

「現代の数理科学と連携するモデリング手法の構築」
平成 27 年度採択研究代表者

H28 年度
実績報告書

松本 眞

広島大学大学院理学研究科
教授

超一様性の理論と諸科学におけるランダムネスへの展開

§ 1. 研究実施体制

(1) 広大グループ

① 研究代表者: 松本 眞 (広島大学大学院理学研究科、教授)

② 研究項目

- ・超一様性の指標の開発
- ・数値積分への応用
- ・統計への応用
- ・生物の社会行動の数理モデリング
- ・ソフトウェア開発

(2) 東大グループ

① 主たる共同研究者: 志甫 淳 (東京大学数理科学研究科、教授)

② 研究項目

- ・超一様点集合の構成に関連した数論幾何

(3) 京大グループ

① 主たる共同研究者: 玉川 安騎男 (京都大学数理解析研究所、教授)

② 研究項目

- ・超一様点集合の構成

§ 2. 研究実施の概要

1. 高速数値積分法の開発

超一様性の指標である WAFOM 値は、高次元になると値の変動が減り、超一様性点集合の探索に使いにくい。この点を改良するため、今年度は、WAFOM に導入したパラメータの選択方法を開発し、より高い次元での超一様点集合の設計を行った。数論幾何的に構成された超一様点集合である Sobol 点列および Niederreiter-Xing 点列に対し、 t 値を変えない変形をほどこすことで WAFOM 値も優れたものを探索した。探索にはランダムサーチと山登り法を組み合わせたものを用いた。図 1 は 7 次元立方体上定義された、座標の線形和の \cos をテスト関数として用いた場合の準モンテカルロ積分誤差を表している。

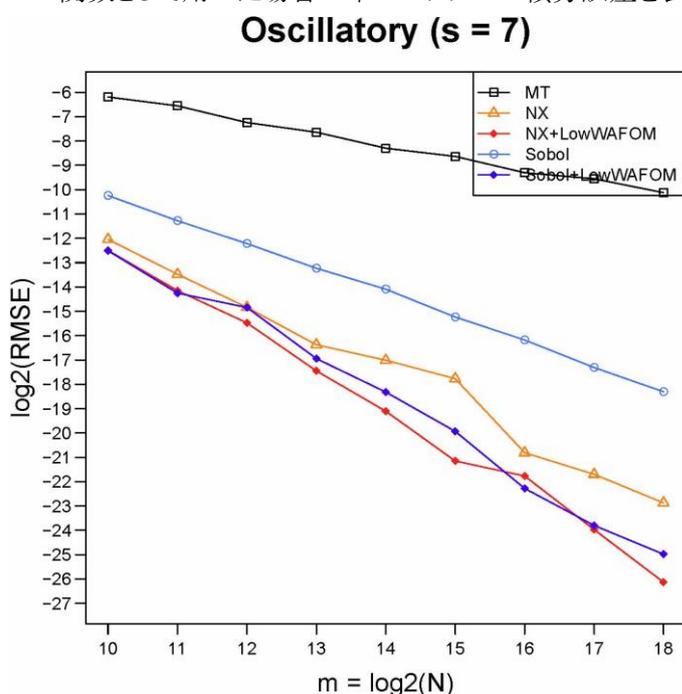


図 1. 数値積分の誤差比較: 下の赤・青線が本研究

横軸が点集合のサイズ、縦軸が二乗平均誤差の平方根である(どちらも 2 を底とする対数)。折れ線の上から順に、モンテカルロ法(黒)、Sobol 列(水色)、Niederreiter-Xing 列(黄色)、および本研究成果の Sobol 列の WAFOM 改良(青)、Niederreiter 列の WAFOM 改良(赤)と、積分誤差が向上している。一方、より高次元の場合やなめらかでないテスト関数に対しては優位性は低く、課題を残した。東大グループでは数論幾何的手法を用いた超一様点集合の構成の研究を、京大グループでは数論を用いた研究を進めた。

発表文献

1. Makoto Matsumoto and Ryuichi Ohori, Walsh Figure of Merit for Digital Nets: An Easy Measure for Higher Order Convergent QMC, Monte Carlo and Quasi-Monte Carlo Methods, Volume 163 of the series Springer Proceedings in Mathematics & Statistics, Springer, pp 143-160 (2016)