

戦略的創造研究推進事業 CREST
研究領域「現代の数理科学と連携する
モデリング手法の構築」
研究課題「超一様性の理論と諸科学における
ランダムネスへの展開」

研究終了報告書

研究期間 平成27年10月～平成30年3月

研究代表者: 松本 眞
(広島大学大学院理学研究科、教授)

§ 1 研究実施の概要

(1) 実施概要

高次元数値積分のための超一様点集合を設計し、インターネットを通じてソフトウェアとして公開した。関数にも依存するが、多くのテスト関数について、従来提供されてきた点集合(近年提案された高次元点集合を含む)よりも、格段に誤差を小さくできることを示した。この研究は広大グループが中心となり行われた。まず、パラメータ付 WAFOM という新しい超一様性の基準を用い、次元ごとに適切なパラメータを求める手法を開発した。次に、既存の(t,m,s)ネット点集合に対し、その良さ(t-value)を保ったまま、パラメータ付 WAFOM 値をも良い点集合へ変形することにより、高性能の点集合を得ることに成功した。東大グループ、京大グループでは数論幾何を超一様性の研究に用い、新たな着想を得た。

また、アリの採餌法をヒントとした MC 法による最適化アルゴリズムの実装に成功した。本アルゴリズムは従来知られているアントコロニー最適化(ACO)法と異なり、局所最適解に陥る頻度を大幅に減らし、大域的な最適解に高い頻度で到達しうることを、計算機実験により示した。この研究は広大グループ“社会行動の数理モデリング”研究班を中心に行われた。研究には高性能一様乱数を用いたが、超一様性の利用の試みも行った。

(2) 顕著な成果

<優れた基礎研究としての成果>

1. s 次元超立方体上で定義された関数 f の数値積分法には、工学上広い需要がある。通常、モンテカルロ法というランダムサンプリングが行われるが、サンプル数 N に対して誤差のオーダーは $N^{-1/2}$ と遅い。本研究ではパラメータ付 WAFOM_c という超一様性の新尺度を導入することにより、ある種の関数については N^{-2} という高次誤差収束を見せる点集合 LowWAFOM 点集合を開発した。

<科学技術イノベーションに大きく寄与する成果>

1. 高次元数値積分は科学技術の根幹を担う技術であるから、上記の数値積分の高速化は、インターネットを通して科学技術全体のイノベーションに大きく貢献しうる。上記 LowWAFOM 点集合の設計には、代数曲線や離散フーリエ変換などの純粋数学が用いられている。点集合を生成するソフトウェアはホームページ上で公開され、一般に利用可能となっている。(論文は執筆中である。)これらは C++ および R で実装されており、古くから使われてきた評判の良い sobol 点集合、Niederreiter 点集合、近年提唱された interlaced polynomial 点集合のどれよりも数値積分誤差を小さくしている。(ただし、関数によっては改善がみられないものもある。)

§ 2 研究実施体制

(1) 研究チームの体制について

① 広大グループ

研究参加者

氏名	所属	役職	参加時期
松本 眞	広島大学大学院理学研究科	教授	H27.10～
若木 宏文	同上	教授	H27.10～
西森 拓	同上	教授	H27.10～
柳原 宏和	同上	教授	H27.10～
奥田 隆幸	同上	助教	H27.10～
宮谷 和亮	同上	助教	H28.1～
飯島 優	同上	特任助教	H28.4～
白石 允梓	同上	特任助教	H28.4～
鈴木 航介	同上	学振 PD	H28.5～
斎藤 睦夫	同上	CREST研究員	H29.4～
梶浦 大起	同上	M1	H29.5～
森 信輔	同上	M2	H28.4～H29.3
平之内 俊郎	九州工業大学工学部	准教授	H27.10～
合田 隆	東京大学大学院工学研究科	准教授	H28.5～
芳木 武仁	京都大学大学院情報学研究科	学振 PD	H28.5～
原本 博史	愛媛大学教育学部	講師	H28.5～

研究項目

- ・ 超一様点集合の設計、評価、実装、ネット上での配布
- ・ 生物の社会行動の数理モデリングへの応用
- ・ 統計学への応用
- ・ 代数学の超一様点集合への展開

② 東大グループ

研究参加者

氏名	所属	役職	参加時期
志甫 淳	東京大学数理科学研究科	教授	H27.10～
三原 朋樹	同上	特任研究員	H27.10～H28.3
大川 幸男	同上	特任研究員	H28.4～H29.7
八尋 耕平	同上	特任研究員	H29.8～

研究項目

- ・ 数論幾何による超一様点集合の設計法の開発

③京大グループ

研究参加者

	氏名	所属	役職	参加時期
○	玉川 安騎男	京都大学数理解析研究 所	教授	H27.10～
*	高尾 尚武	同上	時間雇用研究員	H28.4～

研究項目

- ・ 数論的基本群による超一様点集合の設計法の開発

(2)国内外の研究者や産業界等との連携によるネットワーク形成の状況について

・超一様点集合の設計について、オーストラリア・UNSW の Josef Dick 教授、オーストリア・リンツ大学の Friedrich Pillichshammer 教授、同大学 Mario Ullrich 助教との共同研究を行い、複数の共著論文を発表した。

・社会性昆虫の採餌に関するランダムネスの影響に関して、現実における現象(アリの採餌)のデータ数理モデルの実証的研究を展開するた国内のエスケー・エレクトロニクス社と共同研究契約を締結した。

§ 3 研究実施内容及び成果

3. 1 超一様点集合の開発と実社会への還元(広島大学グループ)

(1)研究実施内容及び成果

モンテカルロ法と準モンテカルロ法

s 次元立方体 $[0,1]^s$ 上で定義された多変数関数 $f(x_1, \dots, x_s)$ をこの立方体上で積分した値

$$I(f) = \int f(x_1, \dots, x_s)$$

を計算することは、諸科学で広く必要とされている。一般に高次元の積分問題は、変数変換によりこの形の積分に帰着される。 $[0,1]^s$ に一様ランダムに N 個の点を選んで得られる点集合 P に対し、 f を P の各点で計算して得られる平均値

$$I(f;P) = (\sum f(x_1, \dots, x_s))/N, \text{ 和は } P \text{ の点を走る}$$

によって近似するのが**モンテカルロ法**であり、 P として一様性の高い点集合(**超一様点集合**)をもちいたものが**準モンテカルロ法**である。ここで、数値積分誤差は

$$\text{Err}(f;P) = |I(f) - I(f;P)|$$

であたえられる。 f の分散が有限であるという条件のもとで、モンテカルロ法の誤差(の二乗の平均の平方根)は $1/\sqrt{N}$ のオーダーで減少する。これでは、誤差を $1/10$ にするにはサンプル点の個数 N を 100 倍にする必要があり、精度を上げる際に計算量が大きく増える。そのため、関数 f にある種の条件を課した上で、適切な点集合 P を選ぶことにより誤差収束のオーダーを上げる研究がなされた。60 年代に示された Koksma-Hlawka 不等式は、

$$\text{Err}(f;P) \leq V(f) \cdot D(P)$$

の形をしている。ここに、 $V(f)$ は関数 f の全変動という「 f の暴れ具合」を測る量であり、 $D(P)$ は star-discrepancy という、 P の一様性からの乖離を測る量である。上の不等式は、誤差を関数依存項 $V(f)$ と点集合依存項 $D(P)$ にわけてバウンドしたところに意義があり、 $D(P)$ を小さくすることで(f によらず)誤差を小さくすることができる。

適切な P を選ぶことにより、 $D(P)$ は $(\log N)^{s-1}/N$ のオーダーで小さくできることが知られている。 $\log(N)$ の項を無視すれば、オーダーは $1/N$ となっておりモンテカルロ法よりも収束が早い。このように、誤差収束のオーダーを高めるような点集合を超一様点集合と呼んでいる。したがって、「超一様点集合」という概念にははっきりした定義がない。Koksma-Hlawka のようなタイプの不等式を証明し、誤差収束が速いと示された点集合を広く「超一様点集合」と呼んでいる。

