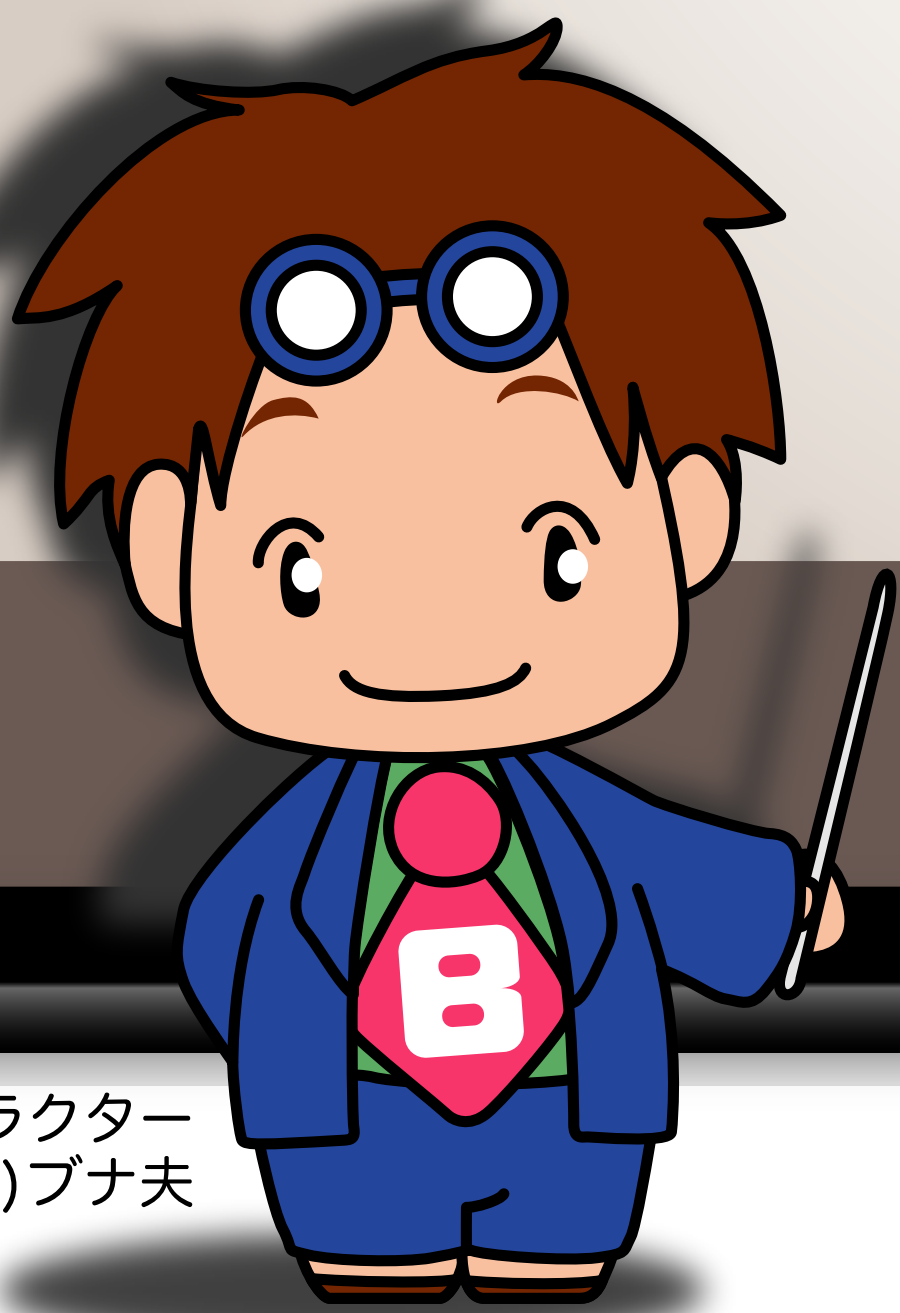


# 現代の産業社会と グレブナー基底の調和

研究期間：2008年10月～2014年3月

<http://www.math.jst.go.jp/ja/scientists/teamhibi/>

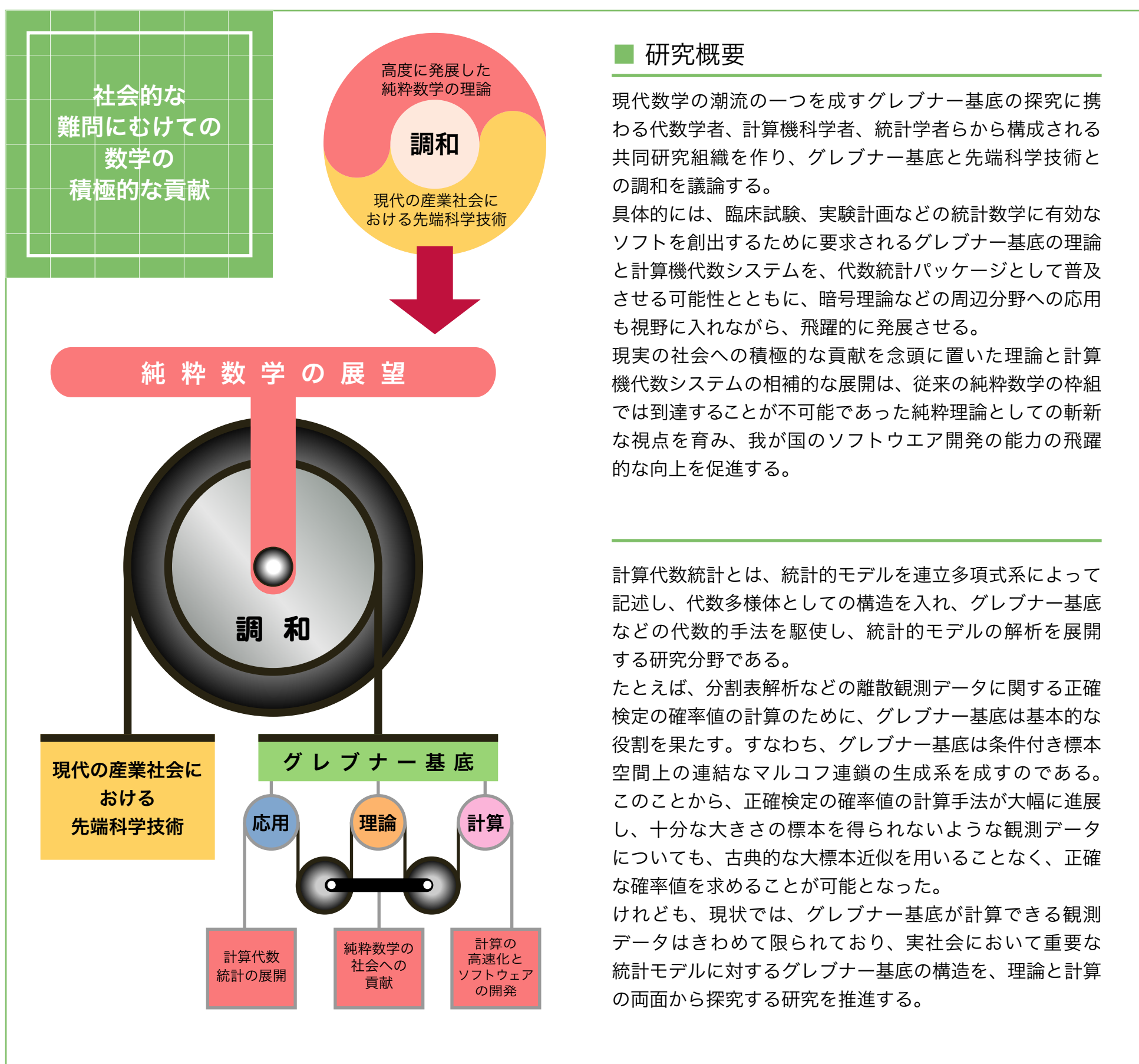


マスコットキャラクター  
生名(うぶな)ブナ夫



マスコットキャラクター  
来間(きま)グレイ

Ringo



## ■ 研究概要

現代数学の潮流の一つを成すグレブナー基底の探究に携わる代数学者、計算機科学者、統計学者らから構成される共同研究組織を作り、グレブナー基底と先端科学技術との調和を議論する。  
 具体的には、臨床試験、実験計画などの統計数学に有効なソフトを創出するために要求されるグレブナー基底の理論と計算機代数システムを、代数統計パッケージとして普及させる可能性とともに、暗号理論などの周辺分野への応用も視野に入れながら、飛躍的に発展させる。  
 現実の社会への積極的な貢献を念頭に置いた理論と計算機代数システムの相補的な展開は、従来の純粋数学の枠組では到達することが不可能であった純粋理論としての斬新な視点を育み、我が国のソフトウェア開発の能力の飛躍的な向上を促進する。

