

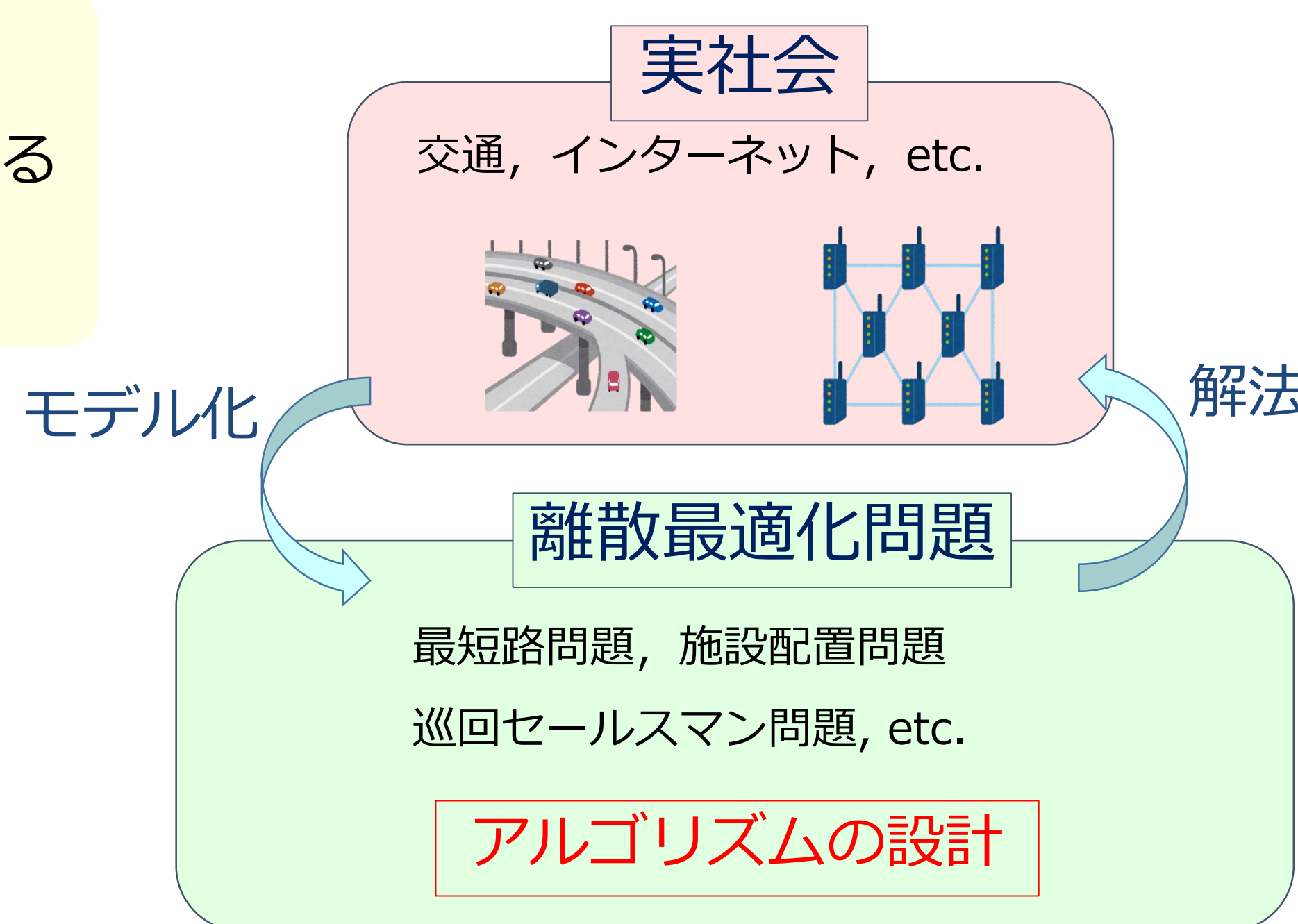
研究テーマ：アルゴリズムの理論整備

研究内容

汎用性の高い離散最適化問題に対する効率的なアルゴリズムの設計

研究の意義・期待される効果

- 離散最適化を道具として使いやすく
- 効率よく解ける問題の限界の追究
 - 似た問題で、問題の難しさが変わる
 - 解ける問題を統一的に扱う理論？
 - 理論的興味



どのような問題が重要？

- 単純な形（≡ 個別事象依存の条件が多くない）
- 効率よく解けるかはすぐには分からない
- 応用の可能性がありそう

事前にはわからないので...