デジタルネット, t -value, WAFOM

F を 2 元体 $\{0,1\}$ とする。実半开区間 $[0,1)$ を 2 進小数展開することで、

$$[0,1) \ni F \text{ の無限直積} = F[[t^{-1}]]$$

と、測度0の集合を除いて同一視することができる。 $[0,1)^s$ を上での同一視を用いて F 線形空間とみなし、その部分集合 P として m 次元線形部分空間をとるのがデジタルネットと呼ばれる手法である(Niedderreiter ら, 80 年代)。このとき P のサイズは $N=2^m$ である。 P の t -value を次で定義する:「0 以上の整数 $d_1, d_2, \dots, d_s$ であって、 $d_1 + d_2 + \dots + d_s = m - t$ を満たすものを任意にとる。 $i=1, 2, \dots, s$ に対し、 d_i 個のビットを任意にとり c_i とする。このとき、 P の点であって、全ての i に対し i 番目の座標の上位 d_i ビットが与えられた c_i に一致するものがちょうど 2^t 個存在する。」ラフに言えば、 $[0,1)^s$ をある条件を満たす合同な直方体 2^{m-t} 個に分割したとき、それぞれに P の点が 2^t 個含まれているということであり、ある種の超一様性を表している。 t -value が小さいほど一様性は高い。また、 t -value が小さければ $D(P)$ も小さいことも示されている。また、 $D(P)$ は計算が困難であるのに対し t -value は線形代数で値を求められるなど多くの利点がある。

t 値は上記のように組み合わせ論的に定義された。一方、 F の無限直積に関する Fourier 解析を行うことで、 f の Fourier 係数(正しくは Walsh 係数)の減少度を仮定することにより、

$$\text{Err}(f;P) \leq C \cdot \|f\|_C \cdot \text{WAFOM}_C(P) \quad (1)$$

の形の不等式を得ることができる。ここで、 $WAFOM_c(P)$ はパラメータ c を含む P の **WAFOM 値** と呼ばれる量であり、 $\|f\|_c$ は f のすべての高階導関数のノルムにあるウエイト(c に依存する)を掛けて supremum をとったものである。前述の Koksma-Hlawka 不等式と比べたときの弱点は、 $\|f\|_c$ が有限となるような関数の空間は $V(f)$ が有限になる関数の空間よりずっと小さく、適応範囲が狭いところにある。が、大きな利点は $WAFOM_c(P)$ の値を $N^{-d \log(N)/s}$ のオーダーで減らせることにある。(d はある正定数。) N の肩に載っている値は $N \rightarrow +\infty$ でいくらかでも小さくなるから、前述の N^{-1} をはるかに超えて高速な誤差収束が実現される。

Walsh 変換を用いて N^{-1} を超えた誤差収束を実現する研究は Josef Dick が 2008 年に発表した。その後、2011 年に研究代表者らは $WAFOM(P)$ (パラメータなし) を導入して上記の不等式を示した。しかし、これらの研究には実用上問題があった。Dick が構成した点集合で実際に数値積分を行ってみると、実用的な範囲の N ($\sim 2^{20}$) と $s > 3$ では N^{-1} を超えた誤差収束は観察されなかった。また、同様に実用的な範囲の N において、 $s > 7$ では実際に $WAFOM$ 値を小さくする点集合を見つけることができなかった ($WAFOM$ 値が点集合に関わらずほぼ一定の値をとる)。

パラメータ付 WAFOM

本研究ではこれらの困難を解決するために、 $WAFOM$ 値にパラメータを導入した (芳木 (論文受理済)、鈴木-芳木 2016)。次元 s に応じて適切なパラメータ c を選択することで、大きな次元でも小さな $WAFOM_c$ 値を実現できる (森ら、論文執筆中; 得られた点集合はホームページで公開中)。また、 t -value のもとと小さい点集合である Sobol 点集合や Niederreiter-Xing 点集合 (以下 NX 点集合) に対し、下三角行列を生成行列に掛けても t -value は変わらないが $WAFOM_c$ 値は変わるという性質を利用して (原瀬 2015 の手法)、「 t -value も $WAFOM_c$ 値も両方小さい点集合」を探索することに成功した。

数値実験結果

準モンテカルロ法用点集合を評価するために、実際にいくつかの被積分関数を選んで数値積分誤差を求めた。被積分関数としては、A.Genz が提案した 8 種の Genz 関数からいくつかを選んだ。

Oscillatory (s = 4)

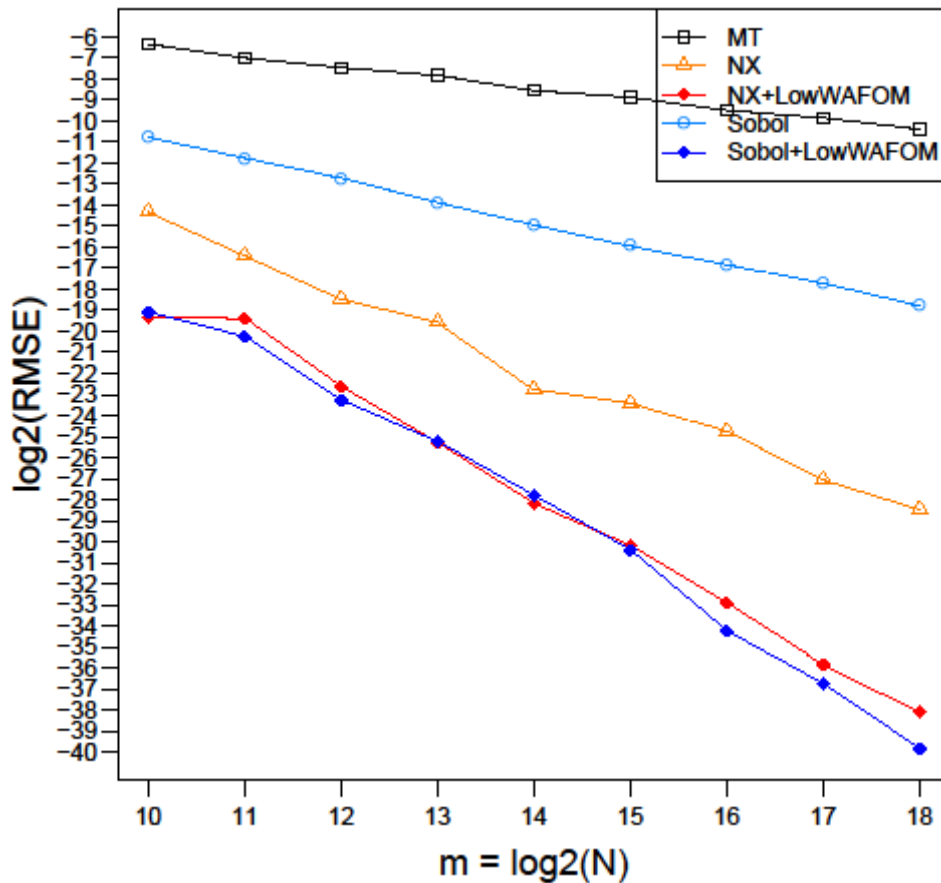


図 1. Oscillatory テスト関数(次元 s=4)における各点集合の数値積分誤差

図 1 は、被積分関数を Oscillatory 関数

$$f(\mathbf{x}) = \cos(2\pi u + \sum_{i=1,\dots,s} a_i x_i)$$

で $s=4$ に選んだ際の、各点集合のサイズ(横軸、 $\log_2$ スケール)と平均二乗誤差の平方根 RMSE(縦軸、 $\log_2$ スケール)の関係を折れ線グラフにしたものである。MT は Mersenne Twister 疑似乱数によるモンテカルロ法、NX は Niederreiter-Xing による t 値の小さいデジタルネット、NX-LowWAFOM は NX を上我々の手法により低 WAFOM 化したデジタルネット、Sobol は Joe-Kuo(2008)により最適化された Sobol 点集合、Sobol-LowWAFOM は Sobol を低 WAFOM 化して得られたデジタルネットである。デジタルネットに対しては、「デジタルシフト」と呼ばれるランダムマイズを 100 回行い、各回の誤差に対する RMSE を求めその $\log_2$ を縦軸に、点集合サイズの $\log_2$ を横軸にとった。

例えば、モンテカルロ法 MT で見ると、点集合のサイズが 2^{10} から 2^{18} へと 2^8 倍になったのに対し、誤差は約 2^{-6} から 2^{-10} へと 2^{-4} 倍現象している。これは、モンテカルロ法の誤差の収束オーダー $N^{-1/2}$ とほぼ一致している。これに対し、Sobol は全体に誤差が小さく、また、誤差の減少は 2^{-11} から 2^{-18} と 2^{-7} 倍となっており、 N^{-1} には届かないがそれに近い減少を見せている。Sobol より t -value の小さい NX ではより誤差が小さくなっており、また折れ線の傾きも -1 より急であり、 N^{-1} を超えた誤差収束を見せている。我々の提唱した NX-lowWAFOM および Sobol-LowWAFOM はさらに誤差を小さくしている。また、これらの傾きは -2 より急であり、実験的には N^{-2} を超えた誤差収束を見せている。

