

日比孝之

大阪大学大学院情報科学研究科・教授

現代の産業社会とグレブナー基底の調和

§1. 研究実施体制

- (1) 理論系第1グループ
 - ① 研究代表者:日比孝之 (大阪大学大学院情報科学研究科、教授)
 - ② 研究項目
 - ・先端科学技術に現れるグレブナー基底の代数的理論の探究
- (2) 理論系第2グループ
 - ① 主たる共同研究者:大杉英史 (立教大学理学部、准教授)
 - ② 研究項目
 - ・先端科学技術に現れるグレブナー基底の代数的理論の探究
- (3) 応用系第1グループ
 - ① 主たる共同研究者:竹村彰通 (東京大学大学院情報理工学系研究科、教授)
 - ② 研究項目
 - ・グレブナー基底の先端科学技術への実践的応用の探究
- (4) 応用系第2グループ
 - ① 主たる共同研究者:青木 敏 (鹿児島大学大学院理工学研究科、准教授)
 - ② 研究項目
 - ・グレブナー基底の先端科学技術への実践的応用の探究
- (5) 応用系第3グループ
 - ① 主たる共同研究者:栗木 哲 (統計数理研究所数理・推論研究系、教授)
 - ② 研究項目
 - ・グレブナー基底の先端科学技術への実践的応用の探究
- (6) 応用系第4グループ
 - ① 主たる共同研究者:大津起夫 ((独)大学入試センター研究開発部、教授)

- ② 研究項目
 - ・グレブナー基底の先端科学技術への実践的応用の探究
- (7) 応用系第5グループ
 - ① 主たる共同研究者: 只木孝太郎 (中央大学研究開発機構、機構准教授)
 - ② 研究項目
 - ・グレブナー基底の先端科学技術への実践的応用の探究
- (8) 計算系第1グループ
 - ① 主たる共同研究者: 高山信毅 (神戸大学大学院理学研究科、教授)
主たる共同研究者: 野呂正行 (神戸大学大学院理学研究科、教授)
主たる共同研究者: 野海正俊 (神戸大学大学院理学研究科、教授)
 - ② 研究項目
 - ・グレブナー基底の計算の高速化とソフトウェアの開発
- (9) 計算系第2グループ
 - ① 主たる共同研究者: 武田朗子 (慶應義塾大学理工学部、講師)
 - ② 研究項目
 - ・グレブナー基底の計算の高速化とソフトウェアの開発
- (10) 計算系第3グループ
 - ① 主たる共同研究者: 濱田龍義 (福岡大学理学部、助教)
 - ② 研究項目
 - ・グレブナー基底の計算の高速化とソフトウェアの開発

§ 2. 研究実施内容

(文中に番号がある場合は(3-1)に対応する)

待望の単行本『グレブナー道場』(JST CREST 日比チーム編、共立出版、2011年9月、557ページ)が出版された。初版第1刷1,300冊は、僅か5ヶ月で完売するなど、その反響はきわめて大きい。『グレブナー道場』には、医学統計、実験計画などの現場において、一般のユーザーがグレブナー基底の理論と計算ソフトを使うための秘伝が集約されている。『グレブナー道場』をテキストに使い、第2回グレブナー神戸スクール(神戸大学理学部、2012年2月20日から2月24日)が開催された。他方、数学セミナー2012年2月号において、特集「グレブナー基底の新天地」が生まれ、チームのメンバーが執筆した解説記事8編が掲載された。

平成23年度の研究は、研究実施計画書に従い、(戦略a)、(戦略d)、(戦略e)、(戦略g)を展開した。何れの戦略も研究実施計画書に沿った成果を挙げることができた。以下、それぞれの戦略の具体的な研究実施内容を記す。

(戦略a) 分割表などのマルコフ基底の具象的探究

分割表のマルコフ基底に関する研究として、有限マルコフ連鎖モデルの斉時性を検定するためのマルコフ基底の具体的な形に関する研究[5][24]を遂行し、状態数が2である最も簡単な場合において、マルコフ基底の明示的な形を得ることに成功した。一般の状態数の場合のマルコフ基底の形を探究することは、きわめて困難であるが、そのような困難な場合には、格子基底を使って正確検定を実施することも考えられる。格子基底を使った正確検定については[29]において基本的な方法論を与えた。

他方、条件付き独立性の判定法として有用な `imset` に付随するトーリックイデアルの性質については[35]において幾つかの特筆すべき重要な結果が得られ、実験計画法については、デザインイデアルやマルコフ基底に関する概観記事[13]が刊行された。その他、超平面配置理論の統計学への応用の研究[17][36][39]も展開した。

