

大石 進一

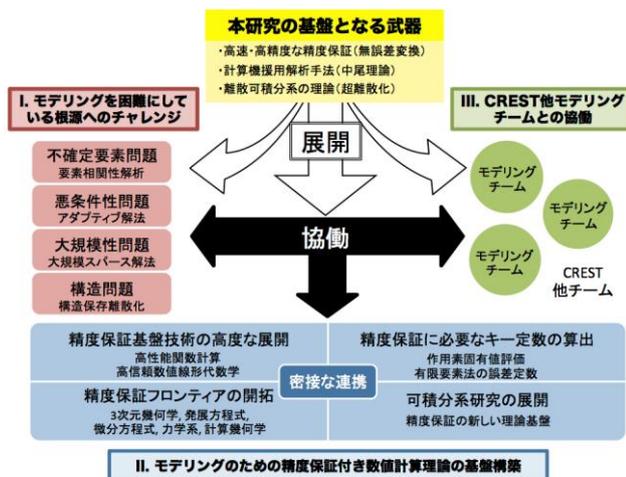
早稲田大学理工学術院
教授

モデリングのための精度保証付き数値計算論の展開

§1. 研究成果の概要

モデリングのための精度保証付き数値計算の構築のため、右図のように研究を展開している。今年度の研究実施の概要をそれぞれ以下に示す。

- (1) 不確定要素問題:** アフィン演算を応用し、高精度な時間発展方程式の解の存在検証法を開発した。
- (2) 悪条件性問題:** 重複固有値および近接固有値を持つような悪条件な固有値問題に対する革新的な反復改良アルゴリズムを開発した。
- (3) 大規模性問題:** 偏微分方程式に対する計算機援用証明に現れる大規模問題に対する誤差解析を行った。また、大規模行列に対して前処理を用いた効率的な分解法を提案した。
- (4) 構造問題:** 水の土壌への浸透を記述する数理モデルや渦糸の運動を記述する複素 WKI 方程式の自己適合移動格子スキームの構築に成功し、その幾何学的側面を明らかにした。また、その数値計算精度の検証を行った。
- (5) 精度保証基盤技術の高度な展開:** 特殊関数である「正弦積分」に対し高性能な数値積分手法を提案した。数値積分に対する超関数法に対して、精度保証付きで計算を行うための誤差上限を求める方法を構築した。線形問題の厳密な解が事前にわかるテスト行列の生成法を開発した。
- (6) 精度保証に必要なキー一定数の具体的な算出:** 非線形偏微分方程式における計算機援用証明に有用な成果とした以下を得た：(1)非適合有限要素法に対する誤差評価、(2)凸領域上の



埋め込み定数の評価, (3)一般的な多角形領域におけるトレース定理の定数の評価, (4)ハイパーサークル法を利用した事前誤差定数の厳密な評価. また, 重調和微分作用素の固有値評価に要求される誤差定数について, 任意三角形要素に対応できる最適な定数の値を求め, 重調和微分作用素の固有値のより効率的な評価が可能となった.

- (7) **精度保証フロンティアの開拓:** 3次元領域における Navier-Stokes 方程式の定常解の検証の可能性を初めて示した. Lyapunov 関数の精度保証による構成手法を一般の高次元問題に適用可能であることを示した. ヒルベルト空間における線形作用素に対する可逆性の検証とその逆作用素ノルム評価理論をより一般的な問題に対して拡張することに成功した.
- (8) **可積分系研究の展開:** Max-Plus 代数の演算, および全順序集合上の束の演算で定義される時間発展方程式について基本的性質の検証を行った. 2種類の保存量と1種類の Lyapunov 関数を含むような粒子系の導出に成功した. 積分に対応する和分を Max-Plus 方程式に導入し, セルオートマトンのようなデジタル挙動から微分方程式のような連続的挙動までを制御できるようなパターン生成系を提案した.

【代表的な原著論文】

1. T. Ogita, K. Aishima: Iterative refinement for symmetric eigenvalue decomposition, Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics, Vol. 35, Issue 3, pp. 1007-1035, 2018.
2. X. Liu, F. Kikuchi: Explicit estimation of error constants appearing in non-conforming linear triangular finite element method, Applications of Mathematics, Vol. 63, Issue 4, pp. 381-397, 2018.
3. Y. Tokieda, D. Takahashi: Max-plus equation with two conserved quantities and one monotonically decreasing quantity, JSIAM Letters, Vol.10, pp. 45-48, 2018

§2. 研究実施体制

(1)「大石」グループ

- ① 研究代表者: 大石 進一 (早稲田大学理工学術院 教授)
- ② 研究項目
 - ・モデリングのための精度保証付き数値計算法の開発

(2)「荻田」グループ

- ① 主たる共同研究者: 荻田 武史 (東京女子大学現代教養学部 教授)
- ② 研究項目
 - ・無誤差変換法を用いた高速・高精度な数値線形代数アルゴリズムの開発

(3)「山本」グループ

- ① 主たる共同研究者:山本 野人 (電気通信大学情報理工学部 教授)
- ② 研究項目
 - ・微分方程式に対する精度保証の開発

(4)「高橋」グループ

- ① 主たる共同研究者:高橋 大輔 (早稲田大学理工学術院 教授)
- ② 研究項目
 - ・可積分系研究の厳密解析の展開

(5)「渡部」グループ

- ① 主たる共同研究者:渡部 善隆 (九州大学情報基盤研究開発センター 准教授)
- ② 研究項目
 - ・非線形偏微分方程式に対する計算機援用証明

(6)「小林」グループ

- ① 主たる共同研究者:小林 健太 (一橋大学経営管理研究科 教授)
- ② 研究項目
 - ・有限要素法の誤差評価と精度保証付き数値計算への応用

(7)「尾崎」グループ

- ① 主たる共同研究者:尾崎 克久 (芝浦工業大学システム理工学部 准教授)
- ② 研究項目
 - ・線形計算に対する高精度かつ高速なアルゴリズムの開発とその応用

(8)「山中」グループ

- ① 主たる共同研究者:山中 脩也 (明星大学情報学部 准教授)
- ② 研究項目
 - ・精度保証理論に基づく計算基盤技術の高性能化