

研究終了報告書

「大規模時変ネットワークの動的スパースモデリング」

研究期間：2019 年 10 月～2022 年 3 月

研究者：池田 卓矢

1. 研究のねらい

機械学習やデータ科学の分野で、近年、スパースモデリングと呼ばれる手法が急速に発展し、注目されている。スパースモデリングとは、大量の高次元データからデータフィッティングと説明変数の選択を自動的に行う方法で、ビッグデータなどの大規模データであっても本質的には少数の説明変数しか存在しないという「スパース性」に着目した方法である。これまでに、このスパースモデリングのアイデアをダイナミカルシステムに適用した、動的スパースモデリングと呼ぶ新しい数理モデリングの手法を世界に先駆けて提案し、制御理論分野のトップジャーナルである IEEE Transactions on Automatic Control などでも成果を発表してきた。動的スパースモデリングでは、画像や統計データなどの静的なデータを扱う通常のスパースモデリングとは異なり、無人航空機(ドローン)や自動車、ロボットなど、微分方程式で記述される動的なシステムを対象とする。そのため、そこには連続時間の概念が付随し、数学的には無限次元のスパースモデリングとして定式化される。

特に、制御理論分野へと応用したスパース最適制御では、与えられた制約条件のもとで、制御の休止時間(制御入力の値が 0 となる時間区間)を最大化する、新しい制御理論を構築することができる。この制御問題は、不連続かつ非凸な無限次元最適化問題として定式化されるため、そのままでは解くことは極めて難しいが、ある条件のもとでその解が凸最適化問題の一種である L_1 最適制御問題の解として与えられることを理論的に証明しており、工学的に扱いやすい問題であることを確認している。信号のこのような連続時間上のスパース性に注目することで、通信データ量の効率的な削減が可能であるため、IoT 系などで近年注目される、ネットワークを有した大規模系への応用が期待される。そこで本研究では、動的スパースモデリングの新しい応用として、その接続構造に連続時間上での変化を許容したネットワーク(時変ネットワークと呼ぶ)の最適設計手法について調査し、その設計理論を確立する。

2. 研究成果

(1) 概要

本研究ではネットワークを有する大規模なダイナミカルシステムに対し、省エネルギーの観点から高効率な制御を可能にする時変ネットワーク構造について調査する。大規模系においては、ネットワーク内部のノード間の通信経路数(離散的スパース性)や、ノード間の通信時間量(連続的スパース性)に関するスパース性制約を考慮する必要がある。また、各ノードのダイナミクスを定式化に組み込む際には微分方程式を拘束条件に含むため、データ科学分野



における従来のスパース最適化理論では対応することができない。そのために、従来のスパースモデリングのアイデアをシステムの制御技術へと発展させた、「動的スパースモデリング」と呼ぶ新たな数理工法を確立する。

【1. 最適解の数理工質の解明】

情報の伝播に関する連続的スパース性と離散的スパース性の上限を定式化に組み込み、省エネルギーの観点から最適な時変トポロジーの設計問題について解析を行った。ネットワーク内部の構造と、系へと印加される入力に関する2つの問題に取り組んだ。また、消費エネルギー量の定量化には、可制御性グラミアンのトレース、最小固有値、行列式を採用した。解析には、最適制御分野の数学的道具である非平滑最大値原理を活用し、最適解の必要条件を導出した。この必要条件に基づき、主問題である組合せ最適化問題と、ある凸緩和問題について、最適解からなるそれぞれの集合が一致する等価性を証明した。

【2. 数値解法の提案】

本研究で考察するネットワークの最適設計では、組合せ最適化問題の一種であるスパース最適化問題を解く必要がある。計算量的負荷は制御性能に大きな影響を及ぼすため、高速アルゴリズムは必須である。そのために、上記で得られた理論的結果に基づき、凸緩和手法やシューティング法を活用した数値解法を提案した。3種類の代表的なランダムネットワークに対して提案手法を適用し、従来手法に比べて制御性能が大幅に改善されることを実証した。

