

戦略的創造研究推進事業 CREST  
研究領域「数学・数理科学と情報科学の連携・融合  
による情報活用基盤の創出と社会課題解決に向けた展開」  
研究課題「設計の新パラダイムを拓く新しい離散的  
な曲面の幾何学」

## 研究終了報告書

研究期間 2019年10月～2025年03月

研究代表者：梶原 健司  
(九州大学 マス・フォア・インダストリ研  
究所 所長・教授)

## §1 研究実施の概要

### (1)実施概要

当初の研究構想として掲げた目標を各グループがよく理解して連携し、非常に多くの研究成果を得た。研究提案書に記した「数学・情報科学の専門家がタッグを組み、建築・造船の専門家が参加する混成チームにより、設計・製造における共通の課題を抽出し、数学的な定式化を与え、実用可能なソフトウェアを実装する。」ことは、分野が造船にまで伸びなかったこと以外はほぼ達成され、最終的なゴールである「双方向循環型設計プラットフォームのプロトタイプ of の構築」もほぼ完成した。プラットフォームに設計ツールのコンポーネントを追加することは容易で、マニュアルも整備されており、特に、研究提案書に書いた区分可展面による曲面構造の双方向型循環設計ツールは、必要な理論が構築され、各コンポーネントが実装されて使用できる状態になっている。その他にも、数学と情報科学・建築・工業意匠設計の研究者の協働で、全体を俯瞰するのが困難なほど、期待以上に多くの研究成果が得られた。以下、各グループの報告から項目を抽出して記載する。

### 梶原グループ

#### I.(a) 区分的に連続な(滑らかな)曲面の幾何学

- ・区分的に滑らかな曲線・曲面に対する曲率概念の構築
- ・PWS 曲面に対する離散変分原理の構築
- ・理想の採光を実現するドームの設計

#### I.(b) アート性が高い形状を効率的に設計可能にする「美的曲面」の理論

- ・対数型美的曲線の相似幾何を用いた特徴付けと可積分離散化
- ・相似幾何に基づく LAC の空間曲線・曲面への拡張

#### I.(c) 幾何学的により性質や力学的に優れた特性を持つクラスの曲面の理論

- ・吊り下げ曲面の理論とその離散化(横須賀グループと共同)
- ・膜 O 曲面論とその建築曲面設計への応用(大崎グループ、横須賀グループと共同)
- ・可積分性・美的性・力学的合理性を備えたトラス構造(大崎グループ、横須賀グループと共同)
- ・容積最大ピローボックスの生成理論と設計ツールの実装(三谷グループ、横須賀グループと共同)
- ・薄肉シェルの変形に現れる対称性

#### II.(f) 対数型美的曲線のクライン幾何類似と実装

- ・曲線の自己アフィン性に基づく対数型美的曲線(LAC)の等積アフィン幾何への拡張

### 大崎グループ

#### II.(a) 曲面の新しいパラメトリック表現と幾何的制約をみたす区分的連続曲面生成法

- ・平均曲率流による内部境界を有する区分的平均曲率一定曲面の生成
- ・区分的可展面を生成するメッシュレス法の構築
- ・離散 Ricci flow を用いた指定ガウス曲率をもつ曲面の生成法
- ・剛体折り紙による曲面の離散近似
- ・負のポアソン比を持つ離散ユニット構造による曲面構造の設計
- ・望ましい軸力分布をもつグリッドシェルの Laguerre 幾何を用いた設計法

#### II.(b) 美的形状を有する曲面状建築の設計法

- ・可展面と極小曲面の中間的な曲面の生成法
- ・水平投影応力分布などのパラメータを指定した曲面形状設計
- ・梁のねじれや接合部の不整合が生じない、指定曲面形状に近い六角形ラチス構造の設計法
- ・可積分性・美的性・力学的合理性を備えた構造物の数理と設計手法(梶原・横須賀 G と共同)
- ・双方向循環型設計プラットフォームの開発