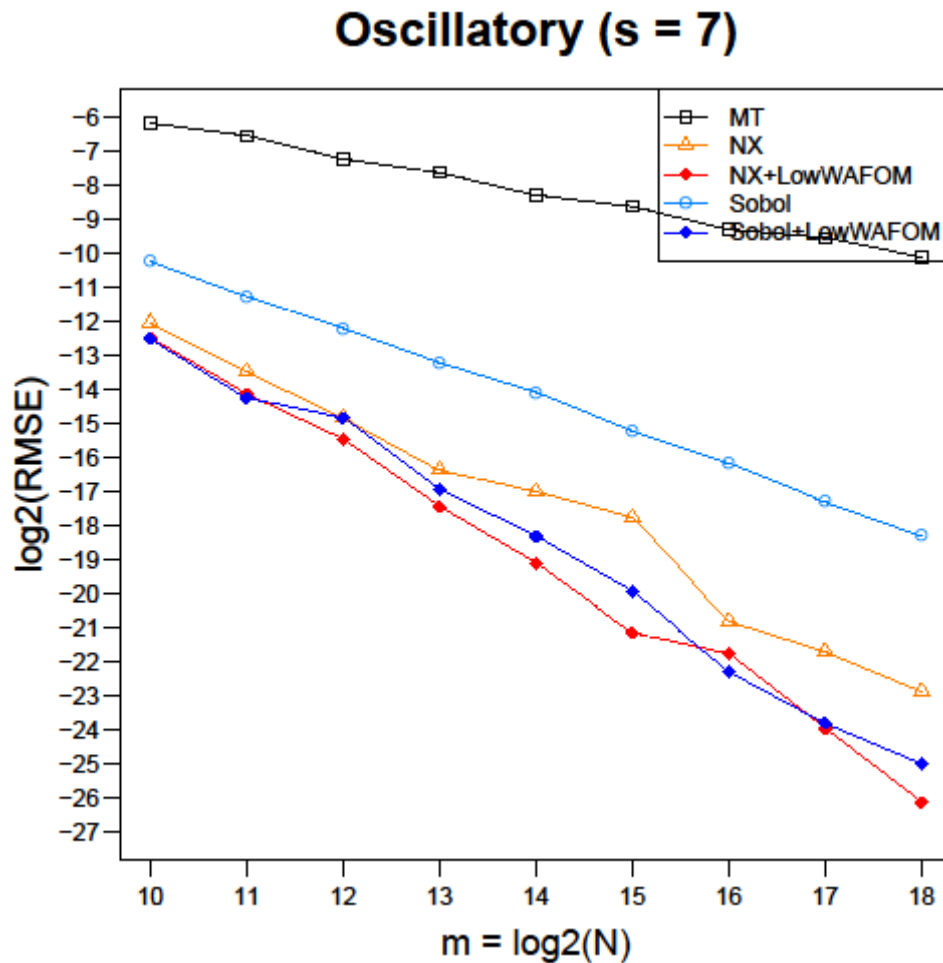


図2. Oscillatory テスト関数(次元 s=7)における各点集合の数値積分誤差

図2は、図1同様のプロットを、次元 $s=7$ において行ったものである。 $s=4$ に比べて改善度は劣るが、LowWAFOM 化による誤差の縮小は Sobol においては顕著であり、NX においても確認できる。注目すべきは、 $s=4$ でも $s=7$ でも、NX-LowWAFOM と Sobol-LowWAFOM には余り差がないことである。NX の t-value は Sobol のそれよりも小さい。LowWAFOM 化しても、それぞれの t-value は不変である。しかし、LowWAFOM 化後の積分誤差にはその違いはほとんど見られない。「t-value が違っても、WAFOM 値が小さければ積分誤差は小さい」という傾向がこれらの実験から読み取れる。この場合も、LowWAFOM 点集合での誤差収束は N^{-1} よりもずっと高次であることが観察される。

Gaussian (s = 8)

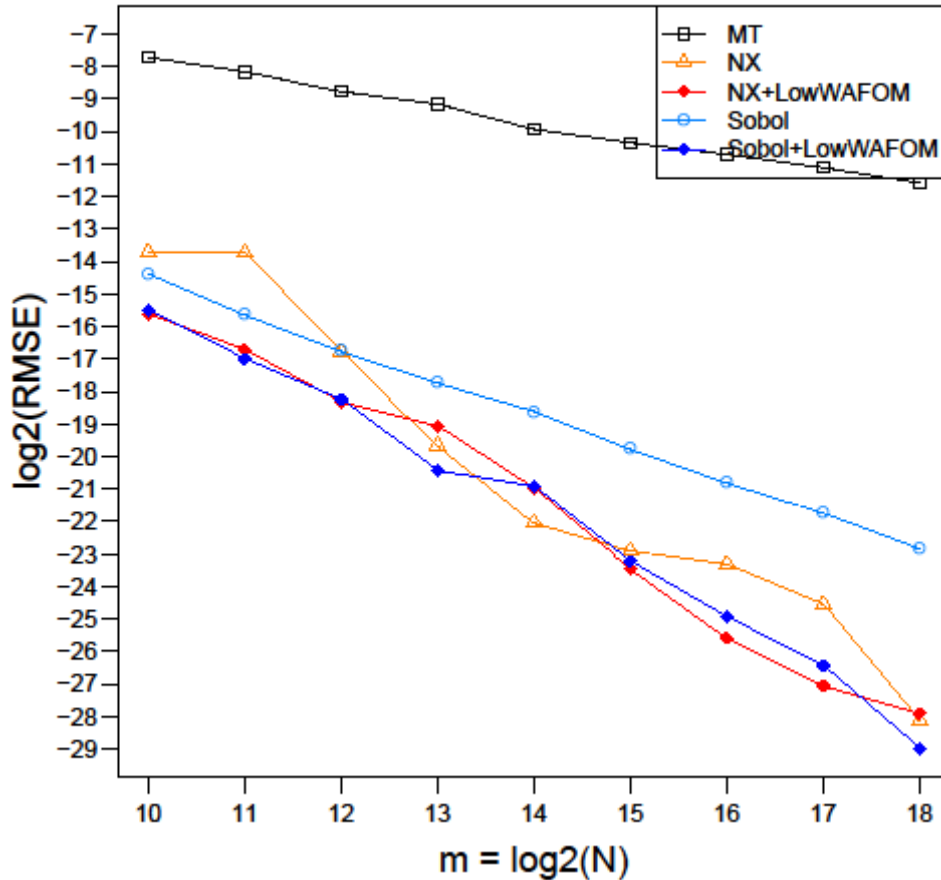


図 3. Gaussian テスト関数(次元 s=8)における各点集合の数値積分誤差

図3は、Gaussian テスト関数

$$f_4(x) = \exp(-\sum_{i=1, \dots, s} a_i (x_i - u_i)^2)$$

に対して同じ実験をおこなったものである(s=8)。この例では、Sobol に対する LowWAFOM 化の効果は依然として大きい、NX に対する改善効果は余り見られない。いずれにせよ、LowWAFOM 化した点集合が積分誤差を小さくする傾向はみられる。

一方で、微分不可能な関数に関しては LowWAFOM 化の効果は全く見られないこともある。図 4は、微分不可能なテスト関数である C0 テスト関数

$$f_5(x) = \exp(-\sum_{i=1, \dots, s} a_i |x_i - u_i|)$$

に対して同じ実験をおこなったものである(s=5)。モンテカルロ法に対しては 4 種の準モンテカルロ法が全て優位にあるが、4 種の間には目立った差は見られない。これは、WAFOM 値による積分誤差評価式(1)において、f が微分不可能であれば $\|f\|_C = \infty$ となってしまうため、WAFOM 値を減少させても誤差評価に反映できないという数学的事実が実験で観測されていると解釈できる。この例では、LowWAFOM 化が有効ではないが、他の準モンテカルロ法よりも悪くなるということとは観察されない。

C⁰ function (s = 5)