(戦略d) Risa/Asir の進化とグレブナー基底の高速計算

多項式イデアルの準素分解を効率的に遂行する新しいアルゴリズム(SYCI アルゴリズム[6])を Risa/Asir 上に実装し、部分並列化も実施した([33])。実装に際し、イデアル商と saturation などに対し、複数の計算法の比較を実施し、多くの入力に対して滞りなく計算できるような設定について考察した。部分並列化した結果、並列化不可能な素イデアル分解、イデアル共通部分計算などの効率向上の必要性が次第に明らかになってきた。一般論としては、グレブナー基底計算の高速化が必要となるが、しかし、統計学で重要な二項式イデアルの素イデアル分解に対しては `cellular` 分解と呼ばれる中間分解が応用できる。これについては、既存方法を元に改良を施し、目下、高速なアルゴリズムを開発しつつある。

(戦略e) D加群の積分アルゴリズムの実装とその応用

統計分布の正規化定数はパラメータ付き積分であることが多く、積分アルゴリズムにより正規化定数の満たす線型微分方程式系を導出することが可能となる。そのような手法と線型連立微分方程式の数値解析を組み合わせることによって[8]において最尤推定を実施するための全く新しい手法であるホロミック勾配降下法を提唱し、2次元球面上の分布である Fisher-Bingham 分布に対してその有効性を示した。ホロミック勾配降下法は多くの統計分布に有効であり SO(3) 上の Fisher 分布についての最尤推定、Wishart 分布の最大固有値の累積分布密度関数の高精度計算に成功した。他方、積分アルゴリズムによる微分方程式の導出は計算量の厚い壁があり、理論的手法で正規化定数の満たす微分方程式を考察する方向も重要である。論文[32]では、ある指数型分布族の満たす線型連立微分方程式系を理論的に考察する新しいスキームを提案した。このような理論的アプローチも駆使し、高次元 Fisher-Bingham 分布の最尤推定アルゴリズムを与えた。離散的な正規化定数は和であり、それがパラメータについて満たす差分方程式を導出することが差分版のホロミック勾配降下法に必要であるが、[31]ではそのような差分方程式を導出するアルゴリズムと実装を与えた。ホロミック勾配降下法は汎用的な最適化手法であり、経済に現れる最適化問題を考察した論文[14][23]との関連を調べることは今後の課題である。

他方、開発したソフトウェアは、数学ソフトウェアを現場のユーザーに使いやすい形で編集している MathLibre (旧 KNOPPIX/Math) [28]に種々のソフトウェアと統合して使いやすい形で掲載されつつある。

(戦略g) "素手"で計算できるグレブナー基底の「辞書」の作成

戦略gの主要な成果である、入れ子配置のグレブナー基底の理論と、その一般化である単項式写像の収縮イデアルの理論[25]など、主要なトーリックイデアルのグレブナー基底の情報を網羅した、グレブナー基底辞典(第一判)が完成した([34])。他方、エルハート多項式に関する懸案の予想「次元 d の凸多面体のエルハート多項式の根の実部は $-d$ 以上 $d-1$ 以下である」に関連した研究[3][9][15]を継承し、有向サイクルの隣接行列の中心対称配置のグレブナー基底の辞書を作成し、これを使い、対応するゴレンシュタイン・ファノ凸多面体のエルハート多項式を計算することに成功した。これらのエルハート多項式の根を詳細に分析したところ、頂点数が十分大きい場合には、予想の反例となっていることが判明し、非特異ファノ凸多面体で上記予想の反例が得られた([21])。

更に、計算可換代数と凸多面体の代数的組合せ論に纏わる成果[1][2][16]を踏襲し、algebraic curve の研究[26][27]を推進するとともに、有限グラフに付随するトーリック環の depth の研究[11]などを展開した。

以上の戦略a, d, e, gの実施に加え、産業社会、先端科学技術などとの調和を強く意識した研究[4][7][10][12][18][19][20][22][30][37][38][40]も展開されている。

