

## 液柱マランゴニ対流の大規模数値計算

研究代表者：慶應義塾大学理工学部

株式会社三菱総合研究所

財団法人高度情報科学技術研究機構

慶應義塾大学理工学部

棚橋 隆彦(taka@mech.keio.ac.jp)

松本 昌昭(matsumot@mri.co.jp)

中島 研吾(nakajima@tokyo.rist.go.jp)

澤田 達男(sawada@mech.keio.ac.jp)

## 1. はじめに

微小重力環境下での浮遊帯領域法による材料生成では、るつぼが不要な為、高純度の材料生成が期待されている。溶融の際、微小重力環境下において表面張力のみで保持されている液柱は、振動や回転により崩壊や内部流動を起こすと考えられるので、液柱の動特性の解明が必要となる。振動を考慮した液柱に関する研究は理論および実験が主であるが、数値解析による検討が宇宙利用の予備的検討のため不可欠である。本研究では、ディスク間に保持された液柱に対し、界面張力効果または温度差によって起因されるマランゴニ対流効果を考慮した液柱の特性解明のため、三次元大規模並列流体シミュレーションコードの開発および解析を実施することを目的とする。

## 2. 支配方程式

支配方程式は以下に示す連続の式、マランゴニ対流効果および表面張力効果を考慮した Navier-Stokes 方程式、エネルギー方程式である。無次元化された方程式を左下に示す。

Navier-Stokes 方程式の2行目の第一項がマランゴニ対流効果[1]、第二項が表面張力効果を示す。表面張力効果は CSF 法[2]

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} &= -\frac{1}{\rho} \nabla p + \frac{\mu}{\rho \text{Re}} \nabla^2 \mathbf{u} \\ &+ \frac{1}{\rho} \left( \frac{\text{Ma}}{\text{Re}} \nabla T - \frac{1}{\text{We}} (\nabla \cdot \mathbf{n}) \mathbf{n} \right) \delta_{\varepsilon} \\ \frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) T &= \frac{1}{\text{Ra}} \nabla^2 T \end{aligned} \quad \rho = (1-H)\rho_1 + H\rho_2$$

$$H = \begin{cases} 1 & \text{if } \phi > \varepsilon \\ \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{\phi}{\varepsilon} + \frac{1}{\pi} \sin \left( \frac{\pi \phi}{\varepsilon} \right) \right) & \text{if } |\phi| < \varepsilon \\ 0 & \text{if } \phi < -\varepsilon \end{cases}$$

を用いて面積力を体積力に変形して用いる。流体解析部分の一般的解法には安定性および信頼性で定評のある GSMAC 有限要素法を用いた。密度、粘性係数、熱拡散係数は液柱領域およびその外部領域で補間を実施した。補間方法として、空間内に定義された距離関数を利用する Heaviside 関数[3]を用いた。補間式の例を右上に示す。

自由表面における運動学的条件である移流方程式の解法として CIP 有限要素法[4]を用いた。移流による距離関数の性質の破綻を修正するために以下の式により距離関数の再初期化を実施した。

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \text{sgn}(\phi) (1 - |\nabla \phi|)$$

Level Set 関数による物理量の補間および距離関数の再初期化により体積の保存性が保たれなくなる。そこで、以下の式を用いて体積の保存性[6]を修正した。

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + (V_0 - V(t)) (-1 + \nabla \cdot \mathbf{n}) |\nabla \phi| = 0$$

解析時には移流方程式の再初期化および体積保存処理とも上式を直接利用せずに移流方程式の形に変形して用いた。つまり、勾配の項を以下のように変形して CIP 有限要素法を利用した。

$$|\nabla\phi| = \frac{\nabla\phi}{|\nabla\phi|} \cdot \nabla\phi = \text{速度} \cdot \nabla\phi$$

壁面に接する液柱の濡れ性の表現としては、CSF法により界面張力を求める際に利用する界面の法線方向ベクトルを固定境界条件として与えることによって表現した。実現象において、接触角度は時々刻々と変化するものであるが、本解析においては一定値として付加した。

### 3. 解析例

以下に示す解析結果はシリアルバージョンのものである。

1) 自由表面の解析を検証するために、液滴の振動問題の解析を実施した。解析条件は、 $Re=1000$ 、 $We=200$ 、 $Gr=Ma=0$ で、密度比および粘性係数の比はそれぞれ1000および100である。これはほぼ水と空気の比に等しい。この場合の液滴の無重力状態での振動現象を示す。境界条件は速度固定とした。メッシュ数は8000である。初期形状は立方体形状とした。初期状態においては頂点または稜線での曲率が大きくなり、球になるように流動が始まる。途中平面部分が凸になり、交互にその振動を繰り返しながら球形になることが観察される。形状の遷移図を図に示す。図内のカラーコンタは表面張力のx成分を表す。

