

柴田 良弘

早稲田大学理工学術院基幹理工学部, 理工学術院総合研究所・教授

## 現代数学解析による流体力学の未解決問題への挑戦

### §1. 研究実施の概要

本研究では数学者と工学者との協働で流体力学の未解決問題に対して厳密な定式化と解の挙動の解析手法を開発し、それを社会的に重要な課題に適用し実験により検証することによってその有効性を実証することを目標とする。

本年度は前年度に引き続き数学者と工学者の間で流れの安定性の数学的内容について議論し、特に変係数線型偏微分方程式の解の漸近展開を求める手始めとして、Ecole Polytechnique 流体力学研究所のグループによる理論を検討した。今後はこれを基に擬微分作用素等による解の表示に基づく解析手法を検討する予定である。また混相流に関しても数学モデルの開発の手掛かりを探るため、数学者と工学者の間で混相流の研究テーマについて議論し検討を行った。その中で Rayleigh-Plesset 方程式を用いた微小気泡のシミュレーションに着手した。今後は引き続き微小気泡の動力学を支配する数学モデルを検討し、その中でミクロスコピックからメゾスコピックへ移行する方法を検討する予定である。また Navier-Stokes-Fourier 方程式の自由境界問題の解析をさらに進め、その限界点を見極めてメゾスコピックな視点の導入を検討する予定である。本年度より開始した流れの大域構造の研究においては、様々なクラスの解を数値的に求める技術を開発し、それを用いて2種混合流体におけるベナール対流の大域的分岐図を求めることに成功した。

### §2. 研究実施体制

#### (1)「理論研究」グループ

- ① 研究分担グループ長: 柴田 良弘 (早稲田大学理工学術院基幹理工学部数学科、教授)
- ② 研究項目
  - ・非平行流れの安定性解析手法の基礎付けと確立

・混相流素過程に対する数学モデルの開発

(2)「混相流実験研究」グループ

① 研究分担グループ長: 山本 勝弘 (早稲田大学理工学術院基幹理工学部機械科学・航空学科、教授)

② 研究項目

- ・混相流素過程における現象の解明
- ・混相流素過程に対する数学モデルの開発

(3)「流れの安定性実験研究」グループ

① 研究分担グループ長: 高木 正平 (室蘭工業大学航空宇宙機システム研究センター、教授)

② 研究項目

- ・空力騒音発生メカニズムの解明
- ・非平行流れの安定性解析手法の基礎付けと確立

(4)「境界層遷移実験研究」グループ

① 研究分担グループ長: 浅井 雅人 (首都大学東京システムデザイン研究科、教授)

② 研究項目

- ・空力騒音発生メカニズムの解明
- ・非平行流れの安定性解析手法の基礎付けと確立

(5)「流れの大域構造研究」グループ

① 研究分担グループ長: 飯間 信 (北海道大学電子科学研究所、助教)

② 研究項目

- ・流れの大域構造に関する現象の解明

### §3. 研究実施内容

本研究には大きく分けて

- ・物体後流の流れの安定性メカニズムの解明と空力騒音への応用
- ・混相流現象のメソスコピックおよびマクロスコピックな観点からの現象解明
- ・流れの大域構造の解明

の三つのテーマがある。これらのテーマについて、以下順に報告する。

層流は Reynolds 数が増加すると不安定になることが知られているが、せん断流れの不安定には二つのタイプがあることが実験的に確認されている。一つは不安定から生じる渦が外乱に影響される場合で”Noise Amplifier”と形容されるタイプ、もう一つはその渦が外乱に影響されない固有の振動数をもつ場合で”Flow Oscillator”と形容されるタイプである。

