

柴田良弘

早稲田大学理工学術院基幹理工学部数学科・教授

現代数学解析による流体力学の未解決問題への挑戦

## §1. 研究実施体制

### (1)「理論研究」グループ

① 研究代表者: 柴田 良弘 (早稲田大学理工学術院基幹理工学部数学科、教授)

#### ② 研究項目

- ・一般化 Stokes 方程式の解の漸近挙動を解析する数学的手法の確立
- ・大規模かつ大域的な分子の集団運動(例えば気泡の発生や構造相転移)の解析
- ・マクロスコピックな解析におけるメソスコピックな視点の導入の検討

### (2)「理論研究」サブグループ

① 主たる共同研究者: 水島 二郎 (同志社大学理工学部機械工学科、教授)

#### ② 研究項目

- ・物体後流の安定性メカニズムの解明と数値解析手法の開発

### (3)「混相流実験研究」グループ

① 主たる共同研究者: 山本 勝弘 (早稲田大学理工学術院基幹理工学部機械・航空学科、教授)

#### ② 研究項目

- ・気泡の生成・消滅過程とマイクロ・ナノバブルの動力学についての検討

### (4)「流れの安定性実験研究」グループ

① 主たる共同研究者: 高木 正平 (室蘭工業大学航空宇宙機システム研究センター、教授)

#### ② 研究項目

- ・空力騒音発生に関連していると目される流体现象についての検討とその工学的応用につ

いての検討

(5)「境界層遷移実験研究」グループ

①主たる共同研究者:浅井 雅人 (首都大学東京・システムデザイン研究科、教授)

②研究項目

・境界層遷移および物体後流の安定性に関連していると目される流体现象についての検討  
とその工学的応用についての検討

(6)「流れの大域構造研究」グループ

①主たる共同研究者:飯間 信 (広島大学大学院理学研究科、准教授)

②研究項目

- ・流れの大域構造を解析するための手法の開発とその応用
- ・物体後方の流れの大域構造の数値解析
- ・流れの大域構造に関する実験

## § 2. 研究実施内容

(文中に番号がある場合は(3-1)に対応する)

本研究では数学者と工学者との協働で流体力学の未解決問題に対して厳密な定式化と解の挙動の解析手法を開発し、それを社会的に重要な課題に適用し実験により検証することによってその有効性を実証することを目指す。なお、本研究には大きく分けて

- ・物体後流の流れの安定性メカニズムの解明と空力騒音への応用
- ・混相流現象のメソスコピックおよびマクロスコピックな観点からの現象解明
- ・流れの大域構造の解明

の三つのテーマがある。これらのテーマについて、以下順に報告する。

物体後流の安定性に関しては、物体後流に導入した攪乱の時間発展を記述する変数係数線型偏微分方程式の近似解について検討した。具体的には、その方程式の偏微分作用素に対して *parametrix* を形式的に構成し、近似解の積分表示を求めた。さらに、それを微小パラメータについて漸近展開し、その第一項を評価することによって、攪乱の局所的な増幅率の計算式を導出した。その計算式を円柱後流に適用し、実際の数値データを用いて Newton 法により数値計算した結果、攪乱の局所的な増幅率は Reynolds 数に大きく依存せず、臨界 Reynolds 数を超えても円柱半径の数倍以上後方の領域ではすべて減衰することが判明した。この結果の原因を探るため、円柱後流に導入した攪乱の時間発展を記述する変数係数線型偏微分方程式の数値解析を行った。特に、境界の影響を考慮しない解析で攪乱の時間発展がどのように変化するかを見るため、円柱境界を考慮する計算と考慮しない計算を比較した。その結果、臨界 Reynolds 数を超えると、どちらも同じように増幅することが判明した(図1および図2)。したがって、境界の有無は攪乱の時間発展には影響を与えず、上記の数学解析による局所的な増幅率は、それ以外の要因が影響している可能性が考えられる。この要因の特定は今後の検討課題である。

