

現代の数理科学と連携するモデリング手法の構築
2014 年度採択研究代表者

2020 年度 年次報告書

大石 進一

早稲田大学理工学術院
教授

モデリングのための精度保証付き数値計算論の展開

§ 1. 研究成果の概要

本研究課題では、モデリングのための精度保証付き数値計算の構築を目的としている。今年度の研究実施の概要は以下のとおりである。「不確定要素問題」について、比較的大きい不確定要素の変動幅に対して効果的に作用する高次に拡張したアフィン演算を確立した。「悪条件性問題」では、悪条件な行列に対して適用可能な特異値分解の反復改良アルゴリズムを開発した。「大規模性問題」では、3次元領域における Navier–Stokes 方程式の解の検証に取り組み、従来は検証達成が困難であったレイノルズ数が 50 以上の流れに対する計算機援用証明への道筋を付けることができた。「構造問題」では、従来は非零境界条件に対して自己適合移動格子スキームの適用が困難であったが、その克服のための実用的な手法を見出すことに成功した。「精度保証基盤技術の高度な展開」では、精度保証付き数値積分の誤差見積りに必須となる多重階微分の計算について、超双対数の行列表記を用いた自動微分法の適用範囲の拡張を行った。また、劣決定系方程式の係数行列の零空間における基底に対する精度保証する方法を開発した。さらに、行列積のエラーフリー変換を応用し、単精度演算が高速である GPU 向けの高速度間行列積の計算法を開発した。「精度保証に必要なキータン定数の具体的算出」では、放物型方程式の半離散近似解に対する Aubin–Nitsche 型不等式を満たす定数のシャープな評価法を提案した。「精度保証フロンティアの開拓」では、遅延を含む非線形微分方程式のダイナミクスについて、存在証明が可能な分数調波解を中心として計算機援用証明を行った。また、Proudman–Johnson 方程式の解の存在検証および極値の一意存在検証に成功した。さらに、連続力学系のある問題では、任意の次数までの多項式変換によって Lyapunov 関数を構成する方法を提案した。

§ 2. 研究実施体制

(1)「大石」グループ

- ① 研究代表者:大石 進一 (早稲田大学理工学術院、教授)
- ② 研究項目
 - ・モデリングのための精度保証付き数値計算法の開発

(2)「荻田」グループ

- ① 主たる共同研究者:荻田 武史 (東京女子大学現代教養学部、教授)
- ② 研究項目
 - ・無誤差変換法を用いた高速・高精度な数値線形代数アルゴリズムの開発

(3)「山本」グループ

- ① 主たる共同研究者:山本 野人 (電気通信大学情報理工学部、教授)
- ② 研究項目
 - ・微分方程式に対する精度保証の開発

(4)「高橋」グループ

- ① 主たる共同研究者:高橋 大輔 (早稲田大学理工学術院、教授)
- ② 研究項目
 - ・可積分系研究の厳密解析の展開

(5)「渡部」グループ

- ① 主たる共同研究者:渡部 善隆 (九州大学情報基盤研究開発センター、准教授)
- ② 研究項目
 - ・非線形偏微分方程式に対する計算機援用証明

(6)「小林」グループ

- ① 主たる共同研究者:小林 健太 (一橋大学商学研究科、教授)
- ② 研究項目
 - ・有限要素法の誤差評価と精度保証付き数値計算への応用

(7)「尾崎」グループ

- ① 主たる共同研究者:尾崎 克久 (芝浦工業大学システム理工学部、教授)
- ② 研究項目
 - ・線形計算に対する高精度かつ高速なアルゴリズムの開発とその応用

(8)「山中」グループ

- ① 主たる共同研究者:山中 脩也 (明星大学情報学部、准教授)
- ② 研究項目
 - ・精度保証理論に基づく計算基盤技術の高性能化

【代表的な原著論文情報】

T. Hoshi, T. Ogita, K. Ozaki, T. Terao,

An a posteriori verification method for generalized real-symmetric eigenvalue problems in large-scale electronic state calculations,

Journal of Computational and Applied Mathematics, Volume 376, 2020, 112830.

DOI: 10.1016/j.cam.2020.112830.

M. Lange, S. Oishi, A note on Dekker's FastTwoSum algorithm.

Numerische Mathematik, Volume 145, 383-403, 2020. DOI: 10.1007/s00211-020-01114-2

K. Tanaka, Numerical verification method for positive solutions of elliptic problems,

Journal of Computational and Applied Mathematics, Volume 370, 2020, 112647.

DOI: 10.1016/j.cam.2019.112647

Y. Watanabe, T. Kinoshita, M.T. Nakao,

Some improvements of invertibility verifications for second-order linear elliptic operators,
Applied Numerical Mathematics, Volume 154, 36-46, 2020.

DOI: 10.1016/j.apnum.2020.03.016

K. Sekine, M.T. Nakao, S. Oishi, A new formulation using the Schur complement for
the numerical existence proof of solutions to elliptic problems:
without direct estimation for an inverse of the linearized operator.

Numerische Mathematik, Volume 146, 907-926, 2020.

DOI: 10.1007/s00211-020-01155-7