

俯瞰ワークショップ報告書

# 数理科学



# エグゼクティブサマリー

本報告書は、国立研究開発法人科学技術振興機構（JST）究開発戦略センター（CRDS）が2024年12月11日に開催した俯瞰ワークショップ「数理科学」の内容をまとめたものである。

数理科学に関する応用研究や産学連携での共同研究において、未活用の現代数学を活用するためには数学者の協力、共感が不可欠である。そのような共感を醸成するためには、その活動が魅力的なものであるということや、思いがけない形でさまざまな数学が将来求められることになる可能性についても示唆していくことが重要であると考えている。同時に、応用に資するような数学そのものの発展も重要である。そのため、数理科学の現状を俯瞰しつつ、数学的観点から全体を俯瞰することが必要であると考え、本ワークショップでは7件の話題提供とパネル討論を実施した。

本ワークショップでは、まず、有識者5名から、数学5分野（確率論、離散数学、代数、幾何、解析）のそれぞれについて、現在の研究、注目される技術について話題提供があった。さらに有識者2名からそれぞれ日本数学会の役割と応用研究について話題提供があり、最後にディスカッサント2名を加えてパネル討論を行い、以下のような議論を行った。

## • 応用数学と数学の連携

「数学者が応用現場で何が重要であり、何が問題かという意識を直接体験できる場は日本ではそれほど多くない」という指摘があった。そのような場を即座に作れないとするならば、さまざまなところで小さいスケールからやり始めないといけないとのことである。また、日本における応用数学と数学の連携を改善する、人的交流を含め垣根を取り払う策として、若手研究者レベルで世界の若手研究者と交流する機会を増やすことが挙げられた。具体的な想定はHeidelberg Laureate Forumである。

## • 俯瞰報告書に加えた方が良い数学的内容

具体的な内容として「統計そのものや確率論と統計の間をつなぐ内容」や「量子計算など、確率論的なアルゴリズム」、「量子計算の基礎付けを明確に押さえる数理物理的な部分」、「実際の応用を想定した局所的な微分幾何」が挙げられた。加えて、数学内の分野間における断絶している状況から、具体的ではないが、「まさに数学の分野それぞれが融合するからこそ生まれる新しい理論」が必要であるとの指摘があった。

## • キーワードになりうる、注目動向

「数理臨床医学」がキーワードとしてあげられ、また、（規模においてなど）ラボラトリーでできない実験（気候、気象、経済、社会科学関係など）に数学が入る余地があるとの指摘があった。

## • その他の課題（産学連携など）

その他としては、「数学が難しくなり過ぎていて、数学内の隣の分野が分からないため、談話会などを運営の仕方を含めて増やす必要があること」、「若手研究者にとっては、例えば3年経った後の業績評価でさらにプラス5年など、もう少し安心して自分の研究に集中できるポジションを与えるようなファンディングが必要であること」、「日本において、数理科学の研究者が数学を武器として食べていけるポジション自身を増やしていくことが必要であること」、「応用研究において数学のコアになるような研究を行うには、実際に形になる成果までには7～8年間、評価を受けられるレベルには10年程度のファンディングでないと難しいこと」などの課題が挙げられた。

JST CRDSは、科学技術に求められる社会的・経済的なニーズを踏まえて、科学技術の現状を俯瞰し、国として重点的に推進すべき研究領域や課題、その推進方策に関する提言を行っている。本ワークショップで得られた数理科学分野の取り組み状況や考え方、今後の方向性・課題認識などを、調査・提言活動に反映していく。



# 目次

---

<b>1</b>	<b>開催趣旨</b> .....	<b>1</b>
1.1	開会挨拶 若山 正人 特任フェロー.....	1
<b>2</b>	<b>話題提供</b> .....	<b>3</b>
2.1	確率論 白井 朋之氏 (九州大学マス・フォア・インダストリ研究所 教授)...	3
2.2	離散数学 宗政 昭弘氏 (東北大学大学院情報科学研究科 教授).....	7
2.3	代数 高橋 篤史氏 (大阪大学大学院理学研究科 教授).....	11
2.4	幾何 山田 光太郎氏 (東京科学大学理学院 教授).....	16
2.5	解析 李 聖林氏 (京都大学高等研究院 / 大学院医学研究科 教授).....	19
2.6	日本数学会 鎌田 聖一氏 (日本数学会 理事長 / 大阪大学大学院理学研究科 教授)...	22
2.7	応用研究 落合 啓之氏 (九州大学マス・フォア・インダストリ研究所 教授)...	25
<b>3</b>	<b>パネル討論</b> .....	<b>30</b>
<b>4</b>	<b>付録 ワークショップ開催概要</b> .....	<b>38</b>



# 1 | 開催趣旨

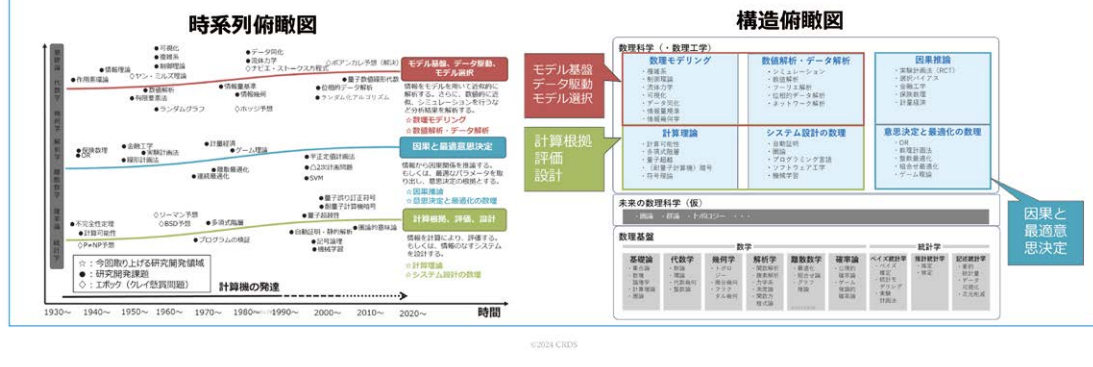
## 1.1 開会挨拶

若山 正人 特任フェロー

「研究開発の俯瞰報告書システム・情報科学技術分野」における数理科学区分について。2024年度版の俯瞰報告書では手薄であった項目である、データ同化、暗号、自動証明、金融工学、保険数理などのアップデートを考えている。

### 数理科学区分について 1 : 今後のアップデート

- ・2年程度では大きな変化はないと判断して、大枠を維持。
- ・手薄であった項目（データ同化、暗号、自動証明など）や因果推論領域で盛り込み切れなかった項目（金融工学、保険数理、計量経済）についてもアップデート。
- ・「未来の数理科学」（仮）領域を新設。数理科学の現在を見つつ、過去から数学的なことを俯瞰するためのもの。俯瞰WSを行った上で方針を定めたい。



さらに、ここに新たな研究領域「未来の数理科学」（仮）を加えたいと考えている。数理科学、数学という分野は今日行って明日すぐ役に立つというわけではないが、いつ何時、何が役に立つかわからない。また、役立った時のインパクトが著しいという特徴がある。それゆえ、未来の数理科学について過去の在り方、在りようも振り返りながら考えていきたい。これがこの俯瞰ワークショップ開催の根拠である。