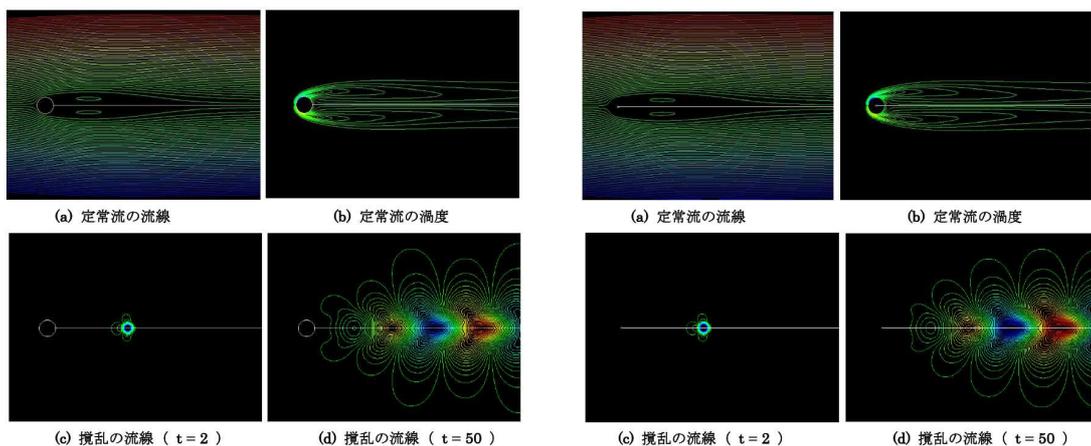


図1 円柱後流（定常流）に導入した攪乱の数値解析（円柱境界を考慮した場合）

図2 円柱後流（定常流）に導入した攪乱の数値解析（円柱境界を考慮しない場合）

混相流に関しては、相変化を含む管内非定常気液二相流の実験と数値解析モデルの検討、高速水中水噴流の実験と数値解析モデルの検討<sup>(3)</sup>、レイリープレセット方程式による単一気泡の

非線形挙動の解析<sup>5)</sup>および単泡性ソノルミネッセンスとリバウンド現象の観察を行った。高速水中水噴流の実験と数値解析モデルについては、実験で内径  $0.15[\text{mm}]$  のオリフィスノズルから大気圧下に噴出するキャビテーションジェットを撮影速度  $46.5 \times 10^4 \text{fps}$  の高速ビデオカメラで観察し、ハイドロフォンにより圧力パルスの発生頻度を測定した。その結果、キャビテーションジェットの非定常挙動は、まずノズル出口から下流へキャビテーションジェットが成長し、その長さが最大に達すると数個の気泡雲に分裂すること、その後各気泡雲は、数回収縮・膨張を繰り返して消滅することが分かった。シャドウグラフから気泡雲の収縮膨張の周期は約  $100\text{--}200[\mu\text{s}]$  となり、またシュリーレン写真より収縮時に高輝度の圧力波紋が拡大伝播する様子が観察された(図3)。一方、噴流周囲でハイドロフォンにより検出された圧力パルスの発生頻度は  $1\text{--}10[\text{kHz}]$  の範囲であることが分かった。これらの実験から、圧力パルスは気泡雲が最小となる数  $\mu\text{s}$  前に発生することを見出した。

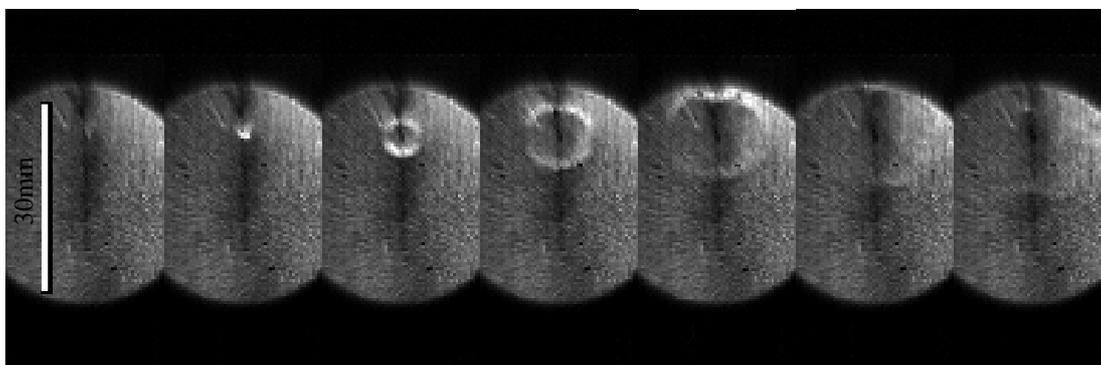


図3 気泡雲崩壊時に生じる圧力パルスのシュリーレン写真

また、単泡性ソノルミネッセンスとリバウンド現象については、高速度カメラを用いて振動圧力を加えた場合の気泡ダイナミクスの観察を行った。図4はレイリー・プレセット方程式に音速を考慮したケラーモデルでの数値シミュレーション結果<sup>5)</sup>を、図5は撮影した画像から測定した気泡半径の運動を表している。ともに大きな振幅の後に細かい振幅の波形が続いている。図6は撮影した気泡運動の1周期を示す。最大直径が約  $75[\mu\text{m}]$  の気泡が、細かいリバウンドを繰り返し最大径に戻っていくことが確認できる。

