さきがけ数学塾（2012年3月7日-9日）
「脳の確率モデル入門」

三浦佳二
東北大学大学院情報科学研究科 助教/JSTさきがけ

１限目＋演習．確率モデルと最尤推定法

- 「最尤法」の体得を目標とします．ユーザーからみた時の統計学のツボがどこかを解説します．
- テキストの全ての図にR言語のコードが付随していますので，演習でそれを再現して，講義内容をより深く理解することを目指します．

テキスト：
Keiji MIURA, “An Introduction to Maximum Likelihood Estimation and Information Geometry”, Interdisciplinary Information Sciences, Vol. 17, 155-174, (2011).
（東北大の大学院の講義録。1.5時間x3回分。）

２限目．私の研究内容

- １限目の講義を踏まえて，私の最近の研究内容を中心にお話しします．

講演題目：
時間変動するデータから変動しない情報を取り出す数学

概要：
生命・医療データは、時間とともにトレンドやドリフトを伴うことも多く、従来の定常性を仮定した解析では不十分で、非定常性に対応できる解析が必要とされる。特に、時系列のトレンドの形に前もって一切何の仮定も置かなくても相関や揺らぎ

等を推定できれば、応用範囲の広い有用なデータ解析手法となりうるが、“無限にある可能性”を場合分けしてプログラムを書くことは不可能である。ところが、セミパラメトリックモデルに情報幾何学的な「射影」を利用すれば、任意のトレンドの下で相関や揺らぎを推定できる方法が得られうることを、相関関数の推定を主な例として紹介する。

参考文献：
１．三浦 佳二:(2011) ポピュレーションコーディングにおけるノイズ相関の影響，日本神経回路学会誌, Vol. 18, No. 2, pp.67-72.
２．Keiji Miura, An unbiased estimator of noise correlations under signal drift, JNNS 2011.

３限目以降．さらに学ぶために

・ 数学塾だけではもちろん十分な時間がありませんので，さらに勉強をすすめるために，「数学の抜け道」と題して教科書リストを作成してみました．これを道標にしてさらに勉学に励んでいただくことを期待します．

数学の抜け道　by 三浦佳二（H24.2.27，Ver.4）

数学に王道なし，と言いたい所ですが，証明のエキスパートになるのではなく，数学を単に使えれば良いという立場で学ぶのであれば，多少の抜け道はあるように思います．具体的には、工学部の学生向けに工夫して編集された応用数学の本や，数学者の本でも定理の羅列でなく，大事な考え方をやさしく伝えている本などを，最大限活用することで，効率的な学習が可能だと考えています．ここで紹介する本を利用すれば，楽して数学を習得できるはずですので，こうして節約した時間を，より広い分野の数学を勉強するのに使っていただければと思います．幅広い手法を身につけることで，きっと自然現象を記述する一番良い切り口が見えてくるはずです．作りかけで偏ったいい加減なリストですが，適度に参考にしていただければ幸いです．

<u>統計学・多変量解析</u>

ここでの本の紹介は，繰り返しになりますが，あくまでデータ解析等に統計を使う人の立場で，ただし，ちゃんとからくりを理解したいという人にピンポイントで照準を合わせます．例えば，内容を落として，数式なしでエクセルの例で学ぶという本は不本意なので割愛します．

- キーポイント確率統計，和達三樹・十河清，岩波書店
  右も左もわからない大学一年生向けの，とってもわかりやすい超入門書．キーポイントシリーズの他の本もおすすめ．最初に読むべき．

- 数理統計学−基礎から学ぶデータ解析−，鈴木・山田，内田老鶴圃
  なぜχ二乗で検定するのかなどの，「からくり」がわかる中級教科書．「からくり」の話は，例えば，東大出版の「統計学入門」等の入門書では詳しく書かれておらず気持ち悪く感じる方もいるかと思いますので，最終的にはこの本を読んだら良いかと思います．わりと網羅的なので，リファレンスにもできます．１章で測度が出てくるが，飛ばして読んでも大丈夫（下の確率の項目参照）．この本に挑戦するまでに，キーポイントよりも，もう少し詳しめの入門書を読んで，統計学になじんでおいた方が良いかもしれませんが，入門書は星の数ほどありますので，ここでは割愛します．