#### II.(c) 区分的に滑らかな曲面の特徴量の作る幾何構造に基づく解析・同定と最適化手法

- ・構造物に荷重が作用したときのデータ駆動型応答量予測と大規模最適化手法

#### 横須賀グループ

##### II.(d) 施工性+力学的合理性に優れた幾何的に性質のよい曲面構造

- ・測地線によるグリッドシェル構造(曲線)
- ・等角写像による平面板の曲線梁構造(曲線)
- ・Willmore エネルギーを用いた空気膜構造(曲面)
- ・平坦四辺形を有する曲面構造(曲面)
- ・クライン幾何の応用による施工性に優れた曲面構造(曲面)

##### II.(e) 幾何的な汎関数の離散化の有限要素法への応用

- ・座標仮定有限要素法の構築

##### III.(a) 折紙工学における曲線折りの仮設構造物等への応用

- ・Circular nets を活用したピローボックス型仮設構造物の開発

#### 關根グループ

##### II.(f) 対数型美的曲線のクライン幾何類似と実装

- ・点列を通過する曲線への対数型美的曲線の応用
- ・対数型美的曲線によるロボットの軌道生成
- ・曲面上の対数型美的曲線
- ・対数型美的曲線の形状パラメータの可変性による曲線の表現能力の向上

##### II.(g) クライン幾何による美的曲面類似と実装

- ・3次元クロソイド離散曲線による点列補間による対数型美的曲線の空間曲線/曲面への拡張

##### II.(b) 美的形状を有する曲面状建築の設計法

- ・極小曲面の曲率線の研究
- ・城郭石垣の曲面の研究
- ・螺旋状建築におけるカイラリティの研究
- ・正規, 非正規な配置の特異な一般化ミウラ折りによる建築設計への応用

新しい展開:「かわいい」形状

双方向循環型設計プラットフォームのコンポーネント開発

#### 滝沢グループ

##### II.(h) (曲面法線マップ画像に基づく) 区分可展面の生成技術

- ・曲面法線マップ画像に基づく区分可展面の生成技術
- ・可展面の B-spline による近似方法と平面への展開方法の開発
- ・Royan Central Market Hall モデルの可展面近似
- ・完全対数型美的曲面の区分可展面近似と PET フィルム装着
- ・最小回転座標系による可展面の生成
- ・アイソジオメトリック解析によるしわのない傘曲面の設計

#### 三谷グループ

##### II.(i) 空間曲線での折りを含む可展形状の対話的設計法の構築

- ・展開図の操作による設計法
- ・可展面の離散モデルの対話的設計法
- ・剛体可折な折りパターンの設計手法の開発

##### III.(c) 可展面の連続変形とクライン幾何学的分析

- ・折り目が展開された状態から折られた状態への推移過程のモデル化
- ・可展面のクライン幾何学的分析

#### (2) 顕著な成果

<優れた基礎研究としての成果>

##### 1. 相似幾何による対数型美的曲線の拡張

概要:工業意匠設計で開発された、美的性を内包する平面曲線の族「対数型美的曲線」(LAC)を相似幾何で定式化する。LAC はオイラーの弾性曲線の相似幾何類似と見なすことができ、可積分変形に関する形状不変性と変分原理で特徴づけられる。これから、LAC の可積分離散化、空間曲線・曲面への拡張を提唱した。さらに、離散 LAC が生成する、力学的合理性を備えたトラス構造の理論や、自己アフィン性に着目して LAC の等積アフィン幾何における拡張を提唱した。

## 2. 離散曲面の拡張としての区分的滑らかな曲面に対する曲面論の構築

概要:区分的に滑らかな曲面は、平面をつないでできる通常の離散曲面の拡張と見なすことができるが、それらに対してガウス曲率、平均曲率などの特徴量を、Steiner の公式や Minkowski の公式が成り立つように導入した。さらに、非等方エネルギーを導入して、その変分の臨界点として区分的に滑らかな曲面を生成する方法を考案した。