計算代数統計とは、統計的モデルを連立多項式系によって記述し、代数多様体としての構造を入れ、グレブナー基底などの代数的手法を駆使し、統計的モデルの解析を展開する研究分野である。  
 たとえば、分割表解析などの離散観測データに関する正確検定の確率値の計算のために、グレブナー基底は基本的な役割を果たす。すなわち、グレブナー基底は条件付き標本空間上の連結なマルコフ連鎖の生成系を成すのである。このことから、正確検定の確率値の計算手法が大幅に進展し、十分な大きさの標本を得られないような観測データについても、古典的な大標本近似を用いることなく、正確な確率値を求めることが可能となった。  
 けれども、現状では、グレブナー基底が計算できる観測データはきわめて限られており、実社会において重要な統計モデルに対するグレブナー基底の構造を、理論と計算の両面から探究する研究を推進する。

## グレブナー基底とは？



もとの方程式	グレブナー基底
$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 - 4 = 0$	$x_1 + 2x_3^3 - 3x_3 = 0$
$x_1^2 + 2x_2^2 - 5 = 0$	$x_2^2 - x_3^2 - 1 = 0$
$x_1x_3 - 1 = 0$	$x_3^4 - \frac{3}{2}x_3^2 + \frac{1}{2} = 0$



グレブナーの弟子 Buchberger が学位論文でグレブナー基底を計算するアルゴリズムを発表（1960年代半ば）し、それがいわゆる計算代数と呼ばれる肥沃な分野の誕生の契機となった。ほとんど同じ頃、廣中平祐が特異点解消論文において類似の概念 (standard basis) を導入した。  
 グレブナー基底とは、多項式環のイデアルの「優れた性質」を持つ生成系であり、イデアルの一つの生成系から Buchberger アルゴリズムを使ってグレブナー基底を計算することができる。その「優れた性質」の一つが連立方程式系

の解集合の計算である。  
 たとえば上の左側の連立方程式系の解集合を（=0を無視した）3個の多項式が生成するイデアルの零点集合と思えば、その生成系からグレブナー基底を計算すると、上の右側の3個の多項式が得られる。両者とも連立方程式系の解集合としては一致するが、右側の連立方程式系の解集合を計算することは簡単である。

## システムに関する中期目標

次世代の数学ソフトウェアシステムは、ソフトウェア、解説文書、作業思考環境、書籍などを一体化させた「環境」である。加えて、その環境に一芸に秀でたソフトウェア群を、健全な開発方向である。KNOPPIX/Mathはそのような方向性を持つ「desktop 環境」であるが、解説文書や書籍

との統合、一芸に秀でたソフトウェア群との統合については全く未完成である。  
 今後、様々な特色を持つグレブナー基底ソフトウェア群の性能増強とともに、これらを統合した次世代システムのプロトタイプを試験的に提供する。すなわち、本CREST共同研究者が分担執筆する著書を発表し、グレブナー基底の理論、応用、計算における成果を簡潔に紹介するとともに、開発したソフトウェアを付録に付け、一般のユーザーが臨床試験、実験計画などを含む広範な「現場」においてグレブナー基底を使う伊呂波に習熟できる「環境」の整備に着手する。

## 研究組織

### <理論系グループ>

- 日比 孝之 (研究代表者 / 理論系グループリーダー  
大阪大学大学院情報科学研究科)
- 大杉 英史 (立教大学理学部)

### <応用系グループ>

- 竹村 彰通 (応用系グループリーダー  
東京大学大学院情報理工学系研究科)
- 青木 敏 (鹿児島大学理学部)
- 栗木 哲 (統計数理研究所数理・推論研究系)
- 大津 起夫 (大学入試センター研究開発部)
- 只木 孝太郎 (中央大学研究開発機構)

### <計算系グループ>

- 高山 信毅 (計算系グループリーダー  
神戸大学大学院理学研究科)
- 野呂 正行 (神戸大学大学院理学研究科)
- 野海 正俊 (神戸大学大学院自然科学系先端融合研究環)
- 武田 朗子 (慶応義塾大学理工学部)
- 濱田 龍義 (福岡大学理学部)