

柴田 良弘

早稲田大学理工学術院基幹理工学部・教授

現代数学解析による流体力学の未解決問題への挑戦

## §1. 研究実施体制

### (1) 「理論研究」グループ

① 研究代表者: 柴田 良弘 (早稲田大学理工学術院基幹理工学部数学科、教授)

② 研究項目

- ・擬微分作用素を用いた解の表示に基づく非平行流れの安定性解析手法の検討
- ・境界要素法による物体後流の安定性評価手法の検討
- ・混相流現象の解明に向けた数値的, 理論的検討

### (2) 「混相流実験研究」グループ

① 主たる共同研究者: 山本 勝弘 (早稲田大学理工学術院基幹理工学部機械科学・航空学科、教授)

② 研究項目

- ・高速水噴流に見られる混相流現象の高精度実験
- ・気泡の生成・消滅過程とマイクロ・ナノバブルの動力学に関する解析

### (3) 「流れの安定性実験研究」グループ

① 主たる共同研究者: 高木 正平 (室蘭工業大学航空宇宙機システム研究センター、教授)

② 研究項目

- ・物体近傍の非定常流体现象に着目した風洞実験の実施の実験
- ・物体近傍流れの人工制御手法の検討

### (4) 「流れの大域構造」グループ

① 主たる共同研究者: 飯間 信 (広島大学大学院理学研究科、准教授)

② 研究項目

- 2種混合流体の熱対流における流れの大域構造メカニズムの解明
- 回転流体の自由表面変形に関する流れの大域的な層流・乱流遷移メカニズムの探求
- 翼周りの流れの数理構造の分析

## § 2. 研究実施内容

本研究では数学者と工学者との協働で流体工学の未解決問題に対して厳密な定式化と解の挙動の解析手法を開発し、それを社会的に重要な課題に適用し実験により検証することによってその有効性を実証することを目標とする。なお、本研究には大きく分けて

- ・物体後流の安定性メカニズムの解明と空力騒音への応用
- ・混相流現象のメソスコピックおよびマクロスコピックな観点からの現象解明
- ・流れの大域構造の解明

の三つのテーマがある。これらのテーマについて、以下順に報告する。

物体後流の安定性に関しては、数学の理論的考察<sup>(1),(3),(4)</sup>により Navier-Stokes 方程式の定常解周りで線形化して得られる一般ストークス方程式の解析が問題の本質的な部分である。これについて、昨年度に引続き物体後流に導入した攪乱の時間発展を記述する変数係数線型偏微分方程式の近似解について検討した。昨年は渦度方程式に基づく定式化に擬微分作用素の方法を適用して近似解を構成しその解析を行った。これに対し、本年度は Navier-Stokes 方程式に基づく定式化に擬微分作用素の方法を適用して近似解を構成した。これは非常に複雑な形になるが、平行流れの場合には大幅に簡略化されるので、まずこの場合について解析を行うことを考える。今後、これに steepest descent の方法を適用して漸近解の数値計算を行う予定である。また、気象学の分野で用いられている波活動度および波活動度フラックスなどの概念を導入した解析、および有限要素法による数値解析による検討を開始した。実験研究に関しては、レイノルズ数が  $10^4$  程度で、わずかに迎角を持たせた NACA0006 の後縁近傍の逆流領域から絶対不安定に起因した離散的な周波数を持つ速度変動が成長することを見出し、絶対不安定点をほぼ特定した。絶対不安定点を囲むように変動振幅や周波数の飛ぶU字型をした領域が見だされたが、変動計測に用いる熱線プローブの侵襲で流れ場を乱すためであることも明らかとなった。この現象は新しい渦抑制技術につながる可能性がある。また二次元柱体の後流の可視化から、円柱では規則的な渦列が形成される 100 程度のレイノルズ数の流れの条件で、三角柱では模型直後では規則的な渦列が形成されるものの、代表長さの 5-10 倍程度下流で突然渦列が崩壊する現象が観察された。CFD 解析によりあるレイノルズ数範囲で三角柱後方の逆流領域が拡大し、交番渦列の干渉が弱まることが示唆されたが、今後レーザー光を用いた非接触手法を用いて逆流を含む平均速度分布等を計測し渦列崩壊の原因を追求する予定である。