## 3. 大きな群に付随する離散可積分微分幾何による構造物の設計

概要:3 次元空間に働く最も大きな変換群に付随するリー球面幾何を始めて建築構造設計に適用し、曲率線座標を保ちつつオフセットを調整して施工性と力学的特性に優れたグリッドシェル構造の生成法を考案した。また、相似幾何における LAC の離散化をキーラインとする力学特性に優れたトラス構造の生成手法と変換論を見出し、メビウス不変性を活用して同様の特性を有する多様な 3 次元構造物の生成法を構築した。これらは離散可積分幾何の新たな発展の方向性と建築構造の新しい設計手法を開拓するものである。

### < 科学技術イノベーションに大きく寄与する成果 >

#### 1. 双方向型循環設計の概念の提唱と設計プラットフォームのプロトタイプの実装

概要:さまざまな曲面構造の設計に対して、設定したパラメータ値を実現する曲面クラスを設計者に提示することで CAD→CAM→CAE という通常の順方向目的型設計だけでなく、逆方向目的型設計を自由に実施できる双方向型循環設計の概念を提唱し、それを実現する設計プラットフォームを分野標準の 3D 設計ソフトウェア Rhinoceros と Grasshopper 上に実装し、さまざまなクラスの曲面・曲線の設計ツールをコンポーネントとして取り込むことができるようにした。実際に可展離散曲面を取り上げ、自由曲面の可展離散曲面近似、構造解析、機械学習を使用した逆方向目的型設計ツールの実現に必要な理論を構築して実装し、パッケージとして統合して可展離散曲面上の双方向型循環設計ツールを作成した。

#### 2. 折り目を含む可展形状の離散表現および対話的な設計手法の開発

概要:曲面を折ることで生じる「折り目」を含む幾何形状の離散表現手法および、その対話的な設計手法について開発を行った。空間曲線での折り目を含む可展面の離散モデルの設計に対し、形状全体をハンドル曲線という補助曲線により対話的に操作する手法を考案した。また、形状を平面にマップして展開図を操作して形状を生成するツールや、工学への応用を企図して剛体可折な折りパターンの対話的デザイン手法を開発し、上記プラットフォームのコンポーネントとして実装した。これらは折り目を含む可展形状の設計を革新的に容易にする成果である。

#### 3. 離散可展曲面に対する大きな群の離散可積分微分幾何による高可搬性・力学的合理性・居住性を兼ね備えた仮設構造物の設計

概要:区分的に滑らかな曲面に対する離散変分原理を用いて、曲線折りによるピローボックス型形状の体積最大化問題を解き、リー曲面幾何を用いた circular nets の細分化を応用して離散化を行い、建築計画性能と構造性能の多目的最適化を組み合わせ、可搬性に優れ、力学的合理性と高い居住性を備えた仮設構造物の双方向型循環設計ツールを開発した。さらに、接合部などを工夫した 1/3 スケールモデルの実験モデルを製作し、機構が設計通りに作動することを確認し、数学と建築設計の融合による実際の構造物設計・製作の例となった。

### < 代表的な論文 >

1. Jun-ichi Inoguchi, Yoshiki Jikumaru, Kenji Kajiwara, Kenjiro T. Miura and Wolfgang K. Schief,

Log-aesthetic curves: Similarity geometry, integrable discretization and variational principles, Comput. Aided Geom. Design **105**(2023) 102233, <https://doi.org/10.1016/j.cagd.2023.102233>.

概要: 工業意匠設計で開発された、美的性を内包する平面曲線の族「対数型美的曲線」(LAC)を相似幾何で定式化する。LACは可積分変形に関する形状不変曲線として特徴付けられ、変分原理で統制され、オイラーの弾性曲線の相似幾何類似と見なすことができる。LACと同様の特徵付けによる LAC の可積分離散化を、少数の点で高品質な形状を表現できる自己適応型メッシュ上の離散曲線として定式化し、境界値問題からの生成法を与えた。

2. Yohei Yokosuka, Junichi Inoguchi, Makoto Ohsaki, Toshio Honma, Gridshell structures with discrete curvature lines :Modeling technique and evaluation of mechanical performance, Proceedings of the International Association for Shell and Spatial Structures Annual Symposium 2020/21 (IASS2020/21), pp.821-833, 2021