JST CRDSは、科学技術に求められる社会的・経済的なニーズを踏まえて、科学技術の現状を俯瞰し、国として重点的に推進すべき研究領域や課題、その推進方策に関する提言を行っている。これには人材育成がインプリシット（暗示的）にもエクスプリシット（明示的）にも含まれている。

この活動の一環として、数理科学の進展において重要な数学的内容を俯瞰し、問題意識や今後特に取り組むべき課題等について議論を行いたいというのが今回のワークショップの趣旨である。数理科学に関する応用研究や産学連携での共同研究において、未活用の現代数学を活用するためには数学者の協力、共感が不可欠である。そのような共感を醸成するためには、その活動が魅力的なものであるということや、思いがけない形でさまざまな数学が将来求められることになる可能性についても示唆していくことが重要であると考えてい

る。

同時に、応用に資するような数学そのものの発展も重要である。そのため、数理科学の現状を俯瞰しつつ、数学的観点から全体を俯瞰することが必要であると考え、本ワークショップでは7件のご講演とパネル討論を実施したいと考えた次第である。

ご講演内容については、俯瞰報告書の内容として盛り込むための情報収集と討論を行いたいので、それに沿うよう話題提供をいただくことにした。具体的には、特筆すべきキーワードや研究開発領域の意義、注目すべき動向、科学技術的な課題およびその他の課題を含めていただく。5つの分野として区別はしたくないものの、確率論、離散数学、代数、幾何、解析をご担当の先生方には、上記3つの内容を含む形で、ご自身の専門に関して話題提供をいただく予定である。数学者がどのように考え、どのようなことを意図して、またどのように将来を考えているかという一端をご講演から受け止めていただければ幸いである。

それに加えて、日本数学会理事長の鎌田教授には理事長のお立場から数学者と応用研究をつなぐことによる数学会が果たし得る役割について話題提供をお願いしたいと考えている。また、落合教授には応用研究について具体的な研究内容が役に立ったということに留まらず、あるいは、どのように考え、どのようなことが重要かという点に関して話題提供をいただく予定である。

その後、パネル討論では以下の議題を扱う予定である。

- (a) 俯瞰報告書に加えた方が良い数学的内容
- (b) キーワードになりうる、注目動向
- (c) その他の課題（産学連携など）

未来の数理科学ということも念頭に置いていただいでディスカッションしていただければ幸いである。

# 2 | 話題提供

## 2.1 確率論

白井 朋之氏 (九州大学マス・フォア・インダストリ研究所 教授)

### タイトル「確率論研究の潮流」

#### 確率論の歴史的背景

歴史的な背景ということで、数学の中での確率論という立場で、確率論がどのような方向に進んできて、どのようなことに興味を持たれ研究をされているかということについてお話ししたい。

確率論はフェルマーとパスカルの往復書簡の中で、賭け事の分配金の問題から始まったと言われている。その前にもカルダノなど、いろいろ賭博に関係して確率論は発展してきた歴史がある。その後、ホイヘンス、ベルヌーイ、ド・モアブル、ガウスなどが続く。ガウスは特に有名で、正規分布や最小二乗法の開発で知られている。その後、ラプラスへと続く。19世紀後半になり、物理で統計力学という学問が構築され、そこで確率論が非常にエッセンシャルに使われている。その後、19世紀の後半から20世紀の前半にかけて統計が入ってくる。まだこの時期は非常にナイーブな形で確率論という学問が語られている。

1933年にロシアのコルモゴロフが『確率論の基礎付け』という本を執筆した。この本が出て初めてある意味で確率論が現代数学の一つとして考えられるようになった。その後に伊藤清もある本で、このコルモゴロフの本を読んで初めて確率論が数学だと思えたという趣旨のことをおっしゃっている。日本の確率論の第1世代は伊藤清、角谷静夫、丸山儀四郎という3人の方で、この3人の方から派生した人たちが今、数学の中での確率論を研究しているという形になっている。私で大体、第4世代ぐらいである。

1960年代から1980年代中旬ぐらいまでは、確率論の理論構築の時代で、さまざまなことが理論的に整備されてきた。1980年代後半から現在に至るまでは、その理論を応用するという立場でさまざまな確率論の応用研究がなされているというのが世界的な情勢である。その中で、日本の確率論の研究者は非常に重要な役割を果たしている。確率論の伝統が色濃い国はロシア、フランス、日本などである。現在の応用の時代では、中国などの若い優秀な学生が米国へ集まって研究している状況である。確率論研究のキーワード一覧を以下に列挙した (図2-1)。現代の確率論を研究されている方の80-90%ぐらいはこれのどれかに属しているのではないかと思っている。

確率論研究のキーワード I	確率論研究のキーワード II
<p>確率論研究のキーワード</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>ランダムウォーク・ブラウン運動</li> <li>確率微分方程式 (拡散過程), 確率偏微分方程式</li> <li>マルコフ過程, ガウス過程, 定常過程, 加法過程 (レヴィ過程), マルチンゲール,</li> <li>分枝過程, super process (系統樹, 進化), 測度値拡散過程</li> <li>確率論的ポテンシャル論, ディリクレ形式論 (マルコフ過程と調和関数との関係)</li> <li>ランダム場 (マルコフ場, ガウス場, ギブス場)</li> <li>ランダム点過程 (ポアソン点過程, 行列式点過程, 超一様性)</li> <li>力学系とエルゴード理論 (エルゴード定理, エントロピー, 情報理論)</li> <li>確率論的統計力学の基礎 (無限粒子系, ギブス分布)</li> <li>マリアン解析・確率解析 (ブラウン運動を基礎にした経路空間の解析学)</li> <li>相互作用粒子系 (接触感染, 選挙の投票, イジングモデル, 川崎モデル, 排他過程)</li> <li>流体力学極限 (ミクロな確率モデルからマクロな量の偏微分方程式へ)</li> <li>数理生物学 (集団遺伝学, 感染症のモデル)</li> <li>ランダムグラフ (エルデシュ・レンニ), パーコレーション, ランダム複体</li> <li>ランダム環境の上のランダムウォーク (レヴィフライト)</li> </ul>	<p>確率論研究のキーワード</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>ランダム行列理論, ランダム作用素のスペクトル理論</li> <li>確率幾何学 (ランダム点過程, ランダム多面体)</li> <li>組合せ論的確率論 (ポリアの壺, 中国料理店過程, ディリクレ過程)</li> <li>数理ファイナンス (ブラック・ショールズ, オプション価格), リスク理論</li> <li>ファインマン・カッツの公式, カッツ・ライスの公式</li> <li>ラフパス理論 (脱ランダム化, 正則構造理論, 繰り込み理論)</li> <li>モンテカルロ法 (数値積分, 確率分布生成)</li> <li>マルコフ連鎖モンテカルロ (マルコフ連鎖と混合時間, サンプリング)</li> <li>確率的最適化, 確率制御問題 (マルコフ決定過程, HJB 方程式)</li> <li>確率論的アルゴリズム理論, 確率論的ゲーム理論</li> <li>最適輸送理論 (確率分布間の距離, カップリング)</li> <li>可積分確率論 (表現論, 可積分系と接点)</li> <li>自由確率論 (量子確率論, 自由独立性, 非可換確率論)</li> <li>SLE (Schramm-Loewner-Evolution) (ランダムな曲線のスケール極限の候補)</li> </ul>

