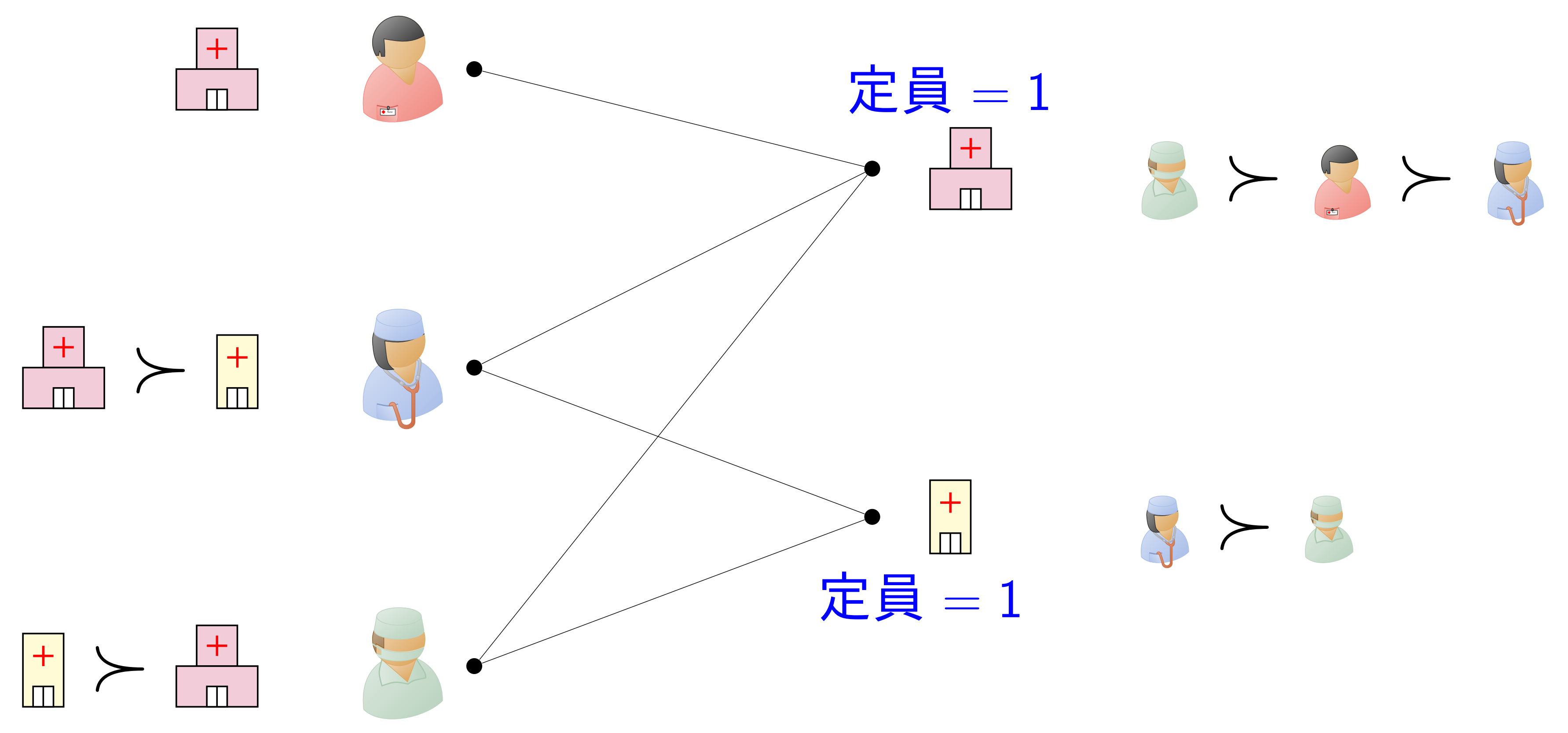
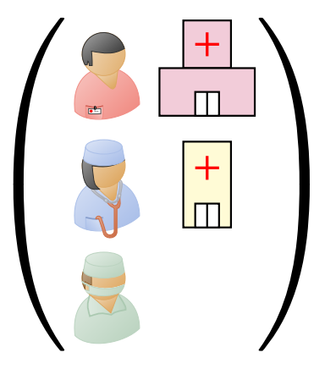
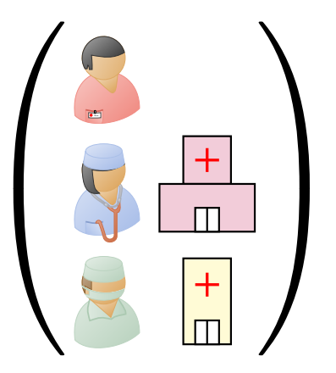
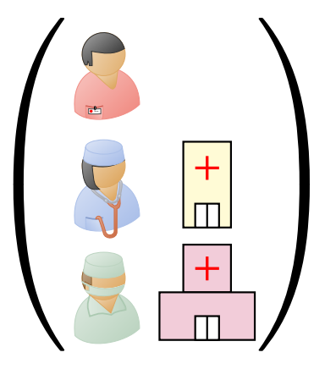
公平な割当を求めるためのアルゴリズム研究