翼の後流に発生する不安定において、この二つのメカニズムが存在することが当チームの高木教授の実験によって示唆された(図1)。実際、翼の後流から発生する音はそこで生成されている渦と関連があるが、薄い翼の場合(図1右)は発生する音の周波数は広い帯域にわたっており、そのスペクトルは外部の微小攪乱によって容易に変化することが確かめられた。一方、翼の厚さを厚くすると発生する音のスペクトルに鋭いピークが現れるようになり(図1左)、このピークは外部の微小攪乱には影響されないことが確かめられた。したがって前者は”Noise Amplifier”, 後者は”Flow Oscillator”の状態にあることが考えられ、この二つのメカニズムを数学的に解明することにより空力騒音の効率的な制御が可能になると考えられる。Ecole Polytechnique 流体力学研究所のグループは、この二つのメカニズムを平行流近似に基づく対流不安定・絶対不安定の概念をもとに説明することを試みている。当チームの浅井教授の軸対称物体後流の実験によると、その理論により渦の振動数ある程度予測可能であることが示唆された(図2, 文献8)。一方、当チームの水島教授の円柱後流の数値計算においては、その理論では説明できない現象が確認された(図3, 文献2)。本研究では、この物体後流の安定性メカニズムを数学的に解析することにより、このような議論に明確な回答を与えることを試みる。本年度はその第1歩として Ecole Polytechnique 流体力学研究所のグループによる理論の問題点を詳細に検討した。今後はこれを基に擬微分作用素, Fourier 積分作用素による解の表示に基づく解析手法を検討する予定である。

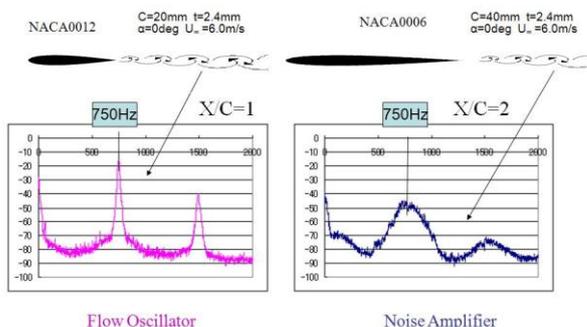


図1 二つの翼型の後流から生じる空力音



渦の振動数の実験と理論の比較:

$$\omega_s = \omega_0(x_s) \Rightarrow f = 115\text{Hz}$$

$$\omega_s = \omega_0(x_{CA}) \Rightarrow f = 117\text{Hz}$$

$$\text{Experiment: } f = 117.5\text{Hz}$$

図2 軸対称物体後流渦の振動数

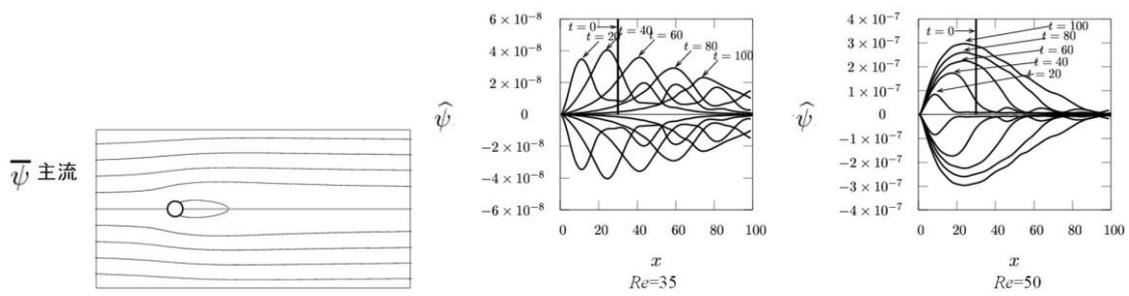


図3 円柱後流の不安定性の数値計算

混相流に関しては、マクロスコピックな観点からの Navier-Stokes-Fourier 方程式の自由境界値問題の適切性に関して数学的な結果を得た。一方、当チームの山本教授により、混相流の工学的問題である管路内水柱分離と高速水中水噴流の実験および数値計算研究が行われた(図4および図5)が、気泡発生のメカニズムが十分解明されておらず簡易的なモデルを用いた計算が行われている。これに対して、気泡の生成・消滅を検討した研究例として、Rayleigh-Plesset 方程式の解をミクロスコピックな分子動力学による計算と比較し、Rayleigh-Plesset 方程式が気泡消滅付近まで適用可能であることを示唆する研究がある。当チームの吉村教授により、この Rayleigh-Plesset 方程式を用いた気泡振動の数値シミュレーションが行われた(図6)。ある周波数以上になると気泡半径が初期値に収束する現象が確認され、これは高周波数において微小気泡が安定して生成されることを示唆していると考えられる。本研究では、これに引き続き気泡の生成・消滅過程およびマイクロ・ナノバブルの動力学を支配する数学モデルを実験と合わせて検討し、その流れの中でミクロスコピックの動力学を粗視化してメゾスコピックな階層へ移行する方法を検討する予定である。またマクロスコピックな Navier-Stokes-Fourier 方程式の自由境界値問題の数学解析をさらに進め、その限界点を見極めてメゾスコピックな視点の導入を検討する予定である。