図2-1 確率論研究のキーワード

2000年に代数幾何学の分野でフィールズ賞を取ったマンフォード（ブラウン大学）が『確率時代の夜明け』というエッセイを書いている。どこかの講演録であるが、そのエッセイの最後に「私の総合的な結論として、確率的手法（確率や統計の考え方）はこの第三のミレニアムを迎えて、純粋数学および応用数学を変革することを確信している」と述べている。数学や科学モデリングにおいて、確率論や統計学は非常に重要になるだろうという予言をしている訳であるが、実際、今のAIブームを見れば、その予言は当たっているといえるのではないか。

この予言は統計まで含めた広い意味での確率論ということだと言っていると思うが、もう少し狭い意味の確率論でいうと、2000年以降に確率論の業績でフィールズ賞を取った研究者はヴェルナー、オクニコフ、スミルノフ、ハイラー、ドゥミニル・コパンらの5名いる。特に、初めのオクニコフの専門は、確率論とは違うが、確率論に大きな影響を与えたという意味で確率論として入れさせていただいた。このように2000年代に続々とフィールズ賞を取ったということで、確率論がさまざまな意味で数学界の中で認められてきた状況になっている。ここまでが大体、確率論の歴史である。

## 確率論研究の指導原理

数学の中で、確率論がどのような形で研究されているのか、またどのようなモチベーションで研究されているかということについてお話ししたい。先ほども述べたが、確率論と統計学は非常に似た学問である。高等学校では、確率統計という形で一つにくらわれているが、思想的には違うところがある。われわれ研究者が確率論だと考えている学問では、確率的なモデルを構築して、解析して、確率的な現象もしくはメカニズムを明らかにするという点に重きがある。一方、統計は非常に広いが、特に数学に近いところの統計でいえば、観測されたデータから背後にある確率的メカニズムを見つけるために、例えば推定量を開発して、それを具体的なデータに応用するという立場で研究されている。統計も確率論も両方の視点が重要だが、立場が違うということである。

確率論におけるランダムな現象もさまざまな見方がある。ノイズなどに由来するモデル自身が持っているランダムネスを理解していくという方向性、数論でよく出てくる一見してランダムネスではないように見えるが統計的な量を見てもランダムネスが背後にあるという方向性、もともとはランダムネスはないがランダムネスを加えることによって状況が単純化されたり、例外的な状況は排除して解析が易しくなるという方向性などである。

確率論では2つの確率的なモデルをしばしば考える。1つ目は確率過程と呼ばれているもの。これは時間が入ったランダムな現象を記述するためのものである。それから2つ目の確率場は、時間だけではなく、もっと広い意味でのランダムネスを記述するためのものである。例えば、ある空間の中で各点にランダムな情報がのっているとする。具体的には温度の場があったとして、その温度がランダムに揺らいでいるということを考える。すなわち、1次元ではなく多次元パラメータ上のランダムネスを考えている。確率論の研究対象はおおよそこれらのどちらかで設定される。

これらのモデルを基礎にして、確率論ではどのような対象を研究するかというと、キーワードの一つは極限定理（もしくはスケール極限）である。極限定理は4種類存在する。その1つ目は大数の法則で、これはランダムな現象に潜む典型的な現象を見つけるというもの。例えば、サイコロをずっと降り続ける試行には時間が入っているので、確率過程である。その確率過程を見た時に、例えば1の目の出る頻度が6分の1に近づいていく。これが典型的な現象で、大数の法則と言われているものであり、ベルヌーイの時代から考えられている。大数の法則ではその頻度がぴったり6分の1になるわけではなく、6分の1の周りをランダムに揺らぐ。その揺らぐ現象を捉えるのが中心極限定理と呼ばれているものである（極限定理の2つ目）。多くの場合はそれが正規分布に従うと考えられている。それ以外にも裾の長い分布（ヘビーテールの分布）の場合には安定分布があらわれる。極限定理の3つ目はポワソンの少数法則や極値統計に当たるものである。極限定理の4つ目は、大偏差原理でまれな現象を扱う。サイコロの例では、頻度が6分の1ではなく6分の1.1になっている

ような事象はどれくらい起こる確率が低いのか?ということをきちんと調べるものである。

キーワードの2つ目は統計力学的な視点や相転移現象であり、モデルにあるパラメータ依存性を調べるという重要な考え方として現代確率論の研究に浸透している。

確率過程の具体的な例として、ランダムウォークを考える。ランダムウォークは例えば1,000回コインを投げた時に、表が出たら一歩上(右)、裏が出たら一歩下(左)という動きを繰り返して得られる全体の動きのことである。1,000回の試行が終わった時に、上、下にどれくらい動いているかを見てみると、つまり、最後の位置の頻度を調べると、正規分布に従っているというのが中心極限定理である。ランダムウォークをランダムな曲線だと思って、その曲線が極限でどのようなようになるか調べると、ブラウン運動と呼ばれる対象があらわれる。ランダムウォークやブラウン運動は確率論で非常に基本的なものである。

応用でもっとも用いられる確率過程はランダムウォークの一般化に相当するマルコフチェーンである。マルコフチェーンは状態が幾つかあって、各状態から次の状態へ確率的に遷移していくモデルである。このモデルで十分時間が経ったときにどのようなようになるか(定常分布)を調べることがマルコフチェーンの考え方である。マルコフがプーシキンの詩の文字列、母音と子音の関係を統計的に調べるということにマルコフチェーンを応用していることが知られている。また、例えばトランプのシャッフリングにおいては、これは1980年代頃から研究されている話だが、何回ぐらいシャッフルすれば十分に散り散りになっているかを調べるために、マルコフチェーンが用いられる。

ランダムな形の幾何学、つまり、形もさまざまな意味でランダムになり得る。2次元の格子の各辺を確率 $p$ で開けたり閉めたりしたときに、上から水を流して下まで流れますかという問題がある。確率 $p$ が小さい時にはあまり道ができないので水が流れないが、ある値を境にして流れるようになる。これがパーコレーションと呼ばれる、相転移現象の一つの重要な例である。パーコレーションはランダムな図形で、これを解析するのは非常に難しいが、最近はさまざまな技術が開発されて解析ができるようになってきている。さらに、ランダムな図形の上でランダムウォークをしたらどうなるかという研究もされている。ランダム環境中のランダムウォークは、例えば土壤の汚染物質がどのように流れていくかを調べようとした時の確率モデルの一つである。

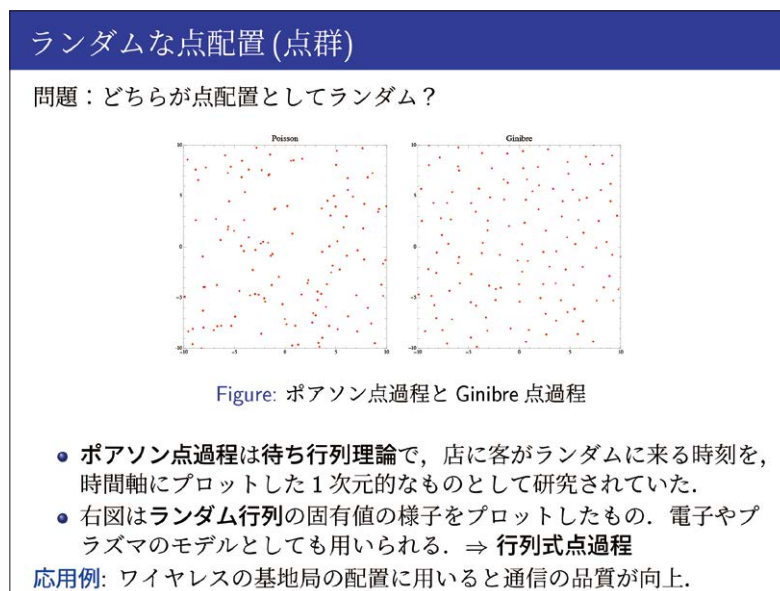


図2-2 ランダムな点配置

ランダムな点配置の研究もある。図2-2の左と右はどちらがランダムな点配置に見えるか?実は、左のほうがランダム(ポアソン点過程)で、右(Ginibre点過程)が少し相関がある点の配置になっている。ポアソン