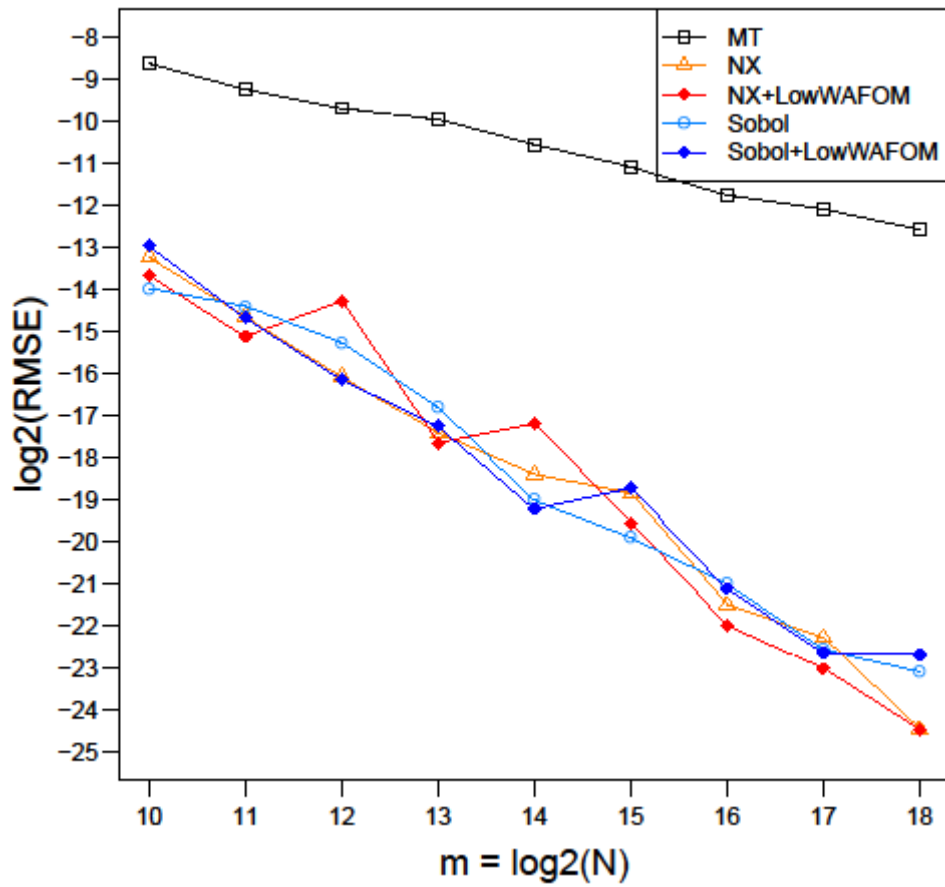


図 4. C⁰ テスト関数(次元 s=8)における各点集合の数値積分誤差

近年提唱された高次収束準モンテカルロ法との比較

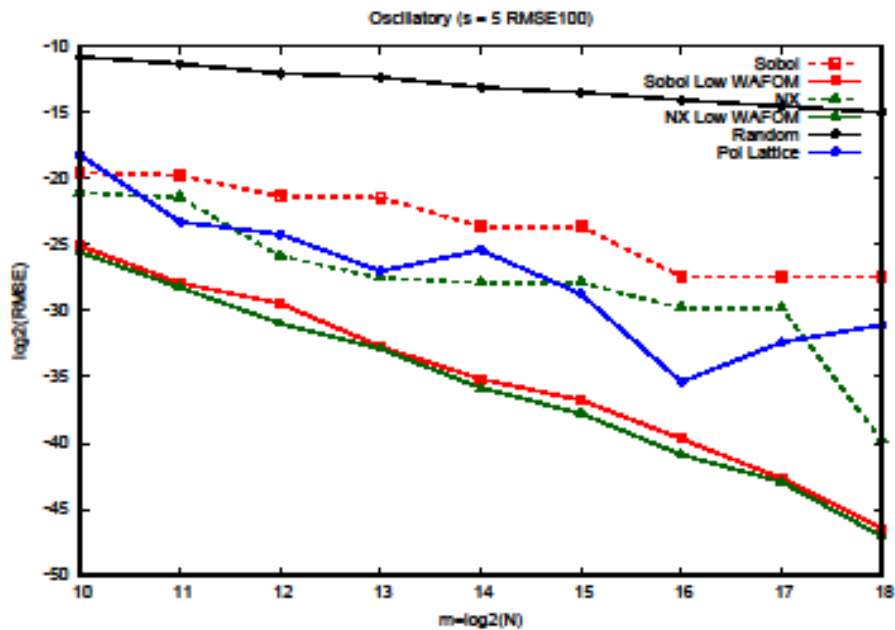


図 5. Oscillatory テスト関数 (s=5)における各点集合の数値積分誤差

近年、 $N^{\{-1\}}$ のオーダーを理論的に超える高次収束準モンテカルロ法点列がいくつか提唱されている。有望なものとして、Interlaced Polynomial Lattice Rule という点集合構成法 (J. Dick, F. Y. Kuo, Q. T. Le Gia, D. Nuyens, and Ch. Schwab 2014, F. Y. Kuo and D. Nuyens 2016) が実装されており、<https://people.cs.kuleuven.be/~dirk.nuyens/qmc4pde/> からダウンロードできる。図5は、Oscillatory テスト関数($s=5$)に対して、上記の5種の数値積分法に加えて、この点集合構成法により得られたデータ(Pol-Lattice)を加えたものである。より具体的には、上記のホームページにある `polylat-cbc.py` をパラメータ $\alpha=2$, $b="0.1 * j^{*-4}"$ で実行して点の生成行列を得た。この例では、Pol-Lattice は NX と同程度の誤差の減少を見せているが、我々の提唱した Low-WAFOM 点集合はより少ない誤差(1/32 程度、さらに点集合のサイズが大きくなると差が開く傾向)を与えている。

同じ次元 $s=5$ の Gaussian テスト関数に対しても実験を行ったが、同様に Low-WAFOM 点集合が優位であった。微分不可能な C0 テスト関数に対しては、Pol-Lattice と Low-WAFOM の間には大きな差は見られなかった。

100 次元における数値実験

非常に大きな次元になると、準モンテカルロ法の効果は得られないと言われている。我々は 100 次元において同様の比較を行った。

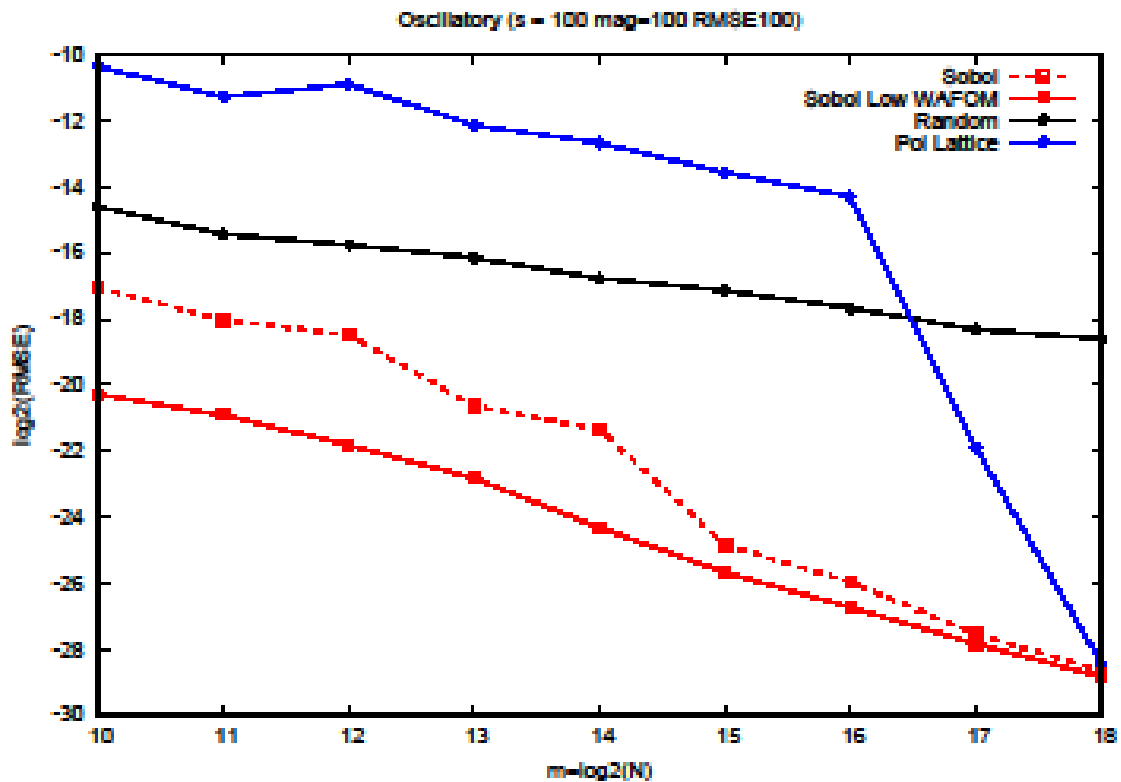


図6. Oscillatory テスト関数($s=100$)による各点集合の数値積分誤差

100 次元における NX 点集合の実装は(知る限り)行われていないため、比較は Sobol, Sobol-Low-WAFOM(我々の提唱する方法)、Random (MT を使った通常のモンテカルロ法)、Pol-Lattice の 4 種の比較を行った。実験した範囲では、誤差は常に Sobol-Low-WAFOM が最小であったが、 $m=17,18$ で Pol-Lattice が猛迫している。 $m>19$ で逆転するかは不明である。一方で、 $m<17$ では Pol-Lattice は通常のモンテカルロよりも積分誤差が大きい。実用上は 2^m 回の計算が必要となるため、特に高次元被積分関数に対しては大きな m をとると計算時間がかかる。その点、Sobol-Low-WAFOM は m によらず安定して少ない積分誤差を与えている。同様の傾向が、Gaussian テスト関数においても観察された。

我々が提唱した Low-WAFOM 点集合は C++ および R 言語で実装され、ホームページからダウンロード可能となっている。これらの成果については現在論文執筆中である。この研究は、森、斎藤、松本らを中心に行った。

関連する研究

ノルム $\|f\|_c$ が有限な関数 f に対しては、WAFOM_c 値を小さくすることにより数値積分を小さくすることができることは(1)の不等式により示されているところである。一方、デジタルネット P に対し、その WAFOM_c 値は、ある指数関数 $g_c(x)$ を P で準モンテカルロ積分したときの積分誤差で良く近似できることがわかった。言い換えれば、デジタルネットを使う限り、 $g_c(x)$ の積分誤差を小さくするためには、WAFOM_c 値は小さくしなければならない。これは、WAFOM_c 値を小さくすることの「必要性」を示しており、超一様性の指標としての WAFOM_c 値の正当性を裏付けるものである(松本-大堀-芳木, 2018 論文掲載決定)。この他、準モンテカルロ法を進展させるさまざまな研究が合田、鈴木、芳木らによって進められており、オーストラリア・UNSW の Josef Dick 教授、オーストリア・リンツ大学の Friedrich Pillichshammer 教授、同大学 Mario Ullrich 助教との共同研究論文を含め、十数本の論文が査読つき雑誌に掲載済みおよび掲載決定となっている。また、原本らにより、擬似乱数の評価法の健全性についての研究成果が掲載決定となっている。奥田らは準モンテカルロ法を一般化した数値積分法である cubature formula について研究成果を挙げた。