—文句がでない配分法の計算—

河瀬康志 (東京工業大学)

安定マッチング問題

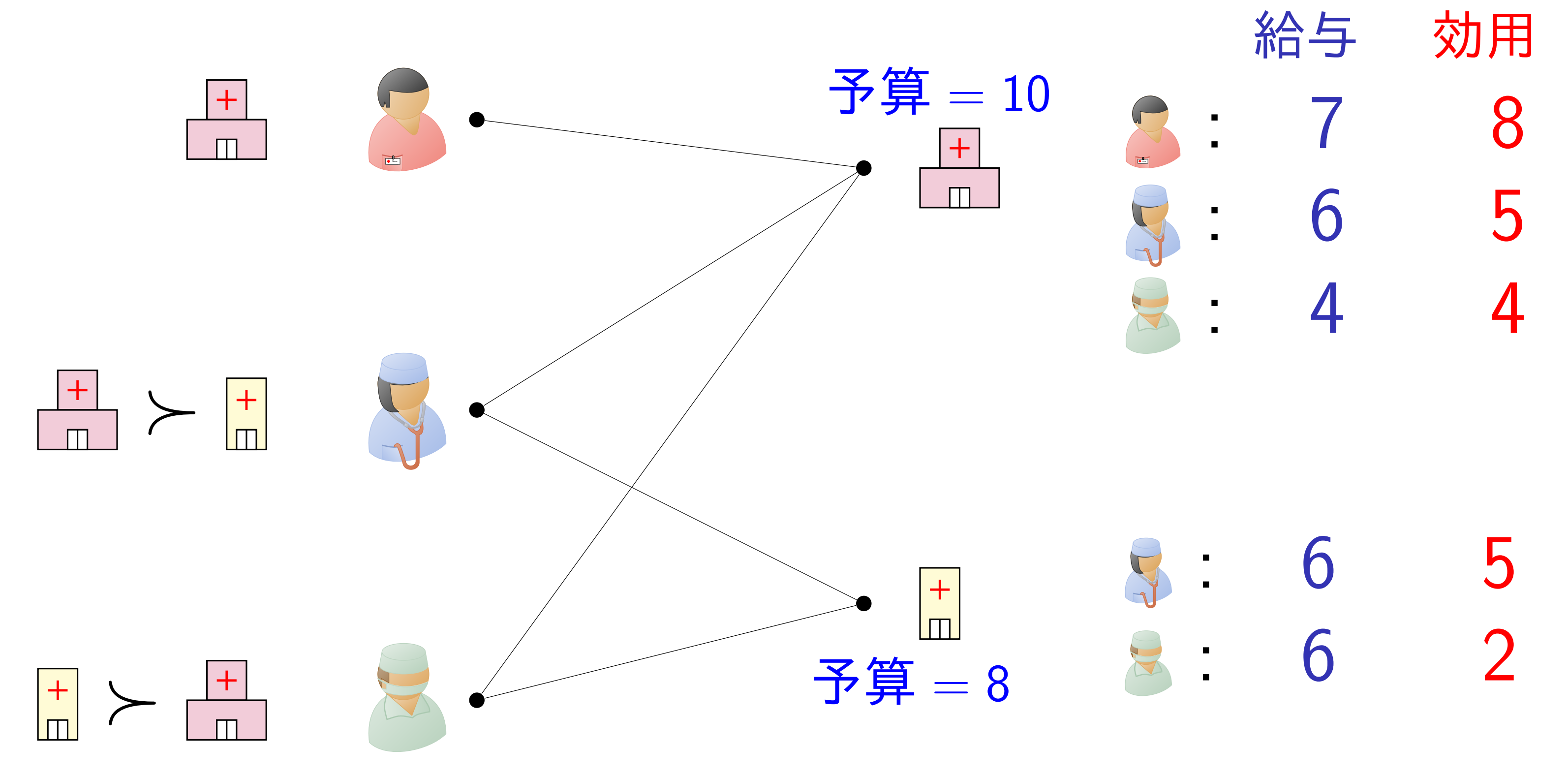


- : は に行けないことに文句 (不公平)
- : は に行けないことに文句 (不公平)
- : 文句が出ない（安定マッチング）

定理 [Gale–Shapley 1961]
基本的な設定では安定マッチングは常に存在し，受入保留方式により効率的に発見可能

- 経済学，人工知能，計算機科学，数学など幅広い分野でその応用可能性や，数学的構造について研究がなされている
- 学生の研究室への割当や研修医の病院への割当などで実際に使われている
- 一般の選好や制約などを考えると，安定マッチングは存在しないかもしれない...
  - 先行研究：安定マッチングが存在する条件を考察
  - 本研究：存在性判定&なるべく安定なマッチングを探す

安定マッチングが存在しない例



応用上現れる選好・制約の例

要素数効用 嬉しさが割当人数に比例

加法的効用 嬉しさが加法性を満たす

劣モジュラ効用 嬉しさが限界効用逓減性を満たす

予算制約 (ナップサック制約)
- 各病院は各研修医に給与額をオファー
- 各病院は予算内で雇うことができる

タイプごとの定員制約 (マトロイド制約)
- 各研修医はタイプをもつ (外科医,内科医,...)
- 各病院は各タイプに対して定員をもつ

複数タイプ制約 (k-マトロイド交差制約)
- 各研修医は複数のタイプをもつ (外科医,...; 男,女;...)
- 各病院は各タイプに対して定員をもつ

成果

安定マッチングに関する計算複雑度を明らかに

与えられたマッチングが安定であるかの判定

選好 制約	要素数	加法的	劣モジュラ
定員	P	P	coNP-c
マトロイド	P	P	coNP-c