点過程はもともと待ち行列で1次元的に用いられていた対象だが、このような2次元的なところでも考えることができる。右の図はランダム行列の固有値の配置（行列式点過程）で、少し反発が見える。各点をワイヤレスの基地局と思うと、ポアソンよりも少し反発があるところに置いたほうが通信の品質が上がるという研究もある。

行列点過程を機械学習に使うという研究もある。ポアソン点過程よりも Ginibre 点過程のほうが機械学習の精度が上がることもある。例えば Google で「ジャガー」を検索したときに、ジャガー社の車ばかりではなく幾つか多様性を持ったジャガー（動物や人名など）を出すには反発性が有効である。多様性を取り入れるためには別のランダムな点配値を使うということも考えられる。

また、確率微分方程式は拡散モデルとして、機械学習（生成 AI）に用いられている。

## 今後の方向性

今後の方向性として、機械学習の確率論的基礎付けは重要である。確率論的考え方はさまざまな形で機械学習に使われているが、機械学習がなぜうまくいくかに関する理論的説明については全然手が付いていない。これから手が付くのかも分からない。あまりにも技術が先行していて、これがどのようになっていくのかはまだ予想がつかない状況であるが、大変面白い問題である。

## 2.2 離散数学

宗政 昭弘氏（東北大学大学院情報科学研究科 教授）

### タイトル「離散数学の紹介」

#### 離散数学のおかれる場所

離散数学という言葉になじみがないかと思ったので、2023年度の俯瞰報告書（システム・情報科学技術分野：CRDS-FY2022-FR-04）に基づいて説明させていただきたい。2023年度の数理科学区分の構造俯瞰図、それから時系列俯瞰図に離散数学が入っている。構造俯瞰図には「最適化」「組合せ論」「グラフ理論」が書かれている。また、時系列俯瞰図では、最適化に含まれている線形計画法や情報理論が1950年ぐらいにできたと書かれている。この線形計画法や情報理論から発展したのが離散最適化、半正定値計画法、量子誤り訂正符号などで、これらも時系列俯瞰図に書かれている。また、最適化のキーワードを見ると実際に応用を目的としたものだが、組合せ論やグラフ理論は純粋に数学の分野であって、それ自身は明確な応用という目標を持たない。

また、離散数学の中に広い意味で計算理論などを含めることがある。特に、コンピューターサイエンスに含まれている計算量理論、どれぐらい速く計算できるかという理論があるが、これも離散数学に含まれることがある。しかし、あくまで離散数学と狭い意味で考えた場合は、数学そのものの純粋的な研究を指すこともあって、最適化や計算理論はあくまでその応用という位置付けになっている。また、実社会への応用だけでなく、数学はコンピューターサイエンス、例えば組合せ論が計算量理論に応用される、解析学等は物理学に応用されるなど、そのように他の学問分野への応用ももちろんある。

また、2023年度俯瞰報告書（システム・情報科学技術分野：CRDS-FY2022-FR-04）において、数理科学区分のサブセクションとして挙げられているキーワードをみる。それでは、離散数学はどれにあたるか（図2-3）。どれにもあたらないというのが正しい答えかと思う。他の多くの数学と同じように、俯瞰報告書に挙げられているどこかの応用を目標としているわけではなく、ただどれとも何らかの関係はあるといっても間違いではないと思われる。

**離散数学のおかれるべき場所？**

- 2.7 数理科学
  - 2.7.1 数理モデリング
  - 2.7.2 数値解析・データ解析
  - 2.7.3 因果推論
  - 2.7.4 意思決定と最適化の数理
  - 2.7.5 計算理論
  - 2.7.6 システム設計の数理

Q. どれにあたりますか？

A. どれもでない。多くの数学は、特定の応用を目標としていない。しかし上のどれとも何らかの関係はある。

図2-3 離散数学のおかれるべき場所？

## 離散数学の考え方

離散数学がどのようなものかを式を使って考え方を説明していきたい。大学で理系の学部に進んだ方は、1年生または2年生で線形代数学を習ったと思う。線形代数学における主な対象である行列は昔は高等学校で習ったが、今は大学に入ってから習う。行列というのは、ただ数を一般には長方形、ここでは正方形、 $3 \times 3$ の状態に並べたものを指す。例えば三角形ABCは点が3つ、辺が3つあるので、点を縦軸と横軸に書き、辺に対応する成分を1と書くと、0と1が並んだ行列Aができる(図2-4)。

演習問題でよくある問題として行列Aを対角化する。すなわち、あるPが存在して $P^{-1}AP$ がこの右側の対角行列になる。Pの答えは1つに求まるわけではないが、答えの一例としてここに書いてあるような数字が出てくる。四角に囲ったところに正三角形の座標がある。つまり、行列Aは三角形の辺の情報だけ取り出しているが、線形代数学という魔法を使うと、正三角形の座標が出てくる。

**離散数学入門 (スペクトラルグラフ理論)**

**三角形の表現**

	A	B	C	
A		辺 AB	辺 AC	$\rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} = A$
B	辺 BA		辺 BC	
C	辺 CA	辺 CB		

**大学理系初年級で学ぶ行列の対角化 (線形代数学) では**

$$P^{-1}AP = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

**となる行列 P を求めよ、というのは典型的な演習問題。答の一例は**

$$P = \begin{pmatrix} \boxed{1} & \boxed{0} & 1 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \end{pmatrix} \quad \leftarrow \text{なぜか正三角形の座標}$$

図2-4 離散数学入門 (スペクトラルグラフ理論)

実は三角形でなくとも正二十面体でも同じことが言える。正二十面体の面は20個だが、その点は12個しかない。12個の点に関して、辺に対応する成分に1を書いて大きな表を作り、三角形で行ったものと同じ問題を解かせる。そうすると、正二十面体の空間座標を求めることができる。このような理論がスペクトラルグラフ理論と呼ばれるもので、私の主な専門である。

すなわち、正二十面体自体は、3次元に存在する辺の長さや角度などが決まっている幾何学的な対象だが、簡単な情報だけを取り出して、線形代数学という魔法を使うことによって、座標が復元できる。このような理論がスペクトラルグラフ理論というもので、組合せ論の一部である。

## 離散数学の歴史的経緯

離散数学の歴史的な経緯について説明したい。離散数学は、他の数学の分野として代数学や計算量理論、離散幾何学などとも関係しているが、離散数学という言葉自体は比較的新しい。組合せ論というほうが歴史的に古いものである。組合せ論の誕生は、例えばオイラーの一筆書き可能性定理や、オイラーの直交ラテン方陣予想にある。オイラーは18世紀の著名な数学者である。