- 多変量解析の基礎，マンリー，培風館
  薄いがエッセンスがズバっと書いてある，わかりやすい良書．ただし古い．

- 実例クラスター分析，H. C. Romesburg
  ユーザーにとってすごくわかりやすく書かれている本．見た目の厚さほどマニ

アックすぎず入門に良い本．多変量解析のうち，クラスタ分析しか必要ないならこれで．

- 回帰分析とその応用，ウォナコット，現代数学社
  回帰分析以外にも色々のっている．ちなみに判別分析は，ジョンソン・ウィッチャンが一番わかりやすいと思う．

<u>統計学・多変量解析（リファレンス）</u>

通読する本ではなく，辞書として使える本をまとめます。

- 100 Statistical Tests, Kanji（邦訳 「逆」引き統計学 実践統計テスト 100）
  アメリカのバイオ系のラボによく転がっている，データ形式で「逆引き」する統計テストの一覧．見開き１ページで統計テストが１つ紹介されており，検索しやすく，データ解析をする人に便利に工夫されている．どのテストもたいがい R や Matlab などでは実装されているので，一行で実行可能．なんでこの方法で正しいか，という「からくり」については，一切不問というスタイル．ちなみに，とてもよく引用されるスネデカー･コクランには，「からくり」の説明も「逆引きチャート」もなく中途半端なので，もはや不要な気がします．

- Statistical Inference by George Casella and Roger L. Berger
  わかりやすい中級教科書．詳しいのでリファレンスになるし，がんばれば通読も可能．例も豊富で，分布の関係等の豆知識も多いなど，随所で工夫されている点で，同レベルのライバルの英語教科書より抜きん出ている．

- 数理統計学，吉田朋広，朝倉書店
  この本は，詳しいので便利だが数学の記号がたくさん出てきて難しい．これが読めない人の教科書リストを作成したつもりです.「数理統計学」で検索すればこの手の難しい本が出てきます．

- 多変量解析の徹底研究，ジョンソン・ウィッチャン
  徹底というほど詳しくないが，とても読みやすいアメリカ式ハウツー本．英文タイトルに「徹底」はついてない．データに何を仮定して，どう計算して，どこを考察すべきかが，すぐわかる．詳しいわけではないけど，そこそこ使えるのと，必要なとこだけ読めるのが便利．これに限らず、洋書の分厚い本にはわかりやすい良い本が結構あり、例えば Multivariate data analysis by Hair など。

- The R Tips，舟尾

R プログラミングにおいては，よい関数さえ見つかれば，ほとんどの解析は一行で実行できます．そこで，お目当ての機能を持った関数を見つけるのが重要となるが，そのためのリファレンスとしては，オンラインマニュアルの他にはこれ一冊で十分．特にグラフィックが便利．リファレンスの他にも，初心者は最初に文法を勉強するのがおすすめだが，それはウェブに転がってる文献で十分だと思う．

機械学習・モデル選択

上の統計の項目と分野として被りますが，非線形モデルも用いたよりデータマイニングに近い教科書をここにまとめます．正直これという本がなかなかありません．

- 学習システムの理論と実現，森北出版
  いろんな機械学習法が章ごとに紹介されて，わかりやすい記事が多くて良い．

- パターン認識と機械学習上下，ビショップ，シュプリンガー
  ベイズの本．読みやすくはないが，現状では輪読するならこれがベストか．理論的なので，データを目の前にしてどうしようか困っている人には必ずしも便利な本ではないかも．そういう人には「R でやる○○」みたいな本がよい．

- パターン識別，Duda ら
  手に入りにくい，一万円くらいの大型本．あまり体系立ってる感じはしないが，日本語だし，リファレンスとしてあると便利かも．

- Elements of statistical learning，Hastie 他
  読みにくいが，売れているらしい．各論に詳しいわけではないので，そんなにはオススメしない．こういうトピックがあるんだなくらい用．ただし，これよりも良い本が，他に見つからないのが問題．

- 情報量統計学，坂元・石黒・北川
  統計モデル選択の方法の１つである AIC を解説した本として貴重．元祖 AIC のみだが，例が多く，初等的でわかりやすい．鈴木義一郎本はさらにやさしいので超入門には良いかもしれないが，あまり詳しくないので使えないかも．

確率・確率過程

統計はカジノで遊ぶ人のための理論とすれば，確率論はカジノを作る側の人のための理論ですが，ついでに挙げておきます．

・　理工学者が書いた数学の本７　確率と確率過程 伏見正則
伊藤積分は取り扱わないが，大数の法則，母関数・再生性，Renewal Processなど詳しめの内容が理工系でも直感的に理解できるレベルで書かれている．工学者向けの読みやすい本であっても，易しくするために内容を削るのではなく，色々載っているのが貴重.

