

数理・情報のフロンティア
2020 年度採択研究代表者

2020 年度 年次報告書

久野 恵理香

大阪大学 大学院理学研究科
助教

写像類群の擬等長分類と機械学習への展開

§ 1. 研究成果の概要

$S=S_{\{g,p\}}\{b\}$, $N=N_{\{g,p\}}\{b\}$ をそれぞれ種数 g , p 個のマーク点と b 個の境界成分を持つ向き付け可能曲面, 向き付け不可能曲面とする. $\text{Mod}(S)$ で S の写像類群 (N も同様) を表すとする. 研究期間内の達成目標として以下を掲げた.

研究 1: $\text{Mod}(N)$ の直角アルティン部分群が擬等長的埋め込みであるか否か明らかにする.

研究 2: $\text{Mod}(N)$ を写像類群 $\text{Mod}(S)$ の部分群と見なし, 擬等長的埋め込みであるか否か明らかにする.

2020 年度中に研究 2 を解決した. 具体的には次を証明した: 「 $N=N_{\{g,p\}}\{b\}$ とする. ただし, $(g,p,b) \neq (2,0,0)$ である. $j: S \rightarrow N$ を N の二重被覆写像とする. よって, $S=S_{\{g-1, 2p\}}\{2b\}$ である. このとき, j から誘導される単射準同型 $\iota: \text{Mod}(N) \rightarrow \text{Mod}(S)$ は擬等長埋め込みである」. 本研究は学習院大学の片山拓弥氏との共同研究である.

以下で, その証明のアイデアを述べる. 2020 年 9 月末に, Durham–Minsky–Sisto と Haettel–Hoda–Petyt が独立に, 拡張写像類群 $\text{Mod}_{\pm}(S)$ は準双曲的 (semihyperbolic) であることを証明した. $\text{Mod}(N)$ は $\text{Mod}_{\pm}(S)$ のある中心化群の有限指数部分群として実現でき, Bridson–Haefliger から, 準双曲群 G の任意の中心化群は G に擬等長的に埋め込まれるため, $\text{Mod}(N)$ から $\text{Mod}_{\pm}(S)$ への擬等長埋め込みが存在することを示した. 更に, $\text{Mod}_{\pm}(S)$ から $\text{Mod}(S)$ への擬等長写像をうまく選ぶことにより, その像が $\iota: \text{Mod}(N) \rightarrow \text{Mod}(S)$ と一致する擬等長埋め込み $\text{Mod}(N) \rightarrow \text{Mod}(S)$ を構成することで解決した.

【代表的な原著論文情報】

- Takuya Katayama, Erika Kuno. The mapping class group of a nonorientable surface is quasi-isometrically embedded in the mapping class group of the orientation double cover. arXiv:2101.11839 (preprint). January 29, 2021.