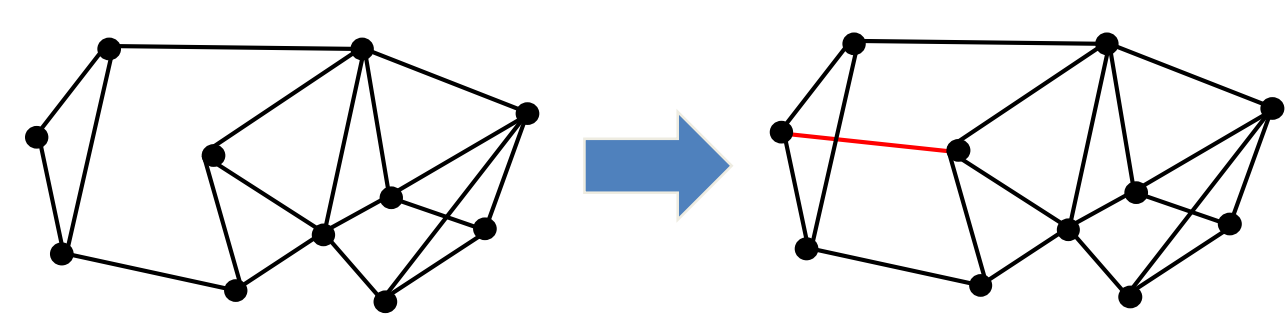
方針 1. 抽象化して多くの問題を含む枠組みを扱う
(例: 劣モジュラ最適化, マトロイド)

方針 2. 現実の事象に対応するものを数学的に表現
(例: 最短路問題, 施設配置問題, 連結度増大問題)