概要: 建築構造の分野で初めてリー球面幾何に言及した論文である。リー球面幾何による離散曲面の組織的な構成方法を提案した。曲率線座標はリー球面変換によって保たれる。曲率線座標は平坦な四辺形を持ち、四辺形に円が外接する離散曲面を形成する。さらに離散曲面は細分化する事ができ、これにより一軸の曲げ加工のみで曲線部材を形成することが可能となり、施工性に優れた離散曲率線グリッドシェル構造を生成することが可能である。

3. M. Ohsaki and K. Hayakawa, Non-parametric shape design of free-form shells using fairness measures and discrete differential geometry, J. Int. Assoc. Shell Spatial. Struct., Vol. 62, No. 2, 93-101, 2021.

概要: 離散化されたガウスマップを一般化した曲面の特性を用いて、曲面全体が可展面となる区分的に滑らかな可展面を生成するためのメッシュレス法を提案した論文である。この方法をベースに、シェル構造の面内応力やせん断応力の水平面に投影した成分や、分布荷重や線荷重をパラメータとする、さまざまな曲線境界をもつ区分的可展面の生成手法を組み合わせ、双方向循環型設計プラットフォームに実装した可展離散曲面に関する双方向設計ツールが実現された。

## § 2 研究実施体制

### (1) 研究チームの体制について

#### ① 梶原グループ

研究代表者: 梶原 健司 (九州大学マス・フォア・インダストリ研究所 教授)

研究項目

- ・新しい離散的な曲面論の創出
- ・曲面に対する離散変分原理の構築
- ・クライン幾何による美的形状の理論

#### ② 大崎グループ

主たる共同研究者: 大崎 純 (京都大学大学院工学研究科 教授)

研究項目

- ・区分的連続曲面の幾何学に基づく力学的合理性とアート性を備えた曲面の生成法
- ・美的形状を有する曲面状建築の設計法
- ・区分的に滑らかな高次元多様体に基づく解析・同定と最適化手法

#### ③ 横須賀グループ(旧本間グループ)

主たる共同研究者: 横須賀 洋平 (鹿児島大学大学院理工学研究科 准教授)

研究項目

- ・施工性+力学的合理性に優れた幾何的に性質の良い曲面構造
- ・幾何的な汎関数の離散化と有限要素法への応用
- ・折り紙工学における曲線折りの仮設構造物等への応用

④ 關根グループ(旧三浦グループ)

主たる共同研究者: 關根 惟敏 (静岡大学工学部 准教授)

研究項目

- ・クライン幾何による美的曲線・曲面の理論とCADシステムへの実装
- ・可展面や膜構造における美的曲面の定式化

⑤ 滝沢グループ(旧前川グループ)

主たる共同研究者: 滝沢 研二 (早稲田大学理工学術院 教授)

研究項目

- ・可展面による自由曲面の近似方法の確立
- ・法線マップの画像処理による曲面情報の2次元化
- ・最適化問題解法に基づく区分可展面の生成
- ・アイソジオメトリック解析による構造解析

⑥ 三谷グループ

主たる共同研究者: 三谷 純 (筑波大学システム情報系 教授)

研究項目

- ・折り目を含む可展形状の離散表現および対話的な設計手法の開発
- ・折り目が展開された状態から折られた状態への推移過程のモデル化
- ・可展面の連続変形とクライン幾何学的分析

(2)国内外の研究者や産業界等との連携によるネットワーク形成の状況について

本研究計画は数学、建築、工業意匠設計、計算幾何学の専門家からなる異分野融合プロジェクトであり、各研究者はそれぞれの分野でネットワークを有している。例えば日本応用数理学会、日本数学会、建築学会、精密工学会がその場であり、横断的な本研究計画の活動の場を確保するため、特に日本応用数理学会に幾何学的形状生成研究部会を2020年度に新設した。また、海外とのネットワークは、オーストラリア(ニューサウスウェールズ大学)、ドイツ(ベルリン工科大学、ベルリン自由大学)、フランス(国立土木学校)、オランダ(デルフト工科大学)、オーストリア(ヨハネスケプラー大学)、マレーシア(マレーシア科学大学)などとの共同研究活動や連携活動が実施されている。