19世紀にはカークマンという数学者が15人の女学生問題を提出している。1日目に15人を5つの3人班に分ける。2日目にまた別の組み合わせの班に分ける。3日目もまた1日目と2日目と違う組み合わせの班に分ける。これを繰り返し行くと1日あたり新しい2人と組むことになって、全体で15人いるので丁度7日で14人の新しい人と知り合いになれるという問題である。実際にそのような組み合わせができるということを証明するのは簡単なことではないので、それが問題なわけである。このような問題を解くのが組合せ論である。

最近の組合せ論では、特にエキスパンダーが非常に活発に研究されている。これもスペクトラルグラフ理論における特定の数学的な概念である。その他にも暗号理論、符号理論、最密充填というキーワードを挙げた。最密充填というのは密度を最も高く配置するということである。例えば、ミカン箱の中にミカンをなるべく上手にたくさん入れるようにするということである。離散数学ではこれを配置という。統計学でいうサンプリングも実質的には同じ操作である。統計学では、大きな母集団の中から偏らないように何個か選び、選んだ後にそれを集めて解析する。離散数学では、選ぶという点は同じだが、偏らないに限らずさまざまな要請のもとで最適に選ぶという問題を考えている。

偏らないというのは、要するに全体を近似している、少数でちゃんと全体を代表するように選ぶということ指している。他にも、何らかの密度が高くなるように最大化する、または何らかのメジャーな意味で最小化するなど、応用上の要請や条件を満たすように選ぶというのが、離散数学でよく考えられている問題である。すなわち、言葉のニュアンスの問題ではあるが、選ぶというよりもこちらが望むように配置するための答えを出すというのが離散数学で研究されている問題である。

繰り返しになるが、統計学では選んだものをその後で検定や推定をするが、離散数学では選んだ後ではなく初めから条件と要請が与えられていて、それに合うように選ぶまたは配置する、そのような問題を考える。

例えば正二十面体は12個の頂点がある。ゴルフボール13個を用意して、1つのゴルフボールの周りに接するようにゴルフボールを配置できるかという実験をしてみると、12個とわかる。平面上では1つの円の周りには同じ直径の円が6個並べられることは簡単に分かるが、空間内では1つの球の周りには同じ直径の球は最大12個並べられることが分かる。分かると断言したが、実は証明は難しい。この事実はニュートンが述べたが、証明はしていない。20世紀になって、本当に12個だということが証明された。

同様に、理想的に空間を無限個のゴルフボールで埋め尽くすという問題が、空間の最密充填問題である。数学では空間といった場合に、3次元だけじゃなくて一般に任意の次元も同様に考えることでできる。その中で8次元と24次元が特別な場合になっている。2022年にこの8次元と24次元の最密充填問題を数学的に考えて解決したのがヴィヤゾフスカ (Viazovska) で、2022年にフィールズ賞を受賞している。この問題も最密充填問題であるから、どこにボールの中心を置けばいいかという意味では、良い配置を探すということなので離散数学の問題と考えられるが、実際に使われている道具は、代数学や解析学の深い研究成果が用いられている。

## 未来への展望

最後に、未来への展望について述べる (図2-5)。このヴィヤゾフスカの成功は突然できてきたわけではなく、50年以上前に離散数学において開発された技術である線形計画法がもとになっている。線形計画法について長い間をかけてさまざまな整備が進み拡張され、最密充填問題に使えるようになった。実際に使えるようになったのは、おそらく21世紀になってからのことである。また、代数学、特に群論や整数論の研究から、8次元と24次元だけは何か特別な状況が起こっていることはこれも50年以上前から知られていた。そのような下地があったことでヴィヤゾフスカも8次元と24次元で成功したということである。すなわち、長い間に成功例を分析して理論を拡張するという、数学における典型的な研究方法を何度も繰り返すことによって発展してきているわけである。

今後、どのような問題に離散数学を応用できるかは予測は難しい。例えば、計算量理論は今には既に暗号の安全性の担保のために欠かせない理論になっている。しかし、完成したとはとても言えない状況で、非常に難

しい問題が計算量理論には残っている。

量子情報理論や量子計算が最近、量子コンピューターの進展とともに重要な発展を遂げている。特に、白井教授のご講演にもあったが、マンフォードの予測といった確率論的手法が重要になる。確かに、量子情報理論は論理的にパラダイムが違うので、そのような点に慣れていき、確率論的な手法を取り込んで発展していくことが重要であろうと思う。

### 未来への展望

Viazovska の成功は、50年以上前に

- 離散数学において「良い配置」を求める理論が線形計画法を使って整備されたこと。
- 代数学，特に群論と整数論の研究から8次元と24次元の特殊性が知られていたこと。

成功例を分析 ⇨ 理論を拡張 というプロセスの繰り返し

今後の離散数学の応用として

- 計算量理論（暗号の安全性の担保）
- 量子情報理論，量子計算（確率論的手法の確立）

より実用的な応用もあるはずだが，そのためには数学者と技術者を組織的に結びつける努力が必要。

図2-5 未来への展望

離散数学は他にも実用的な応用はあるが、そのためにはやはり数学者と技術者を結び付ける努力がもっと必要だと思う。数学者と技術者は目的が違う、使っている言葉が違う、文化が違うということがスムーズなコミュニケーションを阻んでいると思うので、結び付ける努力を特にJSTが先頭に立ってやっていただけると良いかと思う。

## 2.3 代数

高橋 篤史氏（大阪大学大学院理学研究科 教授）

### タイトル「代数学的視点からの俯瞰」

#### 代数学の重要なキーワード

代数学というと、おおよそ群論、環論、代数幾何、整数論という4分野に大別されると言われることが多い。そこで共通に出てきた重要な概念として、さまざまな変革も起こしつつ発展しているという観点でキーワードを1個に絞って、「圏（カテゴリー）」を挙げさせていただいた。

圏の指すところはあまりに広く、導来圏、圏同値、圏化という3つを特に注目すべきキーワードとして挙げる。その理由は、どの分野でもさまざまな対象を圏論的に記述したり、その等価性を調べるということが重要になってきた。圏論は昔から大事だったが、転機は30年前、コンツェビッチによるホモロジー的ミラー対称性の発見である。

30年前が転機となった理由は、歴史的には1980年代ぐらいからさまざまな大事な研究が行われてきたが、数学の対象で背景が全然違うもの2つがなぜかよく似ているという事実に対して、圏を用いて等価性が主張できるという現象が得られたからである。

特にそこで大事だった対象が導来圏という、圏の中でもある特別な種類の圏である。導来圏を用いてさまざまな分野がつながるということが、ここで初めて出てきた。この発見以降、コンツェビッチの研究に動機付けられて、さまざまな圏の間の等価性、すなわち圏同値（前述のキーワード）と圏同値によって変わらない量（圏論的不変量）の研究が非常に活発になった。

さらに、これらも合わせて圏を使ってさまざまな対象をもう一度見直そうという流れもこれ以降出てきた。それが圏化というキーワードである。すなわち、今までに構築された理論やそこで現れる大事な量などを圏の言葉で書き直して、「より根源的、原始的に大事な性質は何か」を調べようという流れになってきた。