3. 2 社会行動の数値モデリング(広島大学グループ)

(1) 研究実施内容及び成果

本研究では、超一様乱数を含めた擬似乱数によるモンテカルロ法を生物系の数値モデリングへ応用するため、その基本的な性質と応用の可能性、モンテカルロ法によるアリの採餌行動モデルの解析を行った。

アリは、個々のアリだけでは行えない複雑な仕事をコロニー(巣を共有する集団)として集団行動によって成し遂げることができる。例えば、巣穴の構築・維持管理、幼虫の世話、巣外への採餌行動があげられる。特に採餌を行う場合に、探索に出たアリはコロニーの仲間に餌場があることを伝えリクルートし、集団で採餌活動を行う。代表的な情報伝達方法として、道標フェロモンという化学物質を用いる方法がある。アリが餌場から巣まで地面にフェロモンを塗布し、仲間へ餌場の情報を伝達する。さらにフェロモンに従い餌を見つけた他のアリが、フェロモンを塗布し正のフィードバックによってフェロモンパスと呼ばれる道ができ、「アリの行列(トレイル)」と言われる集団採餌が実現される。

トレイルを利用したアリの正のフィードバックによる集団行動は、マルチエージェントモデルによる最適化法として Ant Colony Optimization (ACO) として知られ、情報工学などの分野で巡回セールスマン問題の解法として用いられている。一方で、アリの行動には不確定な面も多く、実験的にもアリがフェロモンに従わないで一見ランダムに行動する場合は観測されており、Deneubourg らは抽象モデルを用いた研究によって、アリが確率的な行動を取り決定論的に正のフィードバックに従わない場合の方が全体の採餌効率を向上させる場合があることを示している。

我々は、より実測データに即したアリのフェロモンを用いた採餌行動の数値モデルを構築し、アリのどのような行動がコロニーとしての採餌効率を向上させうるかを明らかにすることを目的として、擬似乱数によるモンテカルロ法を応用して研究を進めた。このアリのフェロモンによる採餌行動を、アリの個体行動とフェロモンのダイナミクスの数値モデルを構築して、三角格子状を動くマルチエージェントモデルによって実装し(図1)、モンテカルロ法により数値シミュレーションを行った。一定個体数 500 匹のアリからなるコロニー全体としての不確定性をモデルの上でコント

ロールするために、コロニーを感度の異なる 2 種類のアリからなる混合集団として、一方はフェロモンに対して十分に高い感度のアリ(高感度アリ)、もう一方は、前者に比べてフェロモンに対する感度の弱いアリ(弱感度アリ)とした。さらに、各コロニーの性質を特徴づけるために、i) 全個体 500 匹の中の高感度アリの個体数 N_h 、ii) 弱感度アリのフェロモン感度 a_s の二つをコロニーの状態を決定するパラメータとし(図3)、さらに巣から同一距離にある二つの餌場の巣からの相対角(図2)と餌の自然増加量の二つを採餌環境パラメータとして、異なる環境下で低い感受性を持つアリがいるコロニーが与えられた餌に対してどのように応答するかを明らかにした。

その結果、特定の環境下ではアリのコロニー内にフェロモン感度の低いアリが一定数存在することで、コロニー内にフェロモン感度の低いアリが全く存在しない場合に比べて、採餌効率が向上することがシミュレーションにより示された(図3)。言い換えれば、アリが行動決定を行うのに確率的行動を取るアリが一定数混在することがコロニー全体の効率を高める上で重要であることが明らかになった。その要因として、有限な餌が与えられ、枯渇した場合異なる場所に新しい餌が与えられる条件下では、一定数の低感受性アリがいることで発見するまでの時間を短くすることができ、常に一定の他の餌場を探し続けられる能力を有することが、採餌効率の向上を可能にしていることが明らかになった。これらの計算は、アルゴリズムの性質上、非常に高い負荷を計算機に与えるもで、すぐれた擬似乱数の生成は今回の結果の提出において重要な役割を果たした。

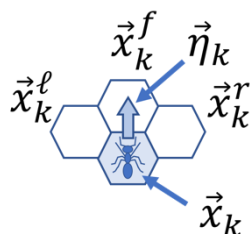


図1 アリの位置ベクトル $\vec{x}_k$ と進行方向ベクトル $\vec{\eta}_k$ の格子空間上での関係。 $\vec{x}_k^l, \vec{x}_k^f, \vec{x}_k^r$ は選択される可能性のある格子点。

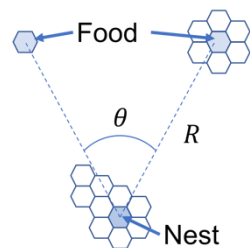


図2 三角格子空間上での巣と二つの餌場の幾何学的関係: 餌場の相対角 θ と距離 R 。

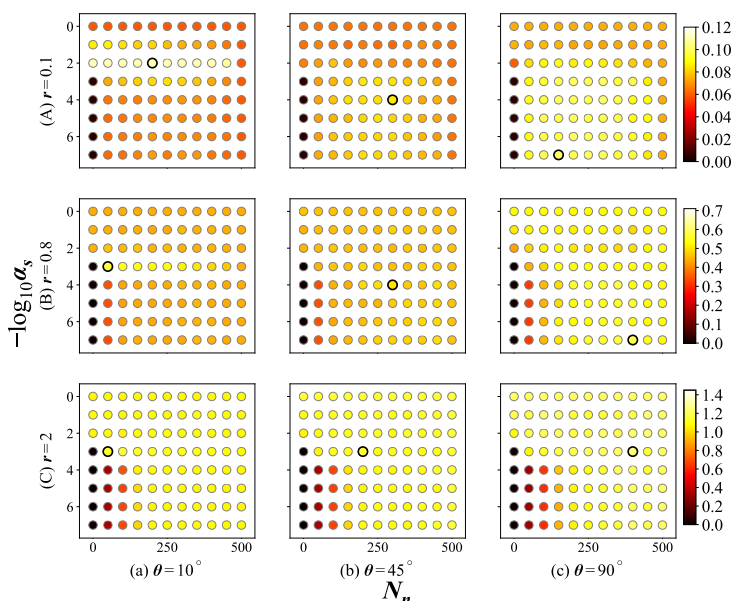


図3 異なる2箇所の餌場の巣から見た相対角 $\theta = \{10^\circ, 45^\circ, 90^\circ\}$ (図2)、餌増加率 $r = \{2.0, 0.8, 0.1\}$ の組み合わせを、各コロニーの置かれた9通りの採餌環境とし、各採餌環境毎に、i)コロニー全個体 500 匹の中の高感度アリの個体数 N_n 、および、ii) コロニー内の弱感度アリのフェロモン感度 a_s からなるパラメータ空間 ($N_n - a_s$ 空間)内にアリの採餌効率のランドスケープを描いた。色の明るさが採餌効率を表し、各採餌環境の最適戦略は白抜き黒丸で書かれている。

3.3 数論幾何による超一様性の研究 (東京大学 志甫グループ)

(1) 研究実施内容及び成果

良い性質を持つ超一様点集合の構成は準モンテカルロ法による数値積分において重要である。超一様点集合の一種であるデジタルネットは、2進数(あるいは素数のべき q に対する q 進数)を $[0,1]$ 区間の実数とみなすことを通じて、有限体 F_q 上の行列、線形代数を用いて構成される。

(t,s) -sequence という F_q 上の無限次元行列の族があると、 (t,m,s) -net というデジタルネットが得られる。パラメータのうち t 値により積分誤差が評価される。(また、 m は実数を q 進展開したときの桁、 s は積分区間の次元である。) 一方、WAFOM もデジタルネットの評価値として知られており、これも積分誤差を評価する。 (t,m,s) -net があるとき、Dick construction により高次デジタルネットが得られ、その WAFOM は t 値を用いて上から評価される。

Niederreiter-Xing は有限体上の無限遠点付き代数曲線 (X, P_∞) とその上の点 $(P_1, \dots, P_s)$ を用いて (t,s) -sequence を構成した。この場合の t 値は $g + \sum_i (e_i - 1)$ で上から押さえられる。但し g は X の種数、 e_i は P_i の次数である。従って、種数に比べて次数の小さな有理点の多い代数曲線を用いれば、 s に比して t 値の小さな (t,s) -sequence が得られ、従って、上の議論により WAFOM の小さなデジタルネットが得られる。このようなよい代数曲線の例として、Garcia-Stichtenoth による代数曲線の塔などが知られている。

最近、 (t,s) -sequence や (t,m,s) -net の変種として (u,e,s) -sequence や (u,e,m,s) -net の概念が現れている。(ここで e は自然数の組 $(e_1, \dots, e_s)$ である。) Hofer-Neiderreiter は、有限体上の無限遠点付き代数曲線 (X, P_∞) とその上の点 $(P_1, \dots, P_s)$ を用いて (u,e,s) -sequence を構成した。ここで u は X の種数で上から押さえられ、また e_i は P_i の次数である。つまり、 t 値への種数と点の次数の影響を分けて捉えられるという意味で、 (u,e,s) -sequence の概念は (t,s) -sequence の概念の精密化であると思われる。