混相流に関しては、昨年度までの実験観察により、キャビテーション気泡雲中の衝撃圧発生メカニズムを次のように想定した。すなわち、直径数ミリメートルのキャビテーション気泡雲が低圧の蒸気状態から一気に下流側の大気圧にさらされ、圧力波が気泡雲の中心部に収縮伝播し、高圧が発生する<sup>(13)</sup>。このような流れ場を球対称な1次元流れと見なし、微小気泡の運動をレイリー・プレセットモデルで流体の圧縮性を考慮したケラーの式によって表して流れ場と気泡の運動を連成して解いた。流れ場の数値解析には伝播速度が大幅に変化し、急峻化する波動を安定に計算できる CIP-CUP 法を採用した。その結果、気泡雲が最小となる直前に圧力パルスが発生し、気泡雲中

心部における圧力の最大値は約 176[MPa]に達することが分かった。しかし気泡雲のリバウンド間隔は実験値に対して1桁小さく、解におよぼす各パラメータの影響を詳細に分析してモデルのさらなる改善を進めることは今後の課題である。一方、境界面に揺らぎを考慮した単一気泡のダイナミクスに関して確率的なレイリー・プレセット・ケラー方程式を提案した。さらに、単一気泡を超音波振動子で加振し、そのリバウンド現象を観測した。特に気泡が圧壊する際に生じる衝撃圧を計測し、リバウンドに伴う衝撃波が発生していることを確認した。また、医療用のメスとして応用されるレーザーを用いて、レーザー誘起パルスウォータージェット発生装置を開発した。これを用いて、パルスウォータージェットに関する基本特性の実験と観測を行った。また、粒子法に基づく数値計算コードを開発し、Wijngarrden の気泡流モデルを用いた気泡クラウドのリバウンド現象の解析を行った。また、ナノ気泡の発生から崩壊に至る素過程を明らかにするために、まず、単原子モデルであるレナード・ジョーンズ粒子を用いた分子動力学計算によって、気泡の自然発生が可能であることを数値的に見出した。また、分子動力学法によって、ハミルトン系として定式化されるミクロなモデルにおいても、マクロなモデルであるナビエ・ストークス方程式から導かれるレイリー・プレセット方程式と同様に、気泡の発生から崩壊までの間で、リバウンド現象が観測できた。並進と回転運動を伴う水分子についてもナノ気泡の凝縮について数値解析を行った。一方、これら混相流現象の根本を解明するための数学理論の構築として、ベンチマークとなるべき理論構成を作用素のR有界性の観点から行った<sup>(2),(5),(6)</sup>。

流れの大域構造に関しては、2種混合流体の熱対流における流れの大域構造形成メカニズムを空間局在する時間周期進行解の安定領域に着目して調べた。周期境界条件における分岐構造を調べるとバックグラウンド(熱伝導状態)が不安定であっても安定空間局在解が存在する領域がある。領域が無限に大きい場合は熱伝導状態に近い状態は不安定と考えられるので、この現象は領域の有界性に起因し、発生した攪乱は移流不安性により伝搬して対流構造に吸収されると考えられる。我々は周期境界条件の領域を大きくした場合の時間周期進行解の挙動を調べた。その結果解の消失はサドル・ノード型分岐によるが、臨界点が計算領域に依存し、計算領域が大きいと臨界レイリー数が小さくなることを示唆する結果を得た。また時間周期進行解同士の衝突を調べた所、衝突結果は両者の位相に依存するがほとんどの場合一つの時間周期進行解になることがわかった。以上からこの系での流れの大域構造形成メカニズムは以下の様に考えられる。まず熱伝導状態の不安定性から発生する攪乱が成長して局在構造を形成し、それらの衝突により構造の数が減少する。最終的には局在構造が同方向に進行し、かつ熱伝導状態の攪乱が構造部分で吸収される程度の間隔になった所で収束する。我々は非常に大きい計算領域において一般の初期値から非常に長い時間発展計算を行ったところ、上記のシナリオに沿って最終的には同方向に進む複数の時間周期進行解になることを確認した<sup>(11)</sup>。次に構造形成過程の数理構造を調べるために分岐構造を構成する解の固有値分布および解同士のヘテロ結合ネットワークについて調べた。特に空間局在するが時間的に定常で、構造を構成する対流セルの個数が偶数である解(偶定常局在解)を対象とした。この解は同一パラメータ下でも構成する対流セルの数が異なる多数の局在解が共存し、たとえ安定な解であっても一般の初期値からの時間発展ではほとんどみること