§3. 成果発表等

(3-1) 原著論文発表

●論文詳細情報

- [1] T. Shibuta, One-dimensional rings of finite F-representation type, *J. Algebra* 332 (2011), 434--441 (DOI:10.1016/j.jalgebra.2011.01.009)
- [2] J. Herzog, T. Hibi and H. Ohsugi, Powers of componentwise linear ideals, “Combinatorial Aspects of Commutative Algebra and Algebraic Geometry” (G. Floystad et al., Eds.) *Abel Symposia* 6, 2011, pp. 49--60 (DOI: 10.1007/978-3-642-19492-4_4)
- [3] T. Hibi, and A. Higashitani, Smooth Fano polytopes arising from finite partially ordered sets, *Discrete Comput. Geom.* 45 (2011), 449--461 (DOI: 10.1007/s00454-010-9271-2)
- [4] 大津起夫, 橋本貴充, 非線形因子分析によるセンター試験英語問題の難易度比較, *日本テスト学会誌* 7 (2011), 1--14
- [5] H. Hara and A. Takemura, A Markov basis for two-state toric homogeneous Markov chain model without initial parameters, *J. Japan Statistical Society* 41 (2011), 33--49
- [6] T. Kawazoe and M. Noro, Algorithms for computing a primary ideal decomposition without producing intermediate redundant components, *J. Symbolic Comput.* 46 (2011), 1158--1172 (DOI: 10.1016/j.jsc.2011.06.001)
- [7] K. Tadaki, A Chaitin Ω number based on compressible strings, *Natural Computing* 11 (2012), 117--128 (DOI: 10.1007/s11047-011-9272-y)
- [8] H. Nakayama, K. Nishiyama, M. Noro, K. Ohara, T. Sei, N. Takayama and A. Takemura, Holonomic Gradient Descent and its Application to the Fisher--Bingham Integral, *Advances Appl. Math.* 47 (2011), 639--658 (DOI:10.1016/j.aam.2011.03.001)
- [9] T. Hibi, A. Higashitani, H. Ohsugi, Roots of Ehrhart polynomials of Gorenstein Fano polytopes, *Proc. Amer. Math. Soc.* 139 (2011), 3727--3734 (DOI:10.1090/S0002-9939-2011-11013-X)
- [10] K. Nuida, T. Abe, S. Kaji, T. Maeno and Y. Numata, A mathematical problem for security analysis of hash functions and pseudorandom generators, “Advances in Information and Computer Security” (T. Iwata and M. Nishigaki, Eds.) *Lecture Notes in Computer Science* 7038, Springer--Verlag, 2011, pp. 144--160 (DOI:10.1007/978-3-642-25141-2_10)
- [11] T. Hibi, A. Higashitani, K. Kimura and A. O'Keefe, Depth of edge rings arising

- from finite graphs, *Proc. Amer. Math. Soc.* 139 (2011), 3807--3813
(DOI: 10.1090/S0002-9939-2011-11083-9)
- [12] K. Tadaki, Fixed point theorems on partial randomness, *Annals Pure and Applied Logic* 163 (2012), 763--774 (DOI: 10.1016/j.apal.2011.09.018)
- [13] S. Aoki and A. Takemura, Design and analysis of fractional factorial experiments from the viewpoint of computational algebraic statistics, *Journal of Statistical Theory and Practice* 6 (2012), 147--161 (DOI: 10.1080/15598608.2012.647556)
- [14] J. Gotoh and A. Takeda, On the role of norm constraints in portfolio Selection, *Computational Management Science*, 8 (2011), 323--353
(DOI: 10.1007/s10287-011-0130-2)
- [15] T. Matsui, A. Higashitani, Y. Nagazawa, H. Ohsugi and T. Hibi, Roots of Ehrhart polynomials arising from graphs, *J. Algebraic Combinatorics* 34 (2011), 721--749
(DOI: 10.1007/s10801-011-0290-8)
- [16] T. Shibuta, Algorithms for computing multiplier ideals, *J. Pure and Appl. Algebra* 215 (2011), 2829--2842 (DOI:10.1016/j.jpaa.2011.04.002)
- [17] H. Kamiya, A. Takemura and H. Terao, Periodicity of non-central integral arrangements modulo positive integers, *Annals Combinatorics* 15 (2011), 449--464 (DOI: 10.1007/s00026-011-0105-6)
- [18] 大津起夫, Prolog を用いた XML パーザによる統計情報の分析と表示, *応用統計学* 40 (2011), 173--191
- [19] T. Kanamori and A. Takeda, Worst-case violation of sampled convex programs for optimization with uncertainty, *J. Optimization Theory and Applications* 152 (2012), 171--197 (DOI: 10.1007/s10957-011-9923-2)
- [20] T. Abe and Y. Numata, Exponents of 2-multiarrangements and multiplicity lattices, *J. Algebraic Combinatorics* 35 (2012), 1--17
(DOI:10.1007/s10801-011-0291-7)
- [21] H. Ohsugi and K. Shibata, Smooth Fano polytopes whose Ehrhart polynomial has a root with large real part, *Discrete Comput. Geom.* 47 (2012), 624--628
(DOI: 10.1007/s00454-012-9395-7)
- [22] K. Tadaki, Phase transition between unidirectionality and bidirectionality, "Computation, Physics and Beyond" (M. J. Dinneen et al., Eds.), *Lecture Notes in Computer Science Festschrifts Series* 7160, Springer-Verlag, 2012, pp. 203--223
(DOI: 10.1007/978-3-642-27654-5_16)
- [23] J. Gotoh and A. Takeda, Minimizing loss probability bounds for portfolio selection, *European J. Operational Research*, 217 (2012), 371--380
(DOI: 10.1016/j.ejor.2011.09.012)