2) ディスク間に保持された液柱の解析を実施した。 $Re=200$ 、 $Ma=0.1$ 、 $We=100$ 、 $Pr=1$ の流体を仮定する。液柱とその周囲部分の密度、粘性係数、熱拡散係数の比はそれぞれ1000、100、10とした。高さ1、直径0.5の液柱を初期条件とし下部のディスク温度を1、その他の領域を0として解析を行った。メッシュ数は $20 \times 20 \times 20$ とし、壁面の接触角度は $60^\circ$ とした。 $t=0.001$ として無次元時間20の結果を図2に示す。図3は距離関数の分布を示す。距離関数としての性質が保たれていることがわかる。図4に示されるベクトル栓図において、底面の自由界面付近においてマランゴニ対流による流動が起こっていることがわかる。図5の密度分布をみると、距離関数を用いて精度よく補間されていることがわかる。

### 4. 結言および今後の展望

自由表面の流動変形を考慮し、表面張力効果あるいはマランゴニ対流効果に基づく解析を実施し、解析結果は定性的に意味のある結果といえる。今後は定量的評価および詳細解析を実施したい。

### 5. 参考文献

- [1] 棚橋・楨原、自由界面のダイナミクス、日本計算工学会誌、Vol2, No1, 24-32(1997)
- [2] J. Brackbill, A Continuum Method for Modeling Surface Tension, JCP, 100, 225-354(1992)
- [3] M. Sussman, A Level Set Approach for Computing Solutions for Incompressible Two-Phase Flow, JCP, 144, 146-159(1994)
- [4] 松本、関数値と微係数が連続な3次補間の形状関数、第16回、計算電気・電子工学シンポジウム講演論文集、171-176(1995)
- [5] 棚橋、電磁熱流体の数値解析、森北出版(1995)
- [6] Y. Chang, A Level Set Formulation of Eulerian Interface Capturing Methods for Incompressible Fluid Flows, JCP, 124, 449-464(1996)

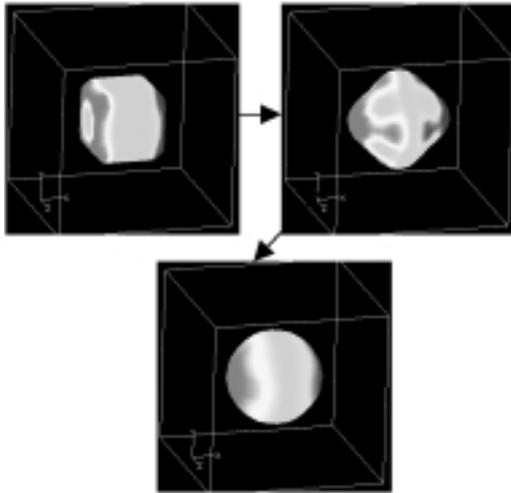


Fig.1 Vibration of liquid

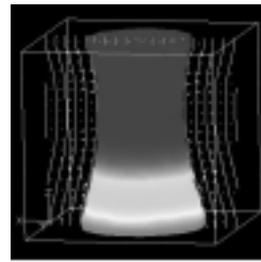


Fig.2 Temperature distributions

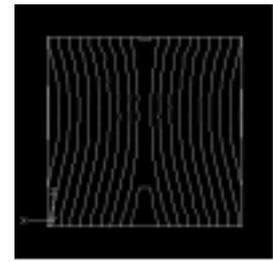


Fig.3 distance function contours

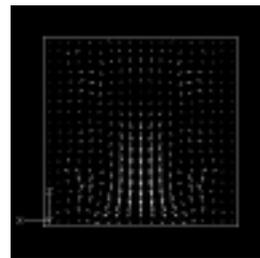


Fig.4 Vector

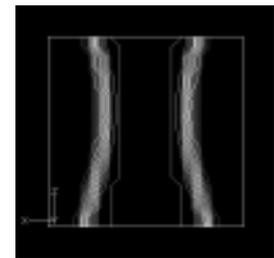


Fig.5 Density Contours

これは平成12年3月9日に開催した  
計算科学技術活用型特定研究開発推進事業  
研究報告会（主催 科学技術振興事業団）  
の予稿集から抜粋したものです。