・ 確率過程の基礎，R. デュレット，シュプリンガー
マルチンゲールを直感的に理解できるよう工夫されているのがうれしい．全般にわかりやすく書かれた良書.

<u>測度・ルベーグ積分</u>

数理統計学をしっかり勉強しようとすると出てくる測度をおまじないにしておくのは気持ち悪いと思ってしまう人へ.

・　物理・工学のためのルベーグ積分入門，松浦ら，東海大出版
・　現代工学のためのルベーグ積分と関数空間入門，篠崎・松浦，現代工学社
工学者が書いたお話的な本だが，最初にオリエンテーションだと思って読んだら良いかもしれない．１つ目の対話形式の本はスイスイ読めるが，２つめの本の方が内容がしっかりしているのでおすすめ．同じ著者グループは他にも工学向けの本を書いているが，どれもわかりやすい.

・　応用のための確率論入門，中塚利直，岩波書店
測度論的な基盤からはじめた確率論としては，いちばんとっつきやすいもよう．他の本よりも，気分を書いてくれている．測度を理解したいが苦労したくない人へ.

・　実解析入門，猪狩，岩波書店
定理と証明の数学者スタイルの本だが，伊藤清三本や小谷本等と比べれば，比較的読みやすい方．リファレンスにできる.

<u>線型代数</u>

統計学でも行列公式などは頻出しますので，線形代数の本も挙げておきます.

・　キーポイント線形代数，薩摩・四ツ谷，岩波書店
よみやすい超入門書．ただし網羅的ではないし演習問題もないので，他の本で補う必要がある.

- やさしいよくわかる線形代数，有馬，東京図書
  定理と証明の羅列ではなく，演習問題を解いて理解する本．とてもわかりやすく，計算力がつくだけでなく，問題を解くことで抽象的な線形空間の理解も深まるのが良い．一方で，ジョルダン標準形までは載っていないのが残念．

- スバラシク実力がつくと評判の線形代数キャンパス・ゼミ，馬場敬之・高杉豊
  これもとにかく計算例で理解するタイプの教科書．KerやImや基底など抽象数学も省かれておらず，ジョルダン標準形の計算法も載っている．内容を削ってわかった気にさせるのでなく，高度な内容をわかりやすくかつコンパクトに伝えてくれるのがすごい．

- プログラミングのための線形代数，平岡和幸・堀玄
- 具体例から始める線形代数，渡辺・泊・松浦
  これらも，線形空間からジョルダン標準形の計算法までのっていながら，豊富な計算例や絵で，わかりやすさを工夫した本．

- 明解演習 線形代数，小寺平治，共立出版
  わかりやすい演習問題集．多くの演習問題を解いて理解を深められる．ジョルダン標準形まで載ってるのがありがたい．３X３程度のジョルダン標準形が手計算できるようになって安心したい工学者向け．

- マトリクスの固有値と対角化，町田ら，東海大出版
  ジョルダン標準形までも工学部の学生向けにやさしく解説．薄っぺらい必勝本は，大抵，易しくても，ジョルダン標準形の計算法まで載ってなくて，試験直前に困ることが多いが，そういう教科書を補うために使える．

- 線形代数学（新装版），川久保勝夫，日本評論社
  絵を多用するスタイルで，関連性を重視して，わかりやすくした教科書．ジョルダン標準形までのっている．ここまでの本が，試験必勝本・計算本的なのに対して，数学の教科書風の落ち着いたレイアウトとなっている．

<u>線型代数（リファレンス）</u>

入門書ではなくて，辞書として使える本をここで挙げておきます．

- 線型代数学，佐武一郎，裳華房
  数学者のスタイルの本ですので，そんなに簡単ではありませんが，他の数学者の本と比べればわかりやすく書いてあります．がんばれば読めますし，スタンダードな本で，ジョルダン標準形まで網羅的に載っていますのでリファレンス

にもなる．次元，逆行列など，関係なさそうな概念が関連していくのが，前から読めば順にわかるようになっている．数学者向けの本として斎藤正彦「線型代数入門」もあるが，それよりは解読しやすいかも．

- 行列と行列式１，２，岩波現代数学への入門，砂田利一
  これも数学者の書いた本だが，比較的やさしいので，がんばれば通読可能なレベル．この岩波のシリーズは数学者でなくても読める本が多い．置換を使った定式化で関係無さそうなものが結びつくのが面白い．