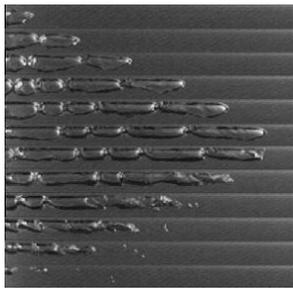


図4 管路の非定常気液二相流(水柱分離)

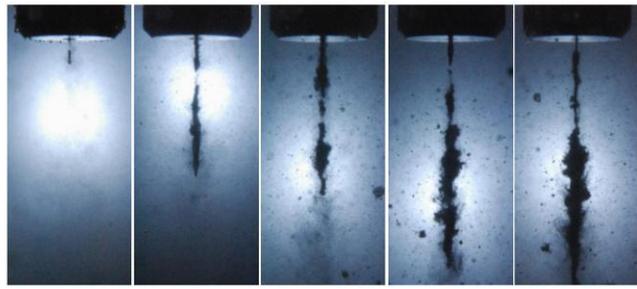


図5 高速水中水噴流

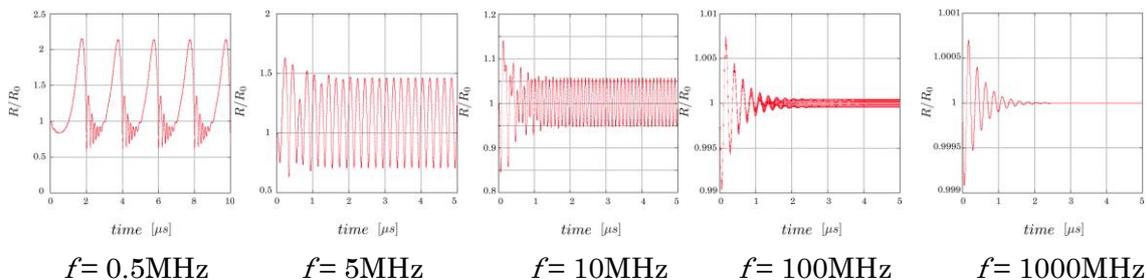


図6 Rayleigh-Plesset 方程式による気泡振動の数値シミュレーション

また流れの大域構造に関しては、様々なクラスの解を数値的に求める技術を開発し、それを用いて2種混合流体におけるベナール対流の大域的分岐図を求めることに成功した(図7, 文献7). 今後はこれに加え物体後流の渦構造の安定性, 回転流体における流れの大域構造の解析にも着手する予定である.