一連の研究成果については、制御分野の国際的なトップジャーナルである IEEE Transactions on Automatic Control や Automatica (下記論文 5-(1)-1 及び 2) に採録され、またトップ会議である IEEE Conference on Decision and Control や American Control Conference にて口頭発表を行った(下記論文 5-(3)-1 及び 2)。

(2) 詳細

本研究では、制御の省エネルギー性に関する性能が向上するような、ネットワークのトポロジー設計問題を考える。その性能の評価指標には、可制御性グラミアンのトレース、最小固有値、行列式を採用した。各指標の持つ数理工質は以下の通りである。

(i) トレース:

系の状態空間において、状態を初期値から各方向へ等距離だけ遷移させるために必要となる制御入力の最小エネルギー量の平均値に関与する。

(ii) 最小固有値:

ある固定の初期値から、ある固定のエネルギー量以下の入力により到達可能な全ての状態からなる集合を可到達集合という。この可到達集合は一般的に楕円体となり、最小固有値はその最短の軸長に関与する。すなわち、状態空間において最も制御にエネルギー量が要求される方向への制御を容易化する際に使用される。

(iii) 行列式:

上記の可到達集合の volume に関与する。



最大化すべき評価関数として上記の定量的指標をもち、拘束条件には通信経路数に関する離散的スパース性制約や、通信時間量に関する連続的スパース性制約、及び通信の実行・休止を表す時間軸上の 0-1 値制約を持つ、無限次元空間上のスパース最適化問題を調査した。この設計問題は本質的に非平滑かつ非凸であるため、そのような場合に有効とされている非平滑最大値原理をその解析に応用し、その最適解の必要条件を導出した。さらに、これらのスパース性制約を凸緩和した最適化問題との最適解の等価性について調査し、この等価性が成り立つための十分条件を導出した。また大規模系においてはアクティベーション可能な場所の数には強い制約が認められる傾向にあると考えられるが、この個数制約が強いほど、提案する時変なネットワーク構造を用いることで、より良い制御系の実現が期待されることを数値例により示した。これらの研究成果は、例えば下記論文 5-(1)-3 にて採録された。

また上記手法の応用例として、ワンウェイ型カーシェアリングサービスへの適用手法について調査した。このシステムでは利用者は車両の返却場所を自由に選択できるため、各ステーションの車両数には時間の経過とともに偏りが発生する。したがって、サービスの円滑な運営には、サービス業者による車両数の調整(リバランシング)が必要となる。その際には、スタッフによる車両の輸送時間の削減(連続的スパース性)やスタッフの人数制限(離散的スパース性)を考慮する必要があるため、本研究課題のある応用例として考えられる。そこで、リバランシングのための最適制御問題を定式化し、これまでのアプローチに基づいてその最適解の解析を行った。この成果は、下記論文 5-(1)-2 にて採録された。

その他、下記論文 5-(1)-1, 5-(3)-1, 2, 3 にて、制御系におけるいくつかのスパース最適化問題に対して、最適解の性質に関する研究成果を発表した。

3. 今後の展開

約2年半の研究活動により、動的ネットワークの最適設計理論の基礎的な解析は概ね計画通りに完了した。直近では、ネットワーク内部の最適構造に関する諸結果について整理し、論文化を目指したい(1年程度)。実機実験による有効性の検証についても引き続き行いたい(2年程度)。非専門家にも伝わりやすいドローンを使用したシミュレーションを予定しているため、今後は公開講座などのアウトリーチ活動にも活用していきたい。

4. 自己評価

研究成果は、制御分野の国際的なトップジャーナル(IEEE TAC, Automatica)や、トップ会議(IEEE CDC, ACC)などに採録されており、またネットワーク系の専門誌である IEEE TCNS の Special Issue への採録や、IEEE CDC での Best Paper Award の受賞など、国際的に高く評価されたと考える。



