

大石 進一

早稲田大学理工学術院  
教授

## モデリングのための精度保証付き数値計算論の展開

### § 1. 研究成果の概要

モデリングのための精度保証付き数値計算の構築を目的として研究を行っている。今年度の研究実施の概要は以下のとおりである。

- (1) 不確定要素問題 Affine 演算において効率的なダミー変数の削減を行うことにより、計算が高速化され且つ精度をほとんど劣化させない Affine 演算を開発した。
- (2) 悪条件性問題 非常に悪条件な行列に対して適用可能な固有値分解のアルゴリズムを開発した[1]。また、悪条件問題の数値計算法に必要な高精度な行列積の計算法を研究した。特に、GPU の単精度演算を効率的に用いる手法を開発した。
- (3) 大規模性問題 本研究チームによって提案・開発された各種の精度保証付きソフトウェアおよびアルゴリズム群を非線形微分方程式に対する計算機援用証明で実際に必要となる大規模問題に適用し、誤差解析・性能評価を行った。
- (4) 構造問題 境界値が 0 にならない厳密解を持つソリトン方程式と平面曲線との関係や解構造を詳しく調べ、離散微分幾何学的なアプローチを用いた自己適合移動格子スキームの適用範囲拡大のための理論の整備を行った。
- (5) 精度保証基盤技術の高度な展開 任意階の微分計算に対する行列計算を用いた高性能な数値計算手法の基礎理論の構築と応用例への適用を行った。また、近年 HPC 分野で重要と言われる再現性のあるアルゴリズムを精度保証理論と高精度計算を組み合わせで開発した。
- (6) 精度保証に必要なキー定数の具体的算出 3 次元領域における Navier-Stokes 方程式の定常解を検証するために、区間演算を用いた有限要素法の厳密計算ライブラリの開発を行った。
- (7) 精度保証フロンティアの開拓 非双曲型の平衡点をもつ力学系に対し、平衡点近傍での局所 Lyapunov 関数を構成する精度保証法の開発を行った。また、Navier-Stokes 方程式の定常解

に対し、非自己共役微分作用素の固有値評価を利用する検証方法を提案した。また、Navier-Stokes 方程式から導かれる Proudman-Johnson 方程式の解の存在と解の形状に関する計算機援用証明に成功した。さらに、線形化作用素に対する逆作用素の存在と精度保証された逆作用素ノルムの上限を効果的な算定する手法の開発に成功した[2]。

(8) 可積分系研究の展開 粒子系の確率解析において、GKZ 方程式を用いた手法により基本図の厳密解析を行った[3]。解の複雑度による max 方程式の分類について、数値計算プログラムの作成、および、外部変数付き・連立の max 方程式のクラス分けを行った。

#### 【代表的な原著論文】

- [1] T. Ogita, K. Aishima: Iterative refinement for symmetric eigenvalue decomposition II: clustered eigenvalues, Japan J. Indust. Appl. Math., 36:2 (2019), pp. 435-459.
- [2] T. Kinoshita, Y. Watanabe, M. T. Nakao: An alternative approach to norm bound computation for inverses of linear operators in Hilbert spaces, J. Differ. Equ., 266:9 (2019), pp. 5431-5447.
- [3] K. Endo: New approach to evaluate the asymptotic distribution of particle systems expressed by probabilistic cellular automata, Japan J. Indust. Appl. Math., 37 (2020), pp. 461-484.

## § 2. 研究実施体制

### (1)「大石」グループ

- ① 研究代表者:大石 進一 (早稲田大学理工学術院 教授)
- ② 研究項目
  - ・モデリングのための精度保証付き数値計算法の開発

### (2)「荻田」グループ

- ① 主たる共同研究者:荻田 武史 (東京女子大学現代教養学部 教授)
- ② 研究項目
  - ・無誤差変換法を用いた高速・高精度な数値線形代数アルゴリズムの開発

### (3)「山本」グループ

- ① 主たる共同研究者:山本 野人 (電気通信大学情報理工学部 教授)
- ② 研究項目
  - ・微分方程式に対する精度保証の開発

### (4)「高橋」グループ

- ① 主たる共同研究者:高橋 大輔 (早稲田大学理工学術院 教授)
- ② 研究項目
  - ・可積分系研究の厳密解析の展開

### (5)「渡部」グループ

- ① 主たる共同研究者:渡部 善隆 (九州大学情報基盤研究開発センター 准教授)
- ② 研究項目
  - ・非線形偏微分方程式に対する計算機援用証明

### (6)「小林」グループ

- ① 主たる共同研究者:小林 健太 (一橋大学商学研究科 教授)
- ② 研究項目
  - ・有限要素法の誤差評価と精度保証付き数値計算への応用

### (7)「尾崎」グループ

- ① 主たる共同研究者:尾崎 克久 (芝浦工業大学システム理工学部 教授)
- ② 研究項目
  - ・線形計算に対する高精度かつ高速なアルゴリズムの開発とその応用

(8)「山中」グループ

① 主たる共同研究者:山中 脩也 (明星大学情報学部 准教授)

② 研究項目

・精度保証理論に基づく計算基盤技術の高性能化