#### 導来圏に関する歴史的背景

もう少しさかのぼると、導来圏（圏の中でも非常にいい圏）に関する研究は1980年代前半頃にあった（図2-6）。先駆的な研究として、向井茂による代数幾何におけるフーリエ変換の理論（フーリエ向井変換）や柏原正樹による代数解析学のリーマン-ヒルベルト対応において導来圏の圏同値としての記述がある。1980年代後半には、多元環の表現論（環論）における傾理論や森田理論の理解・拡張として、再び導来圏や圏同値の研究が行われるようになった。

#### 歴史的背景の概略

- 代数幾何学でのFourier-向井変換の理論(向井茂氏)や、代数解析学でのRiemann-Hilbert対応(柏原正樹氏)において、導来圏の圏同値に関する先駆的研究がなされた。(1980年代前半)
- 多元環の表現論では、傾理論・森田理論の理解・拡張で、導来圏およびその圏同値の研究が行われた。(Happel氏, Rickard氏, 1980年代後半)
- 整数論では、モチーフ理論(混合モチーフの圏の構成)に登場。導来圏の圏同値が、複数存在する構成法の同値性を与える。(花村昌樹氏, Levine氏, Voevodsky氏, 1990年代後半)

図2-6 歴史的背景の概略

その次ぐらいに、前述のコンツェビッチによるホモロジー的ミラー対称性がある。1990年代後半になって、整数論で大事なモチーフ理論で、特に混合モチーフのなす圏の構成において、導来圏と圏同値が大事な役割を果たした。これにはいくつか構成法があり、花村、レバイン、ヴォエヴォドスキーの3人が一見異なる圏を構成したが、そこでの圏同値がこれらの構成法の同値性を与えていることが知られている。このように1980年代以降、代数学の諸分野で導来圏や圏同値が大事になって、研究が始められてきた。

## 圏論の意義

前述の歴史的背景では、同じ分野内での圏の同等性が重要であったが、現在は分野を超えたという点が全然違う。すなわち、代数幾何、環論、表現論、代数解析までであればまだ代数学の範疇であるが、これをさらに超えてシンプレクティック幾何学という、幾何学から現れるものとの同等性が現れてきた。このように、数学の分野をも超えてこれらの間を行き来する関連性や同値性が見えてきたという点で、圏論的手法が有効である世界の広がりが出てきた。

圏論を考える意義は、圏論は非常に抽象的なものであるが、数学的対象を相対的あるいは外在的に見るという研究手法を可能にする点である。すなわち、ものを特徴付けるときに、その内部構造を見て理解するというわけではなく、他者との関係性でもってそのものを特徴付けるといった新たな視点が重要だと考えられるようになってきた。それ以前はどちらかというと、ものの内部構造に着目した研究が主流であったが、相対的關係性を手掛かりにするという新たな展開がある。

等価性が存在したとき、違うものがつながるといえる点がある。そうすると、互いの良いところを組み合わせることができる。面白い等価性では、片側で難しいものがもう一方では簡単になったりするという現象が起こるので、それを上手に用いることによって今まで分からなかったことが分かるようになる。特に、真理探究という数学の学術的な面に貢献できる。それだけではなく、予想外にさまざまな応用の可能性が出てくる点が、この等価性の大事なポイントになる。

圏論的な等価性を通して数学の根源にある極めて大事な問題にも取り組むことができる可能性がある。例えば代数が関連する分野では素数の性質を理解したいし、別の分野では円周率や自然対数の底が一体どういう数かを理解したい。少し幾何学よりの研究では、空間とは何かを例えば代数的に捉えていく。そのような問題を真剣に考えると、新たに予想外の事実が出てくるといえることがある。

その実例を簡単なところから振り返ってみることにする。図2-7のように円を2通りに見てみる。左側は多項式を使って記述する。すなわち、円を原点からの距離が1である点の集合と見る。右側は円を長さ $2\pi$ のひもの両端をくっ付けたものと見ている。それらが「同じ」円になる。ただし、この「同じ」というのは本当は難しく、それを正確に記述することが大事である。そうすると、何がうれしいかということ、左側の記述における $x$ や $y$ は三角関数を使って書けるということがわかる。このような対応関係を経由して、この等価性が例えば周期的現象を三角関数で、あるいは一般に（複素数とともに）指数関数で記述していくことを可能にする。この基礎付けというのが非常に豊かな数学を生む。実は、応用ももたらさるわけである。

同時に円周率というものを理解するという点で、詳細は省くが、より正確に定義を与えて理解をしていくことが可能になる。このような記述によって円周率がどのような数なのか、他の数と比べて何がどう際立っているかを徐々に理解していくことができる。

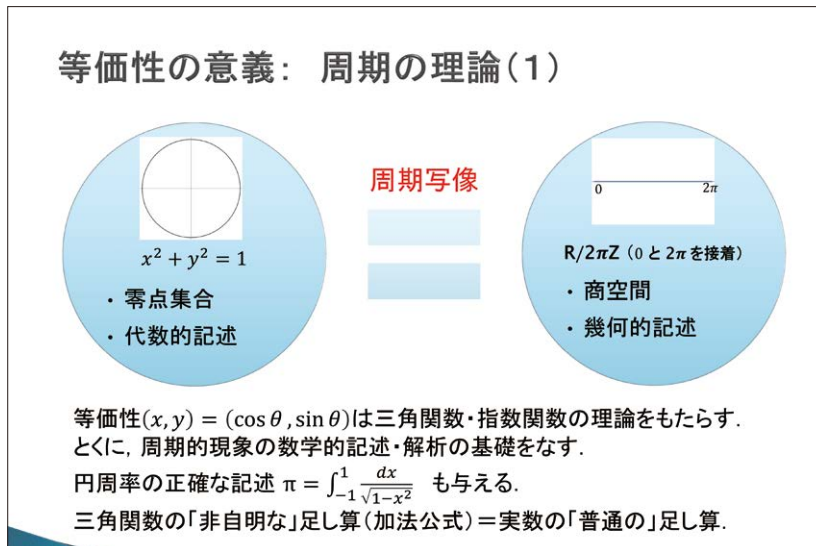


図 2-7 等価性の意義： 周期の理論 (1)

右側、幾何的記述では実数を用いて円を構成しているので、足し算がある。左側に、ぱっと見て多項式の零点集合で足し算が定義できているとは見えないが、等価性により、右側にあるのであれば左側にもないといけない。したがって、三角関数に非自明な足し算、すなわち加法公式があるということになってくる。このように、最も簡単な幾何学的対象である円に対してでも、等価性は非常に大事である。