そこで、 (t,m,s) -net から Dick construction により高次デジタルネットが得られ、その WAFOM を評価する議論の変種として、 (u,e,m,s) -net からの e -Dick construction および e -WAFOM の概念を定式化し、構成されるデジタルネットの e -WAFOM を u 値で評価することを試みた。構成は抽象的にはうまくいきそうであるが、 e -WAFOM と積分誤差との関係が不明なので、数値積分における有用性を示すには至っていない。

また, Niederreiter-Xing や Hofer-Neiderreiter の議論は, t 値あるいは u 値の上からの評価を導くが, その正確な値を求めているではない。(正確な t 値を求める Dick-Niederreiter の研究があるが, 代数曲線から作る (t,s) -sequence を扱っていない。) 適当な仮定の下では彼らの上からの評価が正確な値と一致していることがわかるが, 代数曲線と点の取り方を工夫すれば, 彼らの評価より u 値が真に小さくなりうると思われるので, その様子を調べるために, 具体例の構成を試みた。

超一様点集合や WAFOM の理論と数論幾何との関係はまだよくわかっていないので, 数論幾何の理論のより一層の進展と整備も必要であると思われる。そのことに念頭をおき, p 進数論幾何などの純粋数学の研究も行った。

3.4 数論的基本群による超一様性の研究 (京都大学 玉川グループ)

(1) 研究実施内容及び成果

本研究では, 数論幾何学における数論的基本群を用いた超一様点集合の設計を目標とし, 超一様点集合 (低 WAFOM 点集合) の理論と数論的基本群をはじめとする数論幾何学の理論の両面から研究を進めた。

Niederreiter-Xing は有限体上の代数曲線で種数に比べて有理点 (あるいは次数の低い点) の多いものから出発して, 低 t 値 (t, s) 列を構成した。このような点列は一様点集合 (低*-discrepancy 点集合) を与えることが知られており, それ自身準モンテカルロ法において重要である。一方, 松本らは, WAFOM という t 値とは異なる利点を持つ一様性の指標を導入したが, 鈴木は, Niederreiter-Xing の構成した低 t 値 (t, s) 列から出発して, 超一様点集合 (低 WAFOM 点集合) を構成できることを示した。

本研究では, まず, Niederreiter-Xing, Dick, 松本-斎藤-的場, 鈴木, 原瀬, 芳木-松本らの文献により超一様点集合の従来理論の検討を行い, 理論の改良を試みた。特に, 上述の Niederreiter-Xing の低 t 値 (t, s) 列から出発して得られる一様点集合 (低*-discrepancy 点集合) が Niederreiter-Xing 構成における基底変換に本質的によらないのに対し, 超一様点集合 (低 WAFOM 点集合) のほうは基底変換に本質的によっているという現象に注目し, 数論幾何学的手法によって良い基底を取ることにより, より良い超一様点集合を構成することを試みた。

次に, 上述の Niederreiter 構成においては, 有限体上の有理点 (あるいは次数の低い点) の多い代数曲線の構成が決定的に重要である。本研究では, 数論的基本群の数論幾何学を用いてそのような代数曲線を構成することを目指した。より具体的には, 従来そのような良い代数曲線は単独で構成されるのではなく, 良い代数曲線の塔として構成されることが多かった。代数曲線の塔は数論的基本群により (トートロジカルに) 解釈され, その文脈では, 有理点は分解群と呼ばれる数論的基本群の部分群によって統制される。

本研究では, 伊原, Garcia-Stichtenoth, Zaytsev, Elkies, Bassa-Beelen, 長谷川-犬塚-鈴木, Stichtenoth らの文献により有限体上の有理点の多い代数曲線やその塔の構成に関する従来理論の検討を行い, 理論の改良を試みた。特に, 従来得られていた塔の数論的基本群による解釈や良い塔の満たすべき条件の洗い出しを通じて, 新しい良い塔の構成を目指した。

なお, 本研究では, 数論的基本群による超一様点集合の構成への応用を見据えて, 数論

的基本群を中心とする数論幾何学の理論的研究も行った。特に、数論的基本群とその表現の専門家である Rasmussen 氏、Hui 氏を招へいし、関連する知見を集めて共同研究を行った。

§ 4 成果発表等

(1)原著論文発表 (国内(和文)誌 1 件、国際(欧文)誌 20 件)

1.T. Goda, “Quasi-Monte Carlo integration using digital nets with antithetics”, *Journal of Computational and Applied Mathematics*, Volume 304, pp.26-42(2016).

2.Takayuki Okuda, Wei-Hsuan Yu, “A new relative bound for equiangular lines and nonexistence of tight spherical designs of harmonic index 4”, *European J. Combin.* Vol. 53, pp.96-103(2016).

3.Masatake Hirao, Takayuki Okuda, Masanori Sawa, “Some remarks on cubature formulas with linear operators”, *J. Math. Soc. Japan*, Vol. 68, No. 2, pp.711-735(2016).

4.Hiroshi Haramoto, Makoto Matsumoto, “A Method to Compute an Appropriate Sample Size of a Two-Level Test for the NIST Test Suite,” *Monte Carlo and quasi-Monte Carlo Methods 2016* (採録決定済み, 掲載予定).

5.T. Ogawa, E. Shoji, N. J. Suematsu, H. Nishimori, S. Izumi, A. Awazu, M. Iima : The Flux of *Euglena gracilis* Cells Depends on the Gradient of Light Intensity, *PLOS ONE.*, DOI:<http://dx.doi.org/10.1371/journal.pone.0168114>-14(2016).

6.Kazunori Takamiya, Keisuke Yamamoto, Shuhei Isami, Hiraku Nishimori, and Akinori Awazu: Excluded volume effect enhances the homology pairing of model chromosomes, *Nonlinear Theory and Its Applications*, IEICE 7, pp.66-75 (2016).

7.Kosuke Suzuki, Takehito Yoshiki, “Formulas for the Walsh coefficients of smooth functions and their application to bounds on the Walsh coefficients”, *J. Approx. Theory*, Vol.205, pp.1-24(2016).

8.Takashi Goda, Kosuke Suzuki, Takehito Yoshiki, “Digital nets with infinite digit expansions and construction of folded digital nets for quasi-Monte Carlo integration”, *J. Complexity*, Vol.33, pp.30-54 (2016).

9.Takashi Goda, Kosuke Suzuki, Takehito Yoshiki, “An explicit construction of optimal order quasi-Monte Carlo rules for smooth integrands”, *SIAM Journal on Numerical Analysis* Vol.54(4) ,pp.2664-2683(2016).

10.T. Goda, “Computing the variance of a conditional expectation via non-nested Monte Carlo” *Operations Research Letters*, Volume 45, Issue 1, pp.63-67(2017).

11.T. Goda, “The b-adic symmetrization of digital nets for quasi-Monte Carlo integration” *Uniform Distribution Theory*, Volume 12, Issue 1, pp.1-25(2017).

12.Takashi Goda, Kosuke Suzuki, Takehito Yoshiki,
“Quasi-Monte Carlo integration for twice differentiable functions over a triangle”
Journal of Mathematical Analysis and Applications, Volume 454, Issue 1, pp.361-384(2017).

13. Josef Dick, Friedrich Pillichshammer, Kosuke Suzuki, Mario Ullrich, Takehito Yoshiki, "Lattice-based integration algorithms: Kronecker sequences and rank-1 lattices", *Annali di Matematica*, 1-18(2017) DOI 10.1007/s10231-017-0670-3.
14. Kosuke Suzuki, "Super-polynomial convergence and tractability of multivariate integration for infinitely differentiable functions", *Journal of Complexity* Vol.39, pp.51-68(2017).
15. Josef Dick, Takashi Goda, Kosuke Suzuki, Takehito Yoshiki, "Construction of interlaced polynomial lattice rules for infinitely differentiable functions", *Numerische Mathematik* Vol.137(2), pp.257-288(2017).
16. Takashi Goda, Kosuke Suzuki, Takehito Yoshiki, "Optimal order quadrature error bounds for infinite-dimensional higher order digital sequences", *Foundations of Computational Mathematics* pp.1-26(2017). <https://doi.org/10.1007/s10208-017-9345-0>.
17. Takashi Goda, Kosuke Suzuki, Takehito Yoshiki, "Optimal order quasi-Monte Carlo integration in weighted Sobolev spaces of arbitrary smoothness", *IMA J Numer Anal* Vol.37(1), pp.505-518(2017).
18. Hiraku Nishimori, Nobuhiko Suematsu and Satoshi Nakata, "Collective Behavior of Camphor Floats Migrating on the Water Surface", *J, Phys. Soc. Jpn*, Vol.86, pp.10102-1-9(2017).
19. Takahiro Tanabe, Takashi Shimada, Nobuyasu Ito, and Hiraku Nishimori, "Splash detail due to a single grain incident on a granular bed", *Phys. Rev. E* Vol.95, pp.022906-1-8(2017).
20. 山中治, 栗津暁紀, 西森拓, "アリの採餌行動における定位情報の優先的行動の理解への展望", *日本ロボット学会誌* Vol. 35, No. 6, pp.444-447(2017),
21. M. Matsumoto, R. Ohori, T. Yoshiki, "Approximation of Quasi-Monte Carlo worst case error in weighted spaces of infinitely times smooth functions", *Journal of Computational and Applied Mathematics*, Vol. 330, pp. 155-164(2018 年 3 月)(出版決定)