- Introduction to Matrix Analysis, R. Bellman, 1997, SIAM
- Matrix Analysis, Horn & Johnson, 1985, Cambridge
- A survey of matrix theory and matrix inequalities, Marcus&Minc, 1992, Dover
- Matrix Mathematics, Bernstein
  たまに入門書には載っていないマニアックな行列公式が研究をしていて必要になることがありますが，その時は上の洋書たちに当たってみるとお探しのものが見つかるかもしれません．リファレンス用の辞書として挙げておきます．どれも応用重視で，章ごとにテーマを絞って事実が羅列してあり，調べやすい．

解析学

あらゆる基礎になりますので，便利な解析学の本を厳選して挙げておきます．

- 解析入門，田島一郎，岩波全書
- One point ε－δ，田島一郎，共立出版
  ε－δ論法を手軽に，でもしっかり理解できる本．

- 物理のための応用数学，小野寺，裳華房
  直交多項式多項式などやや高度な応用解析全般をすいすい学べる本．合流型超幾何関数以外は，とてもとっつきやすくて良い．

- 精説ラプラス変換，久保・今井・笠，共立出版
  わかりやすいのですいすい読める．ただし，この程度の内容ならウェブ検索ですぐに公式は全て出てきます．ラプラス変換が急に必要になった初学者向けの本．

- ウェーブレットビギナーズガイド，榊原進，東京電機大学出版局
  数学者の本ではなく，ユーザーのための本．とてもわかりやすくて，スイスイ読める．

- 偏微分方程式，スタンリー・ファーロウ，朝倉書店
  技術者向けで，とにかくわかりやすい．スイスイ読める，ありがたい本.

- 現代工学のための変分法入門，篠崎ら，現代工学社
  とりあえず変分法の問題がすぐに解けるようになる本．スイスイ読める.

- 数値計算の常識，伊理・藤野，共立出版
  とてもわかりやすくエッセンスが伝わる．コンパクトなのに数値計算の大事なポイントがひと通りわかる．スイスイ読めます.

他きわめて多数。思い出しては書き加えます。

位相・微分幾何

情報幾何学の理解に助けになりそうな幾何学の本を挙げておきます.

- 位相への30講，志賀浩二，朝倉書店
  解説がゆっくりでイメージが掴める良書．そもそもなぜこう定義するか，がわかって，とてもわかりやすい．開集合を軸に，距離空間から位相空間へ．あらゆる基礎となる大事な分野．ケリー（吉岡書店）の詳しい本は，気持ちが伝わってこないので，工学系の初学者には難解すぎます。

- 曲線と曲面の微分幾何，小林昭七，裳華房
  ベクトル解析の次に読めて，わりととっつきやすい．低次元の例で曲率をわかりやすく解説して，リーマン幾何学への導入となる．ガウスボンネがわかる.

- 理工系のためのトポロジー・圏論・微分幾何，谷村省吾，サイエンス社
- 理論物理学のための幾何学とトポロジー，中原幹夫，ピアーソン
  ユーザーのためのトポロジー（ホモトピー，ホモロジー）の本．例でイメージを掴みながら勉強できる.

- 多様体の基礎，松本幸夫，東大出版
  数学者の本ですが奇跡的にわかりやすい！理解の浅い物理学者の書いた本などよりも最初にこれを読むべし．松島与三や志賀浩二なども良いが，それらはやはり数学者の書いた本という雰囲気なので，まずはこちらをすすめます.

- 一般相対論入門，フォスター＆ナイチンゲール，吉岡書店
- General Relativity, Wald

一番わかり易い相対論の教科書(上)と一番詳しい相対論の教科書(下)．微分幾何学（計量や接続が出てくるリーマン幾何学）は，難しい本を読まなくても，ひとまず物理学者のための本に出てくる程度の内容で十分に思います．

代数・代数幾何

幾何を学ぶのに群論が絶対必要なので，群論を含む代数の本も挙げておきます．群論でつまずくと現代数学は何も理解できなくなるので，若い人は頑張って習得すべきです．

- 群論入門−化学における対称，Jaffe・Orchin，東京化学同人
  化学者や物理学者が分子の対称性を理解するための群論の本．大変わかりやすいが，何もわかったことにならないかも．抽象代数自体が本当に初めてという人が，群論に頭を慣らすための超入門書．

- 連続群論入門（新数学シリーズ） 山内恭彦，杉浦光夫，吉田洋一 培風館
- 応用群論 増補版—群表現と物理学　犬井鉄郎，田辺行人，小野寺嘉孝
- 物理学におけるリー代数，ジョージアイ，吉岡書店
  物理を例題として，豊富な例で群論を学ぶ本．物理学者の本は，定義が曖昧だったり，論理が飛躍することがよくありますが，これらの本は頑張ればなんとか読めるように書いてあります．内容は，物理への応用に偏っていますが，群論に慣れるためには良いと思います．