研究対象：縮小するネットワーク

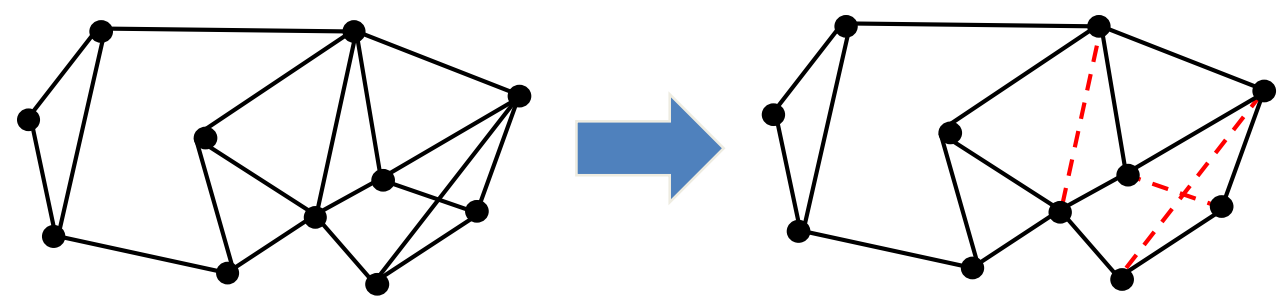
多くの既存研究

ネットワークを**拡大**して,
今まで**満たさなかった条件を満たす**ように



本研究

ネットワークを**縮小**して,
今まで**満たしていた条件を維持する**ように

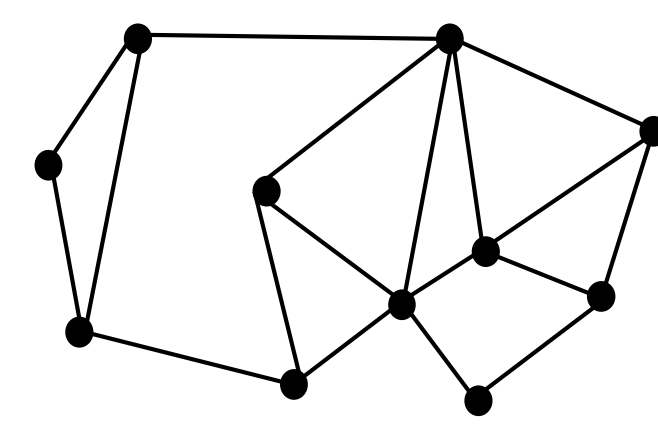
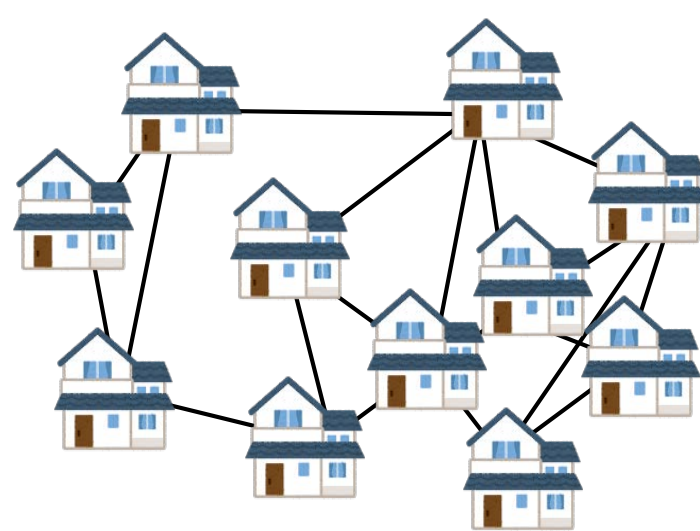


例えば... 過疎地域の交通ネットワークは縮小傾向

ネットワークで維持すべきものは？

実ネットワーク
効率性
頑健性
⋮

最適化理論
距離・直径
連結度
⋮



「縮小」を定式化するには？

実ネットワーク

縮小幅は小さい

最適化理論

パラメータ化計算量
(取り除く辺数に関して)

研究成果概要

- ネットワークを縮小する問題の数学的定式化
- 「**距離を保ちつつ辺を取り除く問題**」
に対する, アルゴリズム設計, 理論解析

スパナー：距離を保つネットワーク

定義

グラフ $G=(V, E)$ の部分グラフ $H=(V, F)$ が

乗法的 α -スパナー $\iff d_H(u, v) \leq \alpha d_G(u, v) \quad \forall u, v \in V$

加法的 α -スパナー $\iff d_H(u, v) \leq d_G(u, v) + \alpha \quad \forall u, v \in V$

H における u - v 間の距離 G における u - v 間の距離

最小 α -スパナー問題

入力: グラフ $G=(V, E)$

出力: 最小辺数の (乗法的 or 加法的) α -スパナー
(= 最大数の辺を取り除いた α -スパナー)

研究成果

成果 1：最小乗法的 α -スパナー問題の解析

平面グラフ上の困難性

	一般グラフ	平面グラフ
$\alpha=1$	多項式時間 (自明)	多項式時間 (自明)
$\alpha=2$	NP困難	NP困難 (本研究)
$\alpha=3$	NP困難	NP困難 (本研究)
$\alpha=4$	NP困難	NP困難 (本研究)
$\alpha \geq 5$	NP困難	NP困難 (Brandes-Handke, 1997)

固定パラメータアルゴリズム

取り除く辺数 k をパラメータとした
固定パラメータアルゴリズム を提案

計算時間 $O(f(k) \text{ poly}(|V|))$

Yusuke Kobayashi: **NP-hardness and fixed-parameter tractability of the minimum spanner problem**, *Theoretical Computer Science*, 746 (2018), 88--97.

成果 2：最小加法的 α -スパナー問題の解析

注: 乗法的 α -スパナーに比べて格段に扱いづらい

主結果

取り除く辺数 k をパラメータとした
固定パラメータアルゴリズム を提案

方針

- 取り除ける候補の辺を求める
- 候補の辺が少なければ全列挙
- 候補の辺が十分多ければ, 必ず k 本選べることを証明 ← **メイン**

Yusuke Kobayashi: **An FPT algorithm for minimum additive spanner problem**, arXiv:1903.01047, 2019.

その他の成果

- 最大供給率問題 (with 高山) **FAW 2018**
- グラフ上の選挙区割 (with 伊藤, 神山, 岡本) **AAMAS 2019**
- 点素最短 2 パス問題 (with 酒向) **OR Letters 2019**
- XOS 関数の近似 (with 河瀬, 山口)
- 距離と連結度を考慮したネットワーク設計 (with 高山)