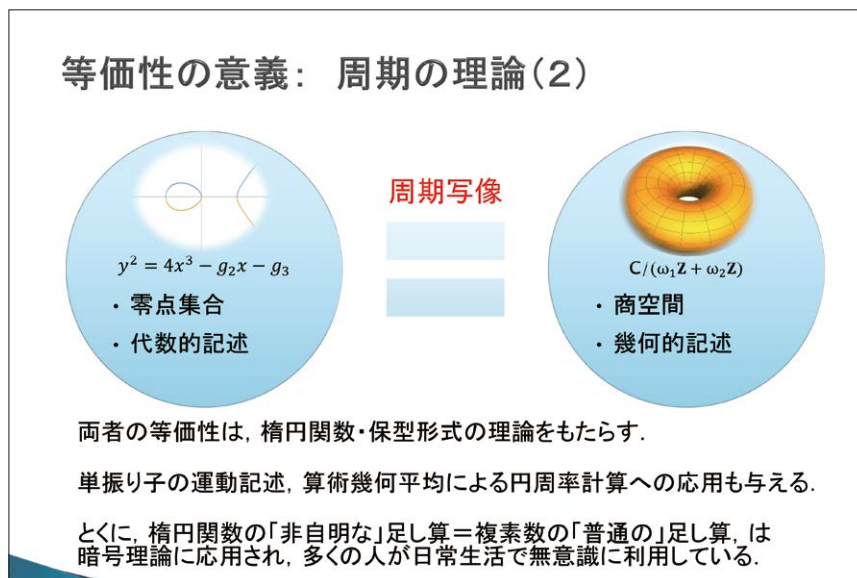


図 2-8 等価性の意義： 周期の理論 (2)

少し難しい対象を考える (図 2-8)。図の左側は、円を考えた際に二次式だったものを (素朴に) 三次式に変えただけのものである。図の右側はドーナツの表面をあらわしたものである。これらがまた、いわゆる周期写像というものによって等価になる。一見全然違う見かけをしているが、これらが「同じ」になるということが専門的な記述を用いるとわかる。前述の円の例と同じように考えると、三角関数の代わりにいわゆる楕円関数や保型形式という理論が展開されていく。さまざまな数の謎を解明していく際に非常に重要な役割を果たす

ことになっていく。応用面では、例えばこの楕円関数の話を使うと、単振り子の運動が記述できるという有名な話があり、算術幾何平均を使うと円周率計算への応用も可能である。

さらにいえば、右側には複素数の足し算がある。一見、左側にはそのような構造は全然ないが、等価性に基づいて、右側の足し算を持ち込むことができる。他の分野で開発された手法も合わせると、暗号理論に応用ができるということがわかったりする。結果として、このような日常生活に無縁だと思っているような数学的対象でも、等価性の背景とともに、例えば暗号資産や仮想通貨などで多くの人に無意識のうちに用いられている。

圏のレベルで等価性があるという研究が1994年のコンツェビッチの仕事である。この等価性とは、代数学と幾何学の役割を入れ替えるという対称性である。これがうれしい点は、代数学は簡潔な記述を持ち、幾何学は豊富な記述を持つ、ということである。また、具体的にどのようなものを直観的に入れ替えるかという、代数では形、幾何学では大きさである。

もう一つ重要な点は、代数では大域的な性質をよく捉えることができ、幾何学は局所的に非常に精密なことを理解できる。それが等価だということが非常にうれしい。例えば、指数関数は2つの記述ができる(図2-9)。図の右側ではよく見る幾何級数的に記述している。図の左側は代数的な微分方程式の解として特徴付けている。このような等価性の背後にミラー対称性がある。

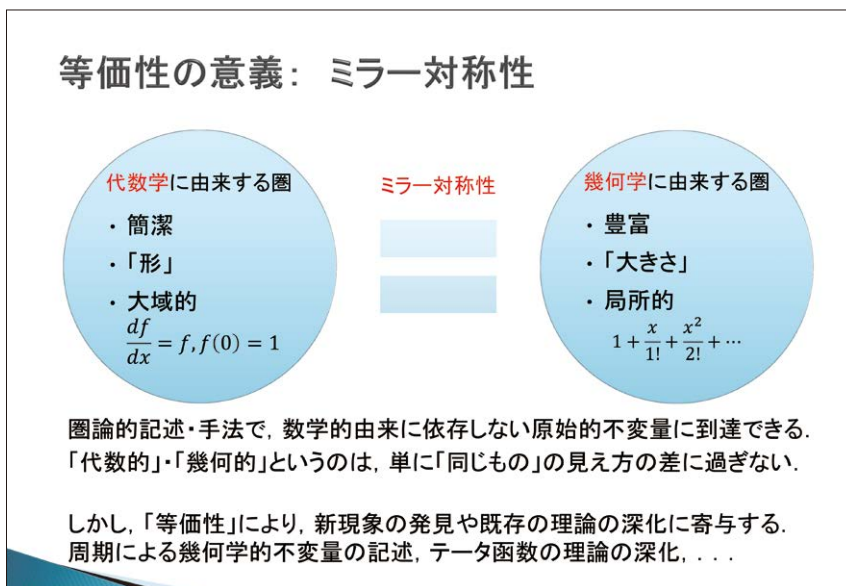


図2-9 等価性の意義：ミラー対称性

圏を使うことではじめて、代数と幾何といった全然違うものに由来する2つのものが等価になる、という見方ができてうれしい。また、これらの数学的由来もさらに再度相対化されて、代数的や幾何的といった見方によらない大事なものに、例えば空間とは何かを考えたときでもより根源的なものに、到達することができている。実際、その結果として新しい現象や数学などを発見したり、既存の理論の進化に寄与しているという状況がある。

具体的には、周期と等価性を用いて幾何学的不変量を記述できたりとか、三角関数の加法公式の類似であるデータ関数の理論の進化が進み、加法公式や定義式の意味が明確に幾何学的に理解されるという貢献がある。

## 注目動向

注目動向1：代数幾何では、圏に特化して言及する。これまで、零点集合という点集合の集まりを空間と考えて研究するということが主として行われていたが、現在では、それに付随する圏を考えようということになった。非可換性や高次の効果といった、今までなかなか扱えなかった対象も扱えるようになってきた。この場合、圏を用いることで、点集合で空間を見るのではなく、その上に乗っている物質、物質全体と相互作用で空間を理解する、という考え方になっている。

注目動向2：データ解析でも同じような変化がみえている。線型空間における部分集合を見ようという観点で考えていたが、圏における対象を調べようということになってきている。

注目動向3：量子力学に関して、今までであれば、ヒルベルト空間という線型空間とその上の線型作用（行列）を基礎として理論が展開されてきたが、今はモノイダル圏を基礎として再定義が行われつつある。

プログラムの世界でも、これまで考えていたものを圏のレベルで考えて、そこでさまざまな圏同値や圏論的な不変量を考えようということが行われるようになってきた。

## 今後の課題

今後の課題について、いわゆる純粋数学で開発されてきた諸結果が十分に応用されていないのではないか、と思える。

一方で、純粋数学側の問題としては、基礎的な問題が多く未解決である。圏論的等価性は非常に豊かなので、想像を超えてさまざまな振る舞いをする。例えば「空間」の理解に関して、その次元、どれぐらい穴が空いているか、どんな物質が安定に空間上存在できるか、などをあらゆる精密化した数学的な対象や量が未定義であったり、さまざまな期待される諸性質が証明されてなかったりという、基礎の整備がまだ追いついていない。これらの解決がこれからの課題である。

ホモロジー的ミラー対称性が主張されたのは1994年であるが、完成した形ではまだ、いわゆる数学の予想にはなっていない。通常であれば、数学的に正確に、このような範囲でこのような主張が成立すると表現されていて、それを皆で証明しようとなるのが数学における重要な「予想」とそれに対する数学者の反応であるが、それが少し違う。調べれば調べるほど範囲が膨らんでいっている。面白い現象がいくらかでも見つかるということで、30年たってもなお広がって、しかもいろいろな分野をさらに巻き込みつつ発展している。この点で、圏論的等価性は非常に豊かだと思っている。