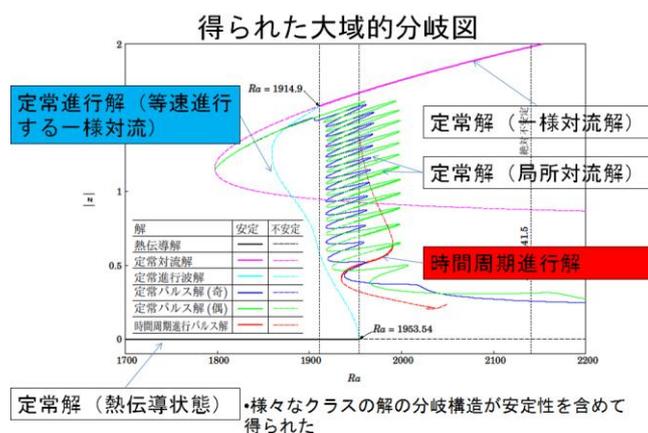


図7 2種混合流体におけるベナール対流の大域的分岐図

## §4. 成果発表等

### (4-1) 原著論文発表

#### ●論文詳細情報

1. Yukio Takemoto, Keiji Kawanishi, Jiro Mizushima, “Heat transfer in the flow through a bundle of tubes and transition of the flow”, International Journal of Heat and Mass Transfer (Elsevier) vol. 53, pp. 5411-5419 (2010) (DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2010.07.015).
2. Yukio Takemoto, Jiro Mizushima, “Mechanism of sustained oscillations in a fluid flowing past a circular cylinder obstacle”, Physical Review E (American Physical Society) vol. 82, pp. 056316-1-6 (2010) (DOI: 10.1103/PhysRevE.82.056316).
3. Akihiro Wada, Keizo Ishikawa, Jiro Mizushima and Takeshi Akinaga, “Deflection of jets discharged into a reservoir with a free surface”, Fluid Dynamics Research (IOP Publishing) vol. 43, pp. 025503-1-17 (2011) (DOI: 10.1088/0169-5983/43/2/025503).
4. Takagi, S. and Konishi, Y., “On the Frequency Selection Mechanism of Airfoil Trailing-Edge Noise”, J. of Aircraft, Vol 47, No. 4 (2010) pp.1111-1116.

5. Takagi, S. and Konishi, Y., "Suppression of Trailing-Edge Noise Emitted by Two-Dimensional Airfoils", Transactions of Japan Society of Aeronautical and Space Sciences, Vol.53, No.179 (2010) pp.19-23.
6. Makoto Iima, Yu Iijima, Yuzuru Sato and Yuji Tasaka, "A time-series analysis of the free-surface motion of rotational flow", Appl. Mech. Japan, in press.
7. Takeshi Watanabe, Kazutaka Toyabe, Makoto Iima and Yasumasa Nishiura, "Time-periodic traveling solutions of localized convection cells in binary fluid mixture", Theor. Appl. Mech. Japan, in press.
8. Masahito Asai, Ayumu Inasawa, Yasufumi Konishi, Shinichi Hoshino and Shohei Takagi, "Experimental study on the instability of wake of axisymmetric streamlined body", Journal of Fluid Mechanics, DOI:10.1017/jfm.2011.37 (in press).
9. Joris Vankerschaver, Hiroaki Yoshimura and Melvin Leok, "On the Geometry of Multi-Dirac Structures and Gerstenhaber Algebras", Journal of Geometry and Physics (in press), 2011 (DOI:10.1016/j.geomphys.2011.03.005).
10. 吉村浩明, マルチボディダイナミックスのモデリングと定式化 - 陰的なラグランジュ形式へ向けて, 日本シミュレーション学会誌, pp.5-12, 第 29 巻第 2 号.
11. Hiroaki Yoshimura and Azumi Yoshida, Discrete Constrained Lagrangian Systems and Geometric Constraint Stabilization, Proceedings of the 8th International Conference of Numerical Analysis and Applied Mathematics, pp.1292-1295, 2010.
12. Henry Jacobs, Hiroaki Yoshimura and Jerrold E. Marsden, Interconnection of Lagrange-Dirac Dynamical Systems, Proceedings of the 8th International Conference of Numerical Analysis and Applied Mathematics, pp.566-569, 2010.
13. Joris Vankerschaver, Hiroaki Yoshimura, Melvin Leok, Jerrold E. Marsden, Stokes-Dirac Structures through Reduction of Infinite-Dimensional Dirac Structures, Proc. 49th IEEE Conference on Decision and Control, pages 1-6, 2010.

14. F. Matsumoto and H. Yoshimura, Dynamics and Trajectory Planning of a Space Robot with Control of the Base Attitude, Proceeding of Symposium on Dynamics Modeling and Interaction Control in Virtual and Real Environments, IUTAM, pp. 1-8, June 7-11, Budapest, 2010.
15. Hiroaki Yoshimura, Henry Jacobs and Jerrold E. Marsden, Interconnection of Dirac Structures and Lagrange-Dirac Dynamical Systems, Proc. 19th Int. Symp. on Mathematical Theory of Networks and Systems, MTNS 2010 • 5–9 July, 2010 • Budapest, Hungary, pp. 247-252.
16. Takashi Noguchi and Hiroaki Yoshimura, A Graph-Theoretic Approach to Large Scale, Proc. 5th Asian Conference on Multibody Dynamics, pp.1-8, 2010.