(2)その他の著作物(総説、書籍など)

1. 西森拓、荻原悠祐: アリの採餌経路決定における優先情報の切り替え, *昆虫と自然*, Vol.51(10), pp. 36-38 (2016).
2. 西森拓・白石允梓: アリのフェロモン感受性のエラー活用モデル, *昆虫と自然* Vol.51(11), pp. 39-41(2016).
3. 山中治・鹿田晃一・荻原悠祐・西森拓: トビイロケアリの帰巢行動における視覚情報の利用の検証, *昆虫と自然*, Vol.51(12), pp.36-38(2016).
4. 西森拓: 地形現象のモデリング ―海底から地球外天体まで― 遠藤徳孝・小西哲郎・西森拓・水口 毅・柳田達雄 編 全 255 ページ, 名古屋大学出版会(2017).
(西森執筆担当: 序章: モデリングとは、第 3 章: 砂丘 ― 形づくりと運動の数理モデリング, 補説: 地形モデリングにおける無次元化について).

(3)国際学会発表及び主要な国内学会発表

①招待講演(国内会議 12 件、国際会議 2 件)

1.西森拓(広島大学),“アリの集団採餌口単純要素の集団による精妙なダイナミクス”, アクティブマター研究会, 九州大学箱崎キャンパス, 2016 年 1 月 22 日(金)ー23 日(土).

2.白石允梓(広島大学),“群れの集団運動の数理モデルと Lyapunov 解析”, 広島大学数学科数学談話会,広島大学東広島キャンパス,2016/5/24.

*3.Hiraku Nishimori(広島大学),“Intelligent Group by Innocent Individuals: Autonomous Task Allocation Dynamics of Foraging Ant,”The 1st Workshop on Self-Organization and Robustness of Evolving Many-Body Systems”, Hotel Umehara, Kashima, Ibaraki, Japan, 2016/8/28. (国際会議)

4.西森拓(広島大学),”アリ集団の採餌ダイナミクスー自律的分業とゆらぎの利用ー“, AICSシンポジウム「群れ」, 早稲田大学総合研究機構 複雑系高等学術研究所, 2016/10/29.

5. 白石允梓(広島大学), 相澤洋二(早稲田大学),”群れの感性和新しいモデルについて”, AICSシンポジウム「群れ」, 早稲田大学総合研究機構 複雑系高等学術研究所, 早稲田大学西早稲田キャンパス, 東京, 2016 年 10 月 29, 30 日,

6.西森拓(広島大学),”小さなアリたちが築く賢い社会ーアリの行動実験と数理科学のアプローチ”, 2016 武蔵野大学数理工学シンポジウム,武蔵野大学有明キャンパス,2016/11/22.

7.西森拓(広島大学),“Intelligent Group Behavior by Unintelligent Individuals: Autonomous Task Allocation Dynamics of Foraging Ants”, 早稲田大学非線形科学コロキウム,早稲田大学理工学術院 2017/5/31.

8.Hiraku Nishimori(広 島 大 学),“Intelligent Group Behavior by Innocent Individuals: Autonomous Task Allocation Dynamics of Foraging Ants”,科研費補助金新学術領域「ゆらぎと構造の協奏」第3回領域研究会, 九州大学伊都キャンパス,2016/6/17.

9.合田 隆(東京大学),“準モンテカルロ法の基礎から工学的応用の可能性まで”, 日本 OR 学会 2017 年度中部支部シンポジウム, 愛知, 2017 年 9 月.

10.H. Nishimori(広 島 大 学),“Intelligent Group Behavior by Unintelligent Individuals: Autonomous Task Allocation Dynamics of Foraging Ants”, The 2nd Workshop on Self-Organization and Robustness of Evolving Many-Body Systems, Sapporo, September 8-9,2017. (国際会議)

11.西森 拓(広島大学),“砂丘のパターン形成とダイナミクスの数理モデリング”,明治大学 MIMS 共同研究集会,”自然界に現れる紋様,形態の統合的理解”, 明治大学中野キャンパス,2017/9/11-13.

12.西森拓(広島大学),“賢くない個体たちによる知的な集団行動ーアリの集団採餌における自律的分業ー“, 第 37 回エアロ・アクアバイオメカニズム学会定例講演会(広島大学大学 東千田キャンパス),2017 年 9 月 19 日.

13. 芳木 武仁(京都大学), ”準モンテカルロ積分の実装可能なアルゴリズムの紹介とその精度の評価”, 東京大学数理情報第3研究室輪講(招待講演枠), 東京大学, 東京, 2017 年 11 月 15 日.

14. 西森 拓(広島大学), ”アリの集団採餌—自律的制御による分業ダイナミクス”, 第1回松江数理生物学・現象数理学ワークショップ The 1st Matsue Workshop Mathematical Modeling and Numerical Simulation and Analysis in Biology and Nonlinear Phenomena, 松江テルサ(松江市), 2017 年 11 月 30 日(木) - 12 月 3 日(日).

②口頭発表 (国内会議 11 件、国際会議 11 件)

1. 鈴木航介(オーストラリア・ニューサウスウェールズ大学), ”準モンテカルロ積分概観”, 乱数と超一様性集会, 東京大学工学部(本郷キャンパス) 2016 年 6 月 22 日.

2. 奥田 隆幸 (広島大学), ”Designs and Codes on commutative association schemes”, 乱数と超一様性集会, 東京大学, 2016 年 6 月 24 日.

3. 合田 隆(東京大学), ”不偏推定量を構成する汎用的手法としてのマルチレベル(+ランダム化準)モンテカルロ法”, 乱数と超一様性集会, 東京, 2016 年 6 月 24 日.

4. 鈴木航介(オーストラリア・ニューサウスウェールズ大学), ”Optimal Order Quasi-Monte Carlo Integration in Sobolev Spaces of Arbitrary Smoothness”, 12th International Conference on Monte Carlo and Quasi-Monte Carlo Methods in Scientific Computing, Stanford, California, 2016 年 8 月 18 日.(国際会議)

5. 合田 隆(東京大学), ”Antithetic sampling for quasi-Monte Carlo integration using digital nets”,
12th International Conference on Monte Carlo and Quasi-Monte Carlo Methods in Scientific Computing, Stanford, USA, 2016 年 8 月.(国際会議)

6. 白石允梓(広島大学), 山中治(広島大学), 栗津暁紀(広島大学), 西森拓(広島大学), ”RFID チップ観測データに基づくクロオオアリのコロニーでの個体の採餌行動時間間隔の解析”, 日本物理学会秋季大会大会, 金沢大学角間キャンパス, 金沢, 2016 年 9 月 13 日～16 日.

7. 白石允梓(広島大学), 山中治(広島大学), 栗津暁紀(広島大学), 西森拓(広島大学), ”アリの採餌行動の観測と数理モデル”, 研究会「理論と実験」, 広島大学東広島キャンパス, 広島, 2016 年 10 月 7, 8 日.

8. Masashi Shiraishi(広島大学), Osamu Yamanaka(広島大学), Akinori Awazu(広島大学), Hiraku Nishimori(広島大学), ”Analysis of Individual Foraging Behavior of *Camponotus Japonicus* Based on Observation Data Using RFID Chip”, Workshop on “Interdisciplinary Applications of Nonlinear Science”, Kagoshima University, 3-6 Nov., 2016. (国際会議)

9. 西森拓(広島大学), ”Intelligent Group behavior by not-necessarily intelligent Individuals: Autonomous Task Allocation Dynamics of Foraging Ants”, 明治大学 MIMS 現象数理学共同研

究集会 比較動物学と現象数理学から考える「海の霊長類」の知の表現法明治大学中野キャンパス 2016/12/15.

10.合田 隆(東京大学), “Optimal order quadrature error bounds for higher order digital nets and sequences”, 7th Workshop on High-Dimensional Approximation, Sydney, Australia, 2017 年 2 月.
(国際会議)

11.鈴木航介(広島大学), “Polynomial analog of Frolov’s cubature formula” 7th Workshop on High-Dimensional Approximation Sydney, Australia 2017 年 2 月 17 日.(国際会議)

12. 白石允梓(広島大学), 山中治(広島大学), 栗津暁紀(広島大学), 西森拓(広島大学), “RFID チップ観測データによるクロオオアリの個体と集団の採餌行動時間間隔解析”, 日本物理学会第 7 2 回年次大会, 大阪大学豊中キャンパス, 大阪 (2017 年 3 月) .

13.鈴木航介(広島大学), ”高次収束を達成する多次元数値積分法”, 広島大学代数学セミナー ,広島大学, 2017 年 4 月 21 日.