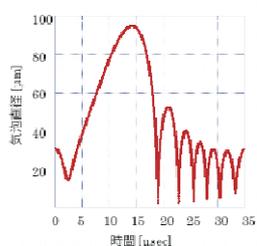


図4 ケラーモデルの数値シミュレーション

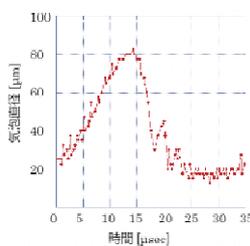


図5 実験結果

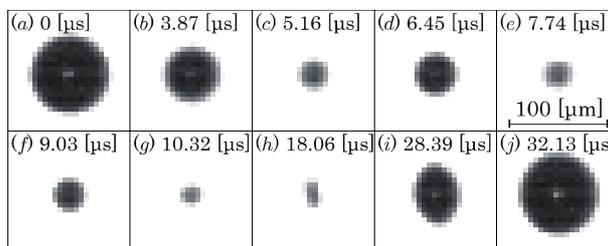


図6 撮影した気泡ダイナミクス

流れの大域構造に関しては、2種混合流体の対流問題において局在解同士の相互作用と流れの大域構造形成ダイナミクスを解析し、衝突結果の位相依存性、大領域におけるパターン形成過程などを明らかにした<sup>(12),(13)</sup>。また物体後流の安定性に関してその分岐構造の解析に着手し、さらに混相流における流れの大域構造の実験的解析として回転流れにおける自由表面変形の動力学の解析を行った<sup>(11)</sup>。特に、回転流れにおける自由表面変形の動力学の解析において、本プロジェクトで構築したレーザードップラー流速計測システムを用いた計測を開始した(図7)。