2-マトロイド交差	P	P	coNP-c
k-マトロイド交差	coNP-c	coNP-c	coNP-c
ナップサック	P	coNP-c	coNP-c
ρ次元ナップサック	coNP-c	coNP-c	coNP-c

安定マッチングが存在するかの判定

選好 制約	要素数	加法的	劣モジュラ
定員	P	P	Σ_2^{P}-c
マトロイド	P	P	Σ_2^{P}-c
2-マトロイド交差	NP-c	NP-c	Σ_2^{P}-c
k-マトロイド交差	Σ_2^{P}-c	Σ_2^{P}-c	Σ_2^{P}-c
ナップサック	P	Σ_2^{P}-c†	Σ_2^{P}-c
ρ次元ナップサック	Σ_2^{P}-c	Σ_2^{P}-c	Σ_2^{P}-c

† [Hamada et al. 2017]

効率的に近似安定マッチングを求めるアルゴリズムを構成し，近似不可能性も証明

近似比（上界 / 下界）

選好 制約	要素数	加法的	劣モジュラ
定員	1 / 1	1 / 1	4 / 1.28
マトロイド	1 / 1	1 / 1	4 / 1.28
2マトロイド交差	2 / 2	$(\sqrt{2}+1)^2$ / 2	8 / 2
kマトロイド交差	k / 2	$(\sqrt{k}+\sqrt{k-1})^2$ / k	$4k$ / k
ナップサック	1 / 1	$\frac{1}{\epsilon}$ / $\frac{1}{\epsilon}$	$O(\frac{1}{\epsilon^2})$ / $\frac{1}{2\epsilon}$
ρ次元ナップサック	ρ / 2	$\frac{\rho}{\epsilon}$ / $\frac{\rho}{2\epsilon}$	$O(\frac{\rho}{\epsilon^2})$ / $\frac{\rho}{2\epsilon}$