- [24] A. Takemura and H. Hara, Markov chain Monte Carlo test of toric homogeneous Markov chains, *Statistical Methodology* 9 (2012), 392--406
(DOI:10.1016/j.stamet.2011.10.004)
- [25] T. Shibuta, Gröbner bases of contraction ideals, *J. Algebraic Combinatorics*, to appear
- [26] T. Shibuta, Irreducibility criterion for algebroid curves, *Mathematics of Computation*, to appear
- [27] T. Shibuta, On irreducibility of algebroid curves over the complex number field “Harmony of Gröbner Bases and the Modern Industrial Society” (T. Hibi, Ed.), World Scientific, Singapore, 2012, 336--345
- [28] T. Hamada and KNOPPIX/Math committers, KNOPPIX/Math: a live system for mathematics, “Harmony of Gröbner Bases and the Modern Industrial Society” (T. Hibi, Ed.), World Scientific, Singapore, 2012, 41--44
- [29] H. Hara, S. Aoki and A. Takemura, Running Markov chain without Markov basis, “Harmony of Gröbner Bases and the Modern Industrial Society” (T. Hibi Ed.), World Scientific, Singapore, 2012, 45--62
- [30] S. Kuriki, T. Miwa and A. Hayter, Abstract tubes associated with perturbed polyhedra with applications to multidimensional normal probability computations, “Harmony of Gröbner Bases and the Modern Industrial Society” (T. Hibi, Ed.), World Scientific, Singapore, 2012, 169--183
- [31] H. Nakayama, An Algorithm of Computing Difference Equations for a Definite Sum, “Harmony of Gröbner Bases and the Modern Industrial Society” (T. Hibi, Ed.), World Scientific, Singapore, 2012, 184--192
- [32] K. Nishiyama and N. Takayama, Incomplete A-Hypergeometric Systems, “Harmony of Gröbner Bases and the Modern Industrial Society” (T. Hibi, Ed.), World Scientific, Singapore, 2012, 193--212
- [33] M. Noro, Implementation of a primary decomposition package, “Harmony of Gröbner Bases and the Modern Industrial Society” (T. Hibi, Ed.), World Scientific, Singapore, 2012, 213--227
- [34] H. Ohsugi, A dictionary of Gröbner bases of toric ideals, “Harmony of Gröbner Bases and the Modern Industrial Society” (T. Hibi, Ed.), World Scientific, Singapore, 2012, 253--281
- [35] T. Kashimura, T. Sei, A. Takemura and K. Tanaka, Cones of elementary imsets and supermodular functions: a review and some new results, “Harmony of Gröbner Bases and the Modern Industrial Society” (T. Hibi, Ed.), World Scientific, Singapore, 2012, 117--152

- [36] Y. Numata and A. Takemura, On computation of the characteristic polynomials of the discriminantal arrangements and the arrangements generated by generic points, “Harmony of Gröbner Bases and the Modern Industrial Society” (T. Hibi, Ed.), World Scientific, Singapore, 2012, 228--252
- [37] K. Tadaki, A statistical mechanical interpretation of algorithmic information theory III: Composite systems and fixed points, *Mathematical Structures in Computer Science*, to appear
- [38] F. Descouens, H. Morita and Y. Numata, On a bijective proof of a factorization formula for Macdonald polynomials, *European J. Combin.*, to appear
- [39] H. Kamiya, A. Takemura and H. Terao, Arrangements stable under the Coxeter groups, “Proceedings of Configuration Spaces Geometry, Topology and Combinatorics,” to appear
- [40] 加藤直広, 栗木哲, 2次多項式回帰曲線の正值性検定, *応用統計学*, 印刷中