本研究で考察する動的スパースモデリングは、理論的に新しいだけでなく、省エネルギーと通信制約を同時に最適化に取り入れた制御理論として、工学的な意義も大きい。ネットワークを内部に有する大規模系の設計理論は、制御理論分野のみならず情報工学や脳神経科学などの多岐にわたる分野に応用があり、その理論の確立により先端技術の大きな発展が期待できる。例えば、無人機からなるマルチエージェントシステムには、巨大地震や広域火災等による災害調査や探索といった、急務かつ重要な応用がある。提案手法では省エネルギーな状態遷移を実現するためのトポロジーを動的に発見し、各無人機が通信を行う相手を状況に応じて切り替えることができるため、探索時間の延長や探索範囲の拡大、および調査時間の短縮化等が期待される。

5. 主な研究成果リスト

(1) 代表的な論文(原著論文)発表

研究期間累積件数: 6件

1. Takuya Ikeda, Masaaki Nagahara, Resource-aware time-optimal control with multiple sparsity measures, Automatica, 2022, vol. 135, pp. 109957–109957

時間的スパース性、空間的スパース性、及び所望の状態遷移が達成される終端時刻の短縮化を定式化に取り入れた最適制御問題を解析した。スパース性拘束を凸緩和した最適化問題との等価性の証明や、sequential linearization algorithmに基づいた数値解法の提案を行った。提案手法により、時間の離散化幅についてロバストな数値解が得られることを数値例により実証した。

2. Takuya Ikeda, Kazunori Sakurama, Kenji Kashima, Multiple sparsity constrained control node scheduling with application to rebalancing of mobility networks, IEEE Transactions on Automatic Control (in press)

複数のスパース性制約を拘束条件に含む新しいノードスケジューリング問題を解析し、制御性能に本質的な少数の制御ノードの数理的性質を記述した。系の評価指標には、状態空間の各方位へ等距離だけ遷移させる際に必要となる平均的な入力エネルギー量を採用した。また、カーシェアリングシステムにおけるリバランシング問題への応用手法について提案を行った。提案手法により、スタッフの人数や労働時間を軽減しながら、各ステーションの車両分布の偏在を解消することが可能である。

3. Takuya Ikeda, Kenji Kashima, Sparse control node scheduling in networked systems based on approximate controllability metrics, IEEE Transactions on Control of Network Systems (in press)

ある固定の初期値から、ある固定のエネルギー量以下の入力により到達可能な全ての状態からなる集合を可到達集合という。この可到達集合は一般的に楕円体となり、その最短の軸長を最大化することで、消費エネルギー量の観点から、任意の方向への制御を容易化することができる。本研究では、この最小固有値の最大化問題について時変ネットワーク構造の枠組みで解析し、有名な3種類のランダムネットワークの数値例を用いて、先行研究と比較し



て制御性能が大きく改善されることを実証した。

(2) 特許出願

研究期間全出願件数: 0 件 (特許公開前のものも含む)

(3) その他の成果 (主要な学会発表、受賞、著作物、プレスリリース等)

1. 査読付き国際会議発表

Takuya Ikeda, Masaaki Nagahara, Debasish Chatterjee, Sukumar Srikant, Constrained smoothing splines by optimal control, 60th IEEE Conference on Decision and Control, December, 2021.

2. 査読付き国際会議発表

Takuya Ikeda, Masaaki Nagahara, Maximum hands-off control with time-space sparsity, American Control Conference, May, 2021.

3. 査読付き国際会議発表

Kaito Ito, Takuya Ikeda, Kenji Kashima, Continuity of the value function for stochastic sparse optimal control, 21st IFAC World Congress, July, 2020.

4. ワークショップ

Takuya Ikeda, Sparse optimal control with application to node selection problem, 59th IEEE Conference on Decision and Control, December, 2020.

5. 受賞

IEEE Control Systems Society Roberto Tempo Best CDC Paper Award (2019 年 12 月受賞)