改善し、さらに、凸包構成アルゴリズムについて、入力に微量な誤差が含まれているケースでも精度保証を可能とするといった堅実かつ有用な成果を挙げることができた。

以下は、本研究プロジェクトの波及効果を表したものである。



§3. 成果発表等

(3-1) 原著論文発表

論文詳細情報(国際)

1. X. Liu, S. Oishi: Verified eigenvalue evaluation for Laplacian over polygonal domains of arbitrary shape, *SIAM J. Numer. Anal.*, 51(3), pp.1634-1654, 2013. (DOI: 10.1137/120878446)
2. N. Yamanaka, S. Oishi: Fast quadruple-double floating point format, *NOLTA, IEICE*, Vol.5, No.1, pp.15-34, 2014. (DOI: 10.1587/nolta.5.53)
3. Y. Yanagisawa, T. Ogita, S. Oishi: A modified algorithm for accurate inverse Cholesky factorization, *Nonlinear Theory and Its Applications, IEICE*, 5:1, (2014) 35-46. (DOI: 10.1587/nolta.5.35)
4. A. Minamihata, K. Sekine, T. Ogita, S. Oishi: Fast verified solutions of sparse linear systems with H-matrices, *Reliable Computing*, 19:2 (2013), 127-141. (DOI なし)
5. T. Kinoshita, T. Kimura and M.T. Nakao: On the a posteriori estimates for inverse operators of linear parabolic equations with applications to the numerical enclosure of solutions for nonlinear problem, *Numerische Mathematik*, online first, 20 pp., 2013. (DOI: 10.1007/s00211-013-0575-z)
6. M.T. Nakao, T. Kimura and T. Kinoshita: Constructive a priori error estimates for a full discrete approximation of the heat equation, *SIAM Journal on Numerical Analysis*, Vol. 51, pp. 1525-1541, 2013. (DOI: 10.1137/120875661)
7. T. Kimura: Validated solutions for P-matrix linear complementarity problems, *Pacific Journal of Optimization*, Vol. 9, pp. 479-491, 2013. (DOI なし)
8. A. Takayasu, X. Liu and S. Oishi: Remarks on computable a priori error estimation for higher degree finite element solution of elliptic problem, *NOLTA, IEICE*, Vol.5, No.1, pp.53-63, 2014. (DOI: 10.1587/nolta.5.53)
9. X. Liu, S. Oishi: Guaranteed high-precision estimation for P0 interpolation constants on triangular finite elements, *Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics (JJIAM)*, 30(3), pp.635-652, 2013. (DOI: 10.1007/s13160-013-0120-6)
10. K. Sekine, A. Takayasu, S. Oishi: An algorithm of identifying parameters satisfying a sufficient condition of Plum's Newton-Kantorovich like existence theorem for nonlinear operator, *NOLTA, IEICE*, vol.5, No1, pp.64-79, Jan. 2014. (DOI: 10.1587/nolta.5.64)