が出来ない。これらの解の分岐枝は蛇腹のように折れ曲がった一本の曲線となっている。この曲線に沿った座標に対して解の固有値を描くと、グラフは概ね入れ子構造になっていることがわかった。また不安定解に摂動を加えた場合、別の解に遷移する様子が見られるが、そのネットワーク構造を空間対称性に注目して作成した。これらの解析の結果、28種類ある偶定常局在解は4つのカテゴリーに分類できる。回転流体の自由表面変形に関しては、動的な流れの遷移を含む時空間構造の維持メカニズムを調べるため、UVP の計測データから流体の速度分布および界面の動力学を調べた。また乱れの伝搬をより詳細に計測できるレーザードップラー流速計測システムの調整および装置の改善を行った。翼周りの流れについては流れの一部を取り出した数学的モデルを作成し、分析可能性についての検討を行った。

### §3. 成果発表等

#### (3-1) 原著論文発表

##### ●論文詳細情報

1. Matthias Hieber, Yuka Naito and Yoshihiro Shibata, “On the Non-newtonian fluid in an exterior domain in three dimensions”, J. Differential Equations 252 巻 3 号 (2012) 2617-2629.
2. Yoshihiro Shibata and Senjo Shimizu, “On the maximal  $L_p - L_q$  regularity of the Stokes problem with first order boundary condition; model problems”, J. Math. Soc. Japan, 64 巻 2 号 (2012) 561-626
3. Yuko Enomoto and Yoshihiro Shibata, “On some decay properties of Stokes semigroup of compressible viscous fluid flow in a 2-dimensional exterior domain”, J. Differential Equations, 252 巻 (2012) 12 号, 6214-6249
4. Yuko Enomoto and Yoshihiro Shibata, “About compressible viscous fluid flow in a 2-dimensional exterior domain”, Spectral theory, mathematical system theory, evolution equations, differential and difference equations, 305-321, Oper. Theory Adv. Appl., 221 巻 Birkhauser/Springer Basel Ag, Basel, 2012
5. Yoshihiro Shibata, “On a generalized resolvent estimates of the Stokes equations with first order boundary condition in a general domain”, J. MathFluid Mech. DOI: 10.1007/s00021-012-0130-1
6. Yuko Enomoto and Yoshihiro Shibata, “On the R-sectoriality and the initial boundary value problem for the viscous compressible fluid flow”, to appear in Funkcialaj Ekvacioj
7. 堀雄貴, 内田優悟, 中井秀聡, 山本勝弘, "水平管路内の水柱分離・再結合時に生じるスパイク状圧力について", ターボ機械, Vol.40, No.10(2012),pp.620-629

8. Joris Vankerschaver, Hiroaki Yoshimura and Melvin Leok, The Hamilton-Pontryagin Principle and Multi-Dirac Structures for Classical Field Theories, *Journal of Mathematical Physics*, 53, 072903, 2012.
9. Kaori Onozaki and Hiroaki Yoshimura, Dirac Reduction of binary asteroid systems with symmetry and stability of relative equilibria, *Theoretical & Applied Mechanics Letters*, 3, 130111-130118, 2013.
10. Itoh, N., Takagi, S. and Ikeda T., "Instability and frequency selection of the wake behind a flat plate", *Transactions of the Japan Society for Aeronautics and Space Science*, Vol.55, No.6(2012)356-363.
11. Takeshi Watanabe, Makoto Iima and Yasumasa Nishiura, "Spontaneous formation of travelling localized structures and their asymptotic behaviour in binary fluid convection", *Journal of Fluid Mechanics* Vol. 712 (2012) pp 219-243.
12. 高木正平、山谷直広、伊藤信毅: 人工音響ループによる二次元噴流不安定波周波数の制御, 日本航空宇宙学会論文集. 印刷中
13. Takashi YOSHIDA, Hirotaka IIDA, Atsushi YOSHIDA and Katsuhiko YAMAMOTO, "High speed observation of unsteady behavior of bubble clouds split from cavitating jet", *Proc.of Water jetting, BHR Group* (September,19-21, 2012, Ottawa,Canada) p.307-317
14. Hiroaki Yoshimura and Henry Jacobs, Tensor Products of Dirac Structures and Interconnection of Implicit Lagrangian Systems, *Proc. of 20th International Symposium on Mathematical Theory of Networks and Systems 2012*, University of Melbourne.
15. Kaori Onozaki and Hiroaki Yoshimura, Dirac Reduction of Binary Asteroid Systems with Symmetry and Stability of Relative Equilibria, *The 6th Asian Conference on Multibody Dynamics*, Vol.6, No.12300, pp.1-8, 2012.