14.合田 隆(東京大学), “Optimal order quasi-Monte Carlo integration for smooth function”, International Conference on Monte Carlo Methods and Applications, Montreal, Canada, 2017 年 7 月.(国際会議)

15.Hiroshi Haramoto(Ehime University), “Testing soundness of statistical tests for random number generators by using a three-level test,” 11th International Conference on Monte Carlo Methods and Applications (MCM 2017), モントリオール大学, 2017 年 7 月 5 日(国際会議)

16.鈴木航介(広島大学), ”Enumeration of the Chebyshev-Frolov Lattice Points in Axis-Parallel Boxes”, Eleventh International Conference on Monte Carlo Methods and Applications, Montreal 2017 年 7 月 6 日(国際会議)

17.合田 隆(東京大学), “Richardson extrapolation of polynomial lattice rules for smooth functions”,
ESI Program on Tractability of High Dimensional Problems & Discrepancy, Vienna, Austria, 2017 年 9 月.(国際会議)

18.原本博史(愛媛大学), ”三重検定を用いた擬似乱数検定パッケージの健全性評価”, 応用数理学会 2017 年度年会、武蔵野大学、2017 年 9 月 6 日

19.鈴木航介(広島大学), ”超一様点集合と数値積分”, 組合せ論サマースクール 2017 , 佐賀県 2017 年 9 月 7 日.

20. 白石允梓(広島大学), 山中治(広島大学), 栗津暁紀(広島大学), 西森拓(広島大学), “RFID チップによるクロオオアリの活動頻度・時間の解析”, 日本物理学会秋季大会大会, 岩手大学上田キャンパス, 岩手, 2017 年 9 月 21 日～24 日

21.芳木 武仁(京都大学), “準モンテカルロ積分の性能”, 物理統計セミナー2017@麒麟倶楽部,
麒麟倶楽部, 滋賀, 2017 年 10 月 22 日.

22. Masashi Shiraish(広島大学), Osamu Yamanaka(広島大学), Akinori Awazu(広島大学), Hiraku Nishimori(広島大学), “Analysis on Activity Statistics and Its Dependence on Spatial Location in the Nest using RFID Sensors in *Campnotus janpnicus*”, SWARM 2017: The 2nd International Symposium on Swarm Behavior and Bio-Inspired Robotics, , Kyoto, Japan, October 29-November 1(2017). (国際会議)

③ポスター発表 (国内会議 5 件、国際会議 0 件)

1. 白石允梓(広島大学), 山中治(広島大学), 栗津暁紀(広島大学), 西森拓(広島大学), 「RFID チップを用いたクロオオアリのコロニーにおける個体毎の採餌行動時間間隔の解析」, 日本動物行動学会第 35 回大会, 新潟大学五十嵐キャンパス, 新潟, 2016 年 11 月 11 日～13 日

2. 白石允梓(広島大学), 松本眞(広島大学), 西森拓(広島大学), 「超一様乱数を用いた準モンテカルロ法による数値シミュレーションの数理・物理現象への応用」, CREST・さがけ・数学協働プログラム合同シンポジウム「数学パワーが世界を変える」, 東京大学駒場キャンパス, 東京, 2017 年 2 月 11, 12 日

3. 白石允梓(広島大学), 松本眞(広島大学), 西森拓(広島大学), 「超一様乱数の数理・物理現象への応用」, 第四回 JST 数学領域横断若手合宿, 休暇村讃岐五色台, 香川, 2017 年 2 月 21 日～23 日

4. 白石允梓(広島大学), 山中治(広島大学), 栗津暁紀(広島大学), 西森拓(広島大学), 「RFID 計測によるクロオオアリの活動頻度統計への巣内位置依存性」, 行動 2017 KOUDOU2017 日本動物行動関連学会・研究会 合同大会, 東京大学駒場キャンパス, 東京, 2017 年 8 月 30 日～9 月 1 日

5. 白石允梓(広島大学), 西森拓(広島大学), 松本眞(広島大学), 「確率的行動によるアリコロニーの採餌行動の最適化」, CREST 異分野交流会, 明治大学中野キャンパス, 東京, 2017 年 11 月

(4)知財出願

該当無し

(5)受賞・報道等

①受賞

Best Presentation Award;

Masahiro Nakao(広島大学), Osamu Yamanaka(広島大学), M. Shiraish(広島大学), Akinori Awazu(広島大学), Hiraku Nishimori(広島大学), “Situation-Dependent Task Allocation in *Campnotus janpnicus*”, The 2nd International Symposium on Swarm Behavior and Bio-Inspired Robotics, Kyoto, Japan, October 29-November 1(2017).

②マスコミ(新聞・TV等)報道

該当無し

③その他

該当無し

(6)成果展開事例

①実用化に向けての展開

本研究により開発した、準モンテカルロ数値積分用点集合である「Low WAFOM 点集合」については、以下の github URL にてベータ版を公開中である。

C++ 多変量正規分布

<https://mersennetwister-lab.github.io/TruncatedNormalCPP/ja/index.html>

C++ 数値積分

<https://mersennetwister-lab.github.io/MCQMCIntegration/ja/index.html>

R 数値積分

<https://mersennetwister-lab.github.io/rmcqmcint/index-ja.html>

また、R 言語での実装は CRAN にて公開されている。公開ホームページは、研究室の Low WAFOM 点集合の次の紹介サイトからリンクがある。

<http://www.math.sci.hiroshima-u.ac.jp/~m-mat/CREST/index-ja.html>

②社会還元的な展開活動

該当無し

§ 5 研究期間中の活動

5. 1 主なワークショップ、シンポジウム、アウトリーチ等の活動

年月日	名称	場所	参加人数	概要
2016 年 6 月 22 日-24 日	乱数と超一様性集会プログラム(非公開)	東京大学工学部	10	乱数と超一様性の利用について研究発表と情報交換
2016 年 10 月 12 日	「広島観音高校プロフェッショナル講演会」	広島観音高校	280	アリの分業システムの自己組織化に関する数理モデリングの手法に関して、高校生徒に対する特別授業を行った(西森)

§ 6 最後に

高次元数値積分に用いる超一様点集合について、パラメータ付 WAFOM 値を導入することで様々な次元での低 WAFOM 点集合を構築することができた。特に、Joe-Kuo による最新型の Sobol 点集合を、下三角行列で変形して探索することにより得られた Sobol-Low-WAFOM 点集合は、いくつかの関数で従来の超一様点集合をしのぐ性能を示した。点集合を発生するソフトウェアをホームページに公開した。また、準モンテカルロ積分に関するさまざまな結果(無限次元化など)を得た。これらに関しては研究の目標をおおむね達成しているが、実際に広く利用されるためにはさらなる努力が必要である。

超一様性と統計学をつなぐ試みに関しては、多変量正規分布を超立方体上積分する準モンテカルロ法によるソフトウェア(Botev のアルゴリズムに LowWAFOM 点集合を用いるもの)を開発し公開した。通常のモンテカルロ法や Sobol 列よりも誤差収束が速いことが実験的にわかったが、いまだ実験途中である。bootstrap 法のような、統計におけるランダムアルゴリズムへの超一様性の利用についても検討したが、具体的な成果に繋がらなかった。

代表的な超一様点集合である Sobol 点集合、Niederreiter 点集合が代数曲線の有理点に基づいて生成されることに注目し、数論的代数幾何などの純粋数学を用いて超一様点集合を設計する(t-value や WAFOM, あるいはその一般化をあたえる)試みについては、アイデアは進んだものの具体的研究成果には至らず検討中となった。数値積分以外のモンテカルロシミュレーションにおいて超一様乱数を用いる試みも行ったが、具体的成果は未だ出ずに検討中となった。

社会行動の数値モデリングに関しては、社会性昆虫であるアリの集団採餌戦略に潜むランダムネスの効用を論じた。その中で、Ant Colony Optimization (ACO)として従来知られている最適化アルゴリズムとは異なった、「非一様ランダム戦略」とも呼ぶべき効率的集団採餌戦略が存在することが、計算機シミュレーションと数理モデルの解析によって判明した。これらの研究のながれは、いきものの行動(アリの集団採餌)からヒントを得て、現象を数理モデルとして抽象化し、集団における従来の最適戦略の考え方を再検討したものといえるが、さらなる展開として、いきものの行動の実態をより定量的にかつ継続的に測定することで、より新規な最適化の概念の発見が期待できるとの考えるに至った。そのために、アリのコロニーの飼育を行い、コロニー内のすべてのアリの体に各個体の ID を特定する超微小チップを付着し、集団の社会行動や行動に潜むランダムネスの実態を長期間(数ヶ月)にわたって自動測定する新システムを構築した。

これらの実証研究は、本課題とは並行して、民間企業との共同研究契約の締結の下、遂行されている。ただし、本課題での取り組みが直接の発端となって、いきものの生存戦略を数理的側面と実証的側面の双方から、かつ大学と民間企業の協力により追求する新しい研究協力体制が開始されたものと見なせ、今後の展開において、本課題の成果が十分に活かせるものと考えられる。