最後にその他の課題として、複数分野に通じた若手研究者の育成が不可欠であると考えている。理論物理の影響などもあり、ここで述べたような導来圏研究は発展してきた。数学は極めて自由なので、膨大な可能性がある。しかし、それはときどき弱点にもなり得る。それはさまざまな方向に進むことができるので、1つに絞ってここに進もうということができない。逆に、理論物理や他分野との接点があると、これが面白いという視点・方向性を与えてくれたりして、そちらに進むことによって理論自体が発展することがある。

印象としては、理論物理だけではなく、今後は情報分野やデータサイエンスなどさまざまな分野と接点があると思うが、そのような観点を理解しつつ、圏論的側面を研究すると新たな展開が生まれるだろうと考えている。

## 2.4 幾何

山田 光太郎氏（東京科学大学理学院 教授）

### タイトル「幾何学」

#### 微分幾何学 vs 位相幾何学

私の専門分野は科学研究費助成事業（科研費）の審査区分において、現在、大区分B、中区分「代数学、幾何学およびこの関連分野」の中の小区分「幾何学関連11020」に属する。小区分にはさまざまなキーワードが含まれているが、2017年度までの科研費の審査区分では、数物系科学／数学／幾何学の中に、1と2という区分があり、それぞれ「リーマン幾何、シンプレクティック幾何、複素幾何、微分幾何一般」、「位相幾何学、微分位相幾何学、低次元トポロジー」というキーワードが示されている。1がいわゆる微分幾何学と言われている分野で、2が位相幾何学と言われている分野であるが、私の専門分野は微分幾何学で、最近の特異点の微分幾何学にも足を伸ばしている。まず、微分幾何学と位相幾何学（トポロジー）ではどのような違いがあるのかというお話をしたい。

幾何学はよく図形の性質を調べる数学的な分野だと言われているが、特に何を同じと見なすかという考え方をもとに作られている数学的道具だと考えられる。例えば中学校で学ぶ平面幾何では「合同」という概念であった。2つの図形が合同であるとき「同じ」形とみなしていたはず。また、「相似」という言葉も図形が別の意味で「同じ」であるという概念を与えている。このような、「同じ」という見なし方がさまざまな数学的な手法を生んでいく。位相幾何は、大雑把に言えば、連続変形で移りあう図形を同じと見なす幾何学といえる。微分幾何は、平面幾何学で言えば回転や平行移動のように長さや角度を変えない変換で移り合う図形を同じと考える。おおざっぱにいうと位相幾何と微分幾何の違いは、許される変換の大小であると言える。例えば、連続変形で図形の形は変わっていくが、変わらないものの中で重要なものは例えば「穴の数」で、これを測る技術がホモロジーである。

空間の閉曲線を「結び目」と呼ぶが、これは豊かな理論を従えている。例えば、タンパク質やDNAなどは空間の曲線になっているので、そのような対象を調べるというのに結び目理論にはさまざまな応用があると言われている。

微分幾何の合同変換による移り合いはもっと形を正確に見ようとしている。この中で重要な点はその変換で変わらない量は何なのかを記述する、あるいは抽出するということである。

#### 微分幾何学の流れ

微分幾何は実は位相幾何よりもかなり古い（図2-10）。紀元前300年ぐらいのユークリッドに始まって、デカルトの解析幾何（図形が式で表される）。ニュートン、ライプニッツが微積分の基礎を完成させて、その後ぐらいにラグランジュの変分法がある。そして、曲面の理論、非ユークリッド幾何学などの発展を経て、リーマン幾何学に至る。それはリーマンが19世紀の終わりに作ったこういう対象を図形と考えると良いだろうという枠組みで、それと非常に近い関係にある相対性理論が出てきたという、一連の長い流れがある。

最近、その流れにさらに離散微分幾何という言葉もキーワードとして出てきていると思う。

## 微分幾何学

### 流れ (の一部)

- ▶ ユークリッド幾何 ( **Euclid**, B.C. 300)
- ▶ 解析幾何 ( **R. Descartes**, 1596–1660)
- ▶ 微積分 ( **I. Newton**, 1642–1726; **G. W. Leibniz** 1646–1716)
- ▶ 極小曲面・変分法 ( **J.-L. Lagrange**, 1736–1813)
- ▶ 曲面論 ( **C. F. Gauss**, 1777–1855)
- ▶ 非ユークリッド幾何学  
( **N. Lobachevsky**, 1792–1856; **J. Bolyai**, 1802–1860)
- ▶ 非ユークリッド幾何学のモデル  
( **E. Beltrami**, 1835–1900, **H. Poincaré**, 1854–1912)
- ▶ リーマン幾何学 ( **B. Riemann**, 1826–1866).
- ▶ (一般) 相対性理論 ( **A. Einstein**, 1879–1955).
- ▶ 離散微分幾何

図 2-10 微分幾何学

この流れの中で、変分問題の話为例示として出させていただく。高等学校で微積分を勉強すると、「この関数の最大、最小を求めよ」という問題が出てくる。変分問題も同じようなものだが、対象が非常に大きい。例えば、与えられた針金を張るせっけん膜の形を求めよ、という問題で、さらに面積最小の曲面を求めよという問題が変分問題の一つの例であり、その「解」を「極小局面」と呼ぶ。1972年、ミュンヘンオリンピックのスタジアムの屋根はフライ・オットーのデザインである。この屋根の形が極小曲面である。

19世紀終わりから20世紀はじめにかけて、ワイエルストラス、エヌパー、リーマンらによって極小曲面の研究が進んだ。とくにワイエルストラス表現公式により、複素変数の解析関数を使って極小曲面の方程式を解くことができる。数学の研究者の多くはこのような事実を見ると、よく分かっている対象で表わせたのだから、終わりと考える。しかし、一部の研究者は、そこからさまざまな対象が作れ、詳細な理論が作れると考える。

例えば極小曲面を、実際に屋根のデザインに使おうと考えると、離散化する必要がある。建築材料はおおよそ平面なので、平面のパッチで近似しなければならない。この離散化の方法は複数あり、同じ局面を近似していても異なるメッシュの取り方が可能である。実は、曲面を離散化しようと考えたら、いくつかサンプリング点を取って、単体や正方形、三角形で近似するというのも一つのやり方ではある。しかし、曲面の構造を丁寧に見てやると、もっと効率のいい離散化が考えられる場合がある。例えば極小局面の変分構造を見た離散化と、ワイエルストラス表現公式に注目した離散化が考えられるがこの2つの離散化はずいぶん違う。このような構造を見ることが微分幾何の一つの仕事と思っている。

古典的な曲面論において、なめらかな曲面で考えると、その構造、曲面は何によって決まるかという点がひとつの大事な点だと思う。それは19世紀にボネにより第一基本量と第二基本量によって決まると示された。これが「曲面論の基本定理」と呼ばれているものである。CADなどを用いて曲面を記述しようとするとき、曲面を離散化する、あるいは数値データに戻す必要がある。そのときにさまざまなやり方（例えばSPLINE）があるが、本当にその離散化が再現できるかどうかという点が、離散化の仕方の良い悪いを決めているのではないかと思っている。そのようにしないと、離散化の仕方が変わったときに、曲面の乗り換えがうまくいかない場合があるそうである。

## なめらかな曲面 vs 特異点

図2-11のような曲面の理論を数学科では学