- Contemporary Abstract Algebra，Gallian
  例がとても多いので，具体例でイメージが湧く．この本ならば群論を含む代数の基礎が楽に理解できるのでは．ただし，じっくり読む必要はあります．英語の本なのですが，日本語の本では，定義が曖昧だったり，例が少なくて急ぎすぎだったり，薄くて網羅性がなかったりで，良い本が見つけられていません．

- 代数入門１，２，上野健爾，岩波書店
  ひらすら具体例を見せながら，ガロア理論「５次方程式に解の公式はない」まで，頭が疲れることなく到達する．１変数の多項式の代数入門．内容がしっかりしていない薄っぺらい本を読むよりも，しっかりした人の書いたこの本の方が絶対おすすめ．

- グレブナー基底の計算 基礎篇 計算代数入門，野呂・横山，東京大学出版会
- グレブナー道場，JST CREST日比チーム，共立出版

「連立代数方程式を解く」から始まるグレブナー基底を使う人のための入門書（上）と道場（下）．グレブナー基底を使う人でなくても，工学者のための多変数の多項式の代数幾何の入門書として使える．

- 代数幾何，上野健爾，岩波書店
  他の日本語の薄い本と違って，ひと通り載っていて，かつ論理が飛ぶことがないので，ちゃんと読める良い本．

- 圏論の歩き方，蓮尾ら，数学セミナーの記事（本になるかも？）
- Category Theory，Awodey
  一番わかりやすい圏論の日本語解説記事(上)と洋書（下）．そもそも，なぜこのように定義するのか，という圏論の心がわかるところが良い．

<u>応用の本</u>

その他，余分かもしれませんが，諸分野に数学を応用するための本を，トピック毎に拾ってみます．

- 複雑ネットワーク-基礎から応用まで，増田直紀・今野紀雄
  最新かつ網羅的な複雑ネットワーク入門書．今なら洋書よりもこれがお勧め．

- 制御工学テキスト，加藤隆
  易しい入門書．入門レベルの制御工学では線形化された場合しか扱わないので，力学系を勉強した人には簡単すぎるかも．

- 例にもとづく 情報理論入門，大石進一
  薄い本で大変読みやすい本でありつつ，アイデアが明解に伝わる神本．

- 不可能物体の数理，杉原厚吉，森北出版
  だまし絵を数学する本．

- スピングラス，高山一
  情報統計力学で使われるレプリカ法がすぐにわかるようになる本．特に物理出身の人なら，ホイホイ読めるのでは．

- Rによるテキストマイニング入門，石田基広
- 言語処理のための機械学習入門（自然言語処理シリーズ），高村大也

機械学習を全面に出した言語処理の本．Webなどから膨大な言語データをとってきて，言語データに特有の前処理としてN-gramにして，統計的機械学習にかけるという流れが明解.

- バイオインフォマティクス，ポランスキ・キンメル，シュプリンガー
  １通り載っていてバイオインフォマティクスの全体像がわかる本．生物からでなく，数学から入門したい人向け．読みやすいとは限らない.

- オンリー ワン・ゲノム，鎌谷，星の環会
- 遺伝子医療革命，コリンズ，日本放送出版協会
  数学の本ではないですが，バイオインフォマティクス関連のおすすめの本.

- Theoretical Neuroscience: Computational and Mathematical Modeling of Neural Systems, Dayan & Abbott
- Biophysics of Computation: Information Processing in Single Neurons, Christof Koch
  上の２つは理論神経科学のわりと標準的と思われる教科書.

- 同期理論の基礎と応用，Pikovsky ら，丸善
- Chemical oscillators, waves and turbulence, Y. Kuramoto, Dover
  力学系のなかでも，リズム・同期現象の教科書.

物理の本

完全におせっかいですが，物理の本も載せておきます．量子論と相対論がわかれば世の中何が起こっても動じなくなります.

- 量子化学−基本の考え方16章，中田宗隆
  水素原子等への応用例を通した量子力学の一番わかりやすい入門書.

- 高校数学でわかるシュレディンガー方程式，講談社ブルーバックス，竹内淳
  啓蒙書のレベルを超えて，しっかりと理解できるもよう.

- 時空の物理学，テイラー，ホイーラー
  特殊相対性理論の背後に潜む考え方がしっかりと伝わる良本.

- アインシュタインは正しかったか，ウィル，TBSブリタニカ
  相対性理論を検証した実験についての歴史の本．啓蒙書です.