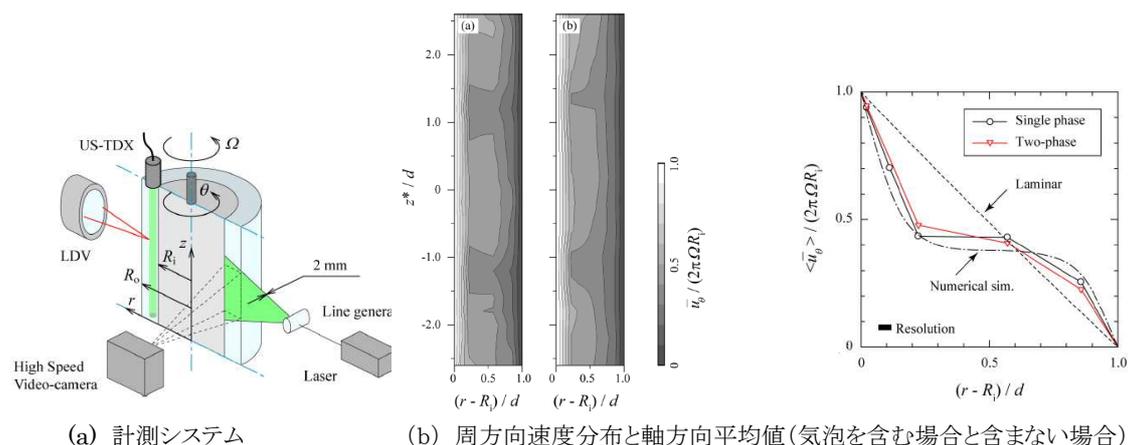


図7 LDVによるテーラージェット流れの周方向速度の計測

### §3. 成果発表等

#### (3-1) 原著論文発表

##### ●論文詳細情報

1. Shibata, Yoshihiro; Shimizu, Senjo, "Maximal L-regularity for the two-phase Stokes equations; model problems", J. Differential Equations 251 (2011), no. 2, 373-419 (DOI:10.1016/j.jde.2011.04.005).
2. Shibata, Yoshihiro; Shimizu, Senjo, "Report on a local in time solvability of free surface problems for the NavierStokes equations with surface tension", Appl. Anal. 90 (2011), no. 1, 201-214 (DOI:10.1080/00036811003735899).
3. 山本勝弘、吉田崇、飯田浩貴、吉田篤史、"キャビテーションジェットによるアルミニウム材料の壊食特性と気泡雲の崩壊現象について"、日本機械学会論文集(B1)、Vol.77, No.784(2011.12混相流特集号)、pp.2295-2305 (doi:10.1299/kikaib.77.2295).
4. Joris Vankerschaver, Hiroaki Yoshimura and Melvin Leok, "On the Geometry of Multi-Dirac Structures and Gerstenhaber Algebras", Journal of Geometry and Physics 61(2011), pp. 1415-1425, 2011 (doi:10.1016/j.geomphys.2011.03.005).
5. Shohei Shikada and Hiroaki Yoshimura, "Nonlinear Phenomena in Rayleigh-Plesset Equation for Single Bubble Dynamics", NEW TRENDS IN FLUID MECHANICS

- RESEARCH, Proceedings of the Sixth International Conference on Fluid Mechanics American Institute of Physics Conf. Proc. Vol.1376, pp.552-554, 2011 (DOI: 10.1063/1.3651974).
6. Francois Gay-Balmaz and Hiroaki Yoshimura, “Hamilton-Pontryagin Principle for Incompressible Ideal Fluids”, NEW TRENDS IN FLUID MECHANICS RESEARCH, Proceeding of the Sixth International Conference on Fluid Mechanics, Proceedings of the Sixth International Conference on Fluid Mechanics American Institute of Physics Conf. Proc. Vol.1376, pp.552-554, 2011 (DOI: 10.1063/1.3652002).
7. Henry Jacobs and Hiroaki Yoshimura, “Interconnection and Composition of Dirac Structures for Lagrange-Dirac Systems”, Proc. 50th IEEE Conference on Decision and Control, pp.1-6, 2011 (DOI: <http://dx.doi.org/10.1063/1.3498539>).
8. Asai, M., Inasawa, A., Konishi, Y., Hoshino, S., and Takagi, S., "Experimental investigation of the instability of wakes of axisymmetric streamline body", Journal of Fluid Mechanics, 675(2011), pp. 574-595 (DOI:10.1017/jfm.2011.37).
9. T. Ikeda, T. Atobe and S. Takagi, “Direct simulations of trailing-edge noise generation from two-dimensional airfoils at low-Reynolds numbers”, Journal of Sound and Vibration, 331 (2011) pp. 556–574 (DOI:10.1016/J.jsv.2011.09.19).
10. A. Wada, K. Ishikawa, J. Mizushima and T. Akinaga, “Deflection of jets discharged into a reservoir with a free surface”, 2011, Fluid Dynamics Research (IOP Science [England]), vol. 43, no. 2, pp. 025503-1-17 (DOI:10.1088/0169-5983/43/2/025503).
11. M. Iima, Y. Iijima, Y. Sato and Y. Tasaka, ”A time-series analysis of the free-surface motion of rotational flow”, Theor. Appl. Mech. Jpn. 59 (2011), pp.187-193.
12. T. Watanabe, K. Toyabe, M. Iima and Y. Nishiura, “Time-periodic traveling solutions of localized convection cells in binary fluid mixture”, Theor. Appl. Mech. Jpn. 59 (2011), pp.211-219.
13. M. Iima, Y. Tasaka and T. Watanabe, “Analysis of Global Flow Structure”, GAKUTO International Series, Mathematical Sciences and Applications, vol.34, pp.25—38,
14. 堀雄貴, 内田優悟, 中井秀聡, 山本勝弘, “水平管路内の水柱分離・再結合時に生じるスパイク状圧力について”, ターボ機械, (掲載可、2012.3.8).
15. Itoh, N., Takagi, S. and Ikeda T.: “Instability and frequency selection of the wake behind a flat plate”, Transactions of Japan Society of Aeronautical and Space Sciences, in press.
16. M. Iima and T. Nakagaki, “Peristaltic transport and mixing of cytosol through the whole body of Physarum plasmodium”, Mathematical Medicine and Biology, in press.