

「現代の数理科学と連携するモデリング手法の構築」  
平成 26 年度採択研究代表者

H29 年度 実績報告書
-----------------

吉田 朋広

東京大学大学院数理科学研究科  
教授

先端的確率統計学が開く大規模従属性モデリング

## §1. 研究実施体制

### (1)「東京大学」グループ

- ① 研究代表者: 吉田 朋広 (東京大学大学院数理科学研究科 教授)
- ② 研究項目
  - ・高頻度時系列データへの統計的モデリングとデータ解析
  - ・統計モデリングの基礎となる確率過程の統計学の研究とその応用
  - ・確率過程に対する統計解析およびシミュレーションのためのソフトウェア YUIMA III の開発
  - ・ソーシャル・ネットワーキング・サービスの情報を使ったデータ解析とイベントの予測

### (2)「大阪大学」グループ

- ① 主たる共同研究者: 鎌谷 研吾 (大阪大学大学院基礎工学研究科 講師)
- ② 研究項目
  - ・確率微分方程式に基づく統計的モデリングと高頻度データ解析
  - ・大規模時系列データ解析の基礎となる計算統計理論とその応用
  - ・大規模時系列データに有用なモンテカルロ法の開発

### (3)「九州大学」グループ

- ① 主たる共同研究者: 増田 弘毅 (九州大学大学院数理学研究院 教授)
- ② 研究項目
  - ・確率統計理論研究
  - ・ソフトウェア開発

## §2. 研究実施の概要

連続時間非線形時系列に対するモデリングと解析を可能にする普遍的な数理科学的方法の発見と体系化を試みている。大規模な従属性のあるデータに対するモデリングとその基礎となる確率統計理論の研究、および解析ツールとして役立つソフトウェア開発を行う。本年度はとくに、高頻度データに基づく統計的モデリング、確率統計理論と計算機統計学的方法の発見、および統計モデリングを可能にする YUIMA 開発を軸に研究が進んだ。

リミットオーダーブック (LOB) のモデリングに応用できるエルゴード的点過程のパラメトリックモデルに対する擬似尤度解析を構成した。また、LOB のマーケットオーダー、リミットオーダー、キャンセルーションの生起確率の評価が可能になる **ratio model** を提案し、擬似尤度解析を展開している。さらに、点過程をオブジェクト化し計算処理する YUIMA 関数群を開発している。

マーケットマイクロストラクチャーノイズのある場合の伊藤過程のボラティリティノンパラメトリック推定におけるプレアベレージング推定量の分布の漸近展開を、マルチンゲール展開を用いて与えている。また、Euler-Maruyama 近似誤差分布の漸近展開を導出した。

部分擬似尤度解析 (partial quasi likelihood analysis) を提案し、確率過程のシステムが遅いミキシング成分を含む場合にも、たとえばベイズ推定量の漸近挙動が明らかになった。

ジャンプ型確率過程への有効な統計手法を開発した。ジャンプのある確率過程は擬似尤度の計算すら困難であるが、ベイズ統計学で用いられるモンテカルロ法をうまく適用することで、計算の容易な手法を提案した。また、漸近的解析を行うことで、擬似尤度を用いた事後分布の精度を確認した。

未知パラメータ数が大きい場合の拡散型確率過程モデルのドリフトパラメータおよび拡散係数パラメータのハイブリッド型推測法の開発およびその数学的正当化について研究した。具体的には、エルゴード的拡散過程モデルや微小拡散過程モデルのドリフトパラメータおよび拡散係数パラメータの初期ベイズ型推定法の開発および初期ベイズ型推定量を用いた効率的ハイブリッド型疑似最尤推定法の開発とそれらの数学的正当化、そして大規模数値シミュレーションにより提案手法の有効性を検証した。

マルチレベルモンテカルロ法は拡散過程の経路を大まかに近似してから、順次細かく近似を行う積分計算法である。最適カップリングを行うことで、近似精度が高く計算量の低い手法を提案した。粒子フィルタの高次元状態空間での退化性の問題に対して逐次モンテカルロ法を導入した。マルチレベル粒子フィルタでは粒子フィルタにおける正規化定数、すなわち尤度の近似が負にもなりうる問題があったが、バイアスを許容しつつも非負な正規化定数の近似法を提案した。また、時間軸だけでなく空間などに対してもマルチレベル法のアイデアを用いるマルチインデックスモンテカルロ法をベイズ統計学に応用した。

擬似尤度解析のスキームによって、様々な大規模高頻度データモデルに対応可能な Schwarz 型モデル評価規準を導出し、一致性を示した。また、レビ過程で駆動される確率微分方程式のジャンプ部分のレビ測度の汎関数の推定において生じるバイアスを二段階法で解消できることを示した。

高頻度データモデルの正規型擬似最尤推定において、残差系列の構成、および Jarque-Beta

型統計量の漸近分布に基づいたジャンプ除去、およびレビ過程の擬似最尤推定のための YUIMA 関数群を開発している。

一般化線形モデルのスパース推定において AIC 型情報量規準を考案した。また、非正規安定レビ過程の高頻度データモデルにおける漸近有効性を研究し、対数または低次絶対モーメントに基づく明示的な積率推定量を介して計算容易な漸近最適推定量を提案した。

【今年度の代表的論文】

1. Mark Podolskij., Bezirgen Veliyev, Nakahiro Yoshida. "Edgeworth expansion for the pre-averaging estimator, "Stochastic Processes and their Applications. 127, 11, 3558-3595 (2017)
2. Shoichi Eguchi and Hiroki Masuda, "Schwarz type model comparison for LAQ models", Bernoulli, 24, 3, pp.2278-2327 (2018)
3. Ajay Jasra, Kengo Kamatani, Kody J. H. Law, and Yan Zhou, "Multilevel particle filters", SIAM Journal on Numerical Analysis, 55, 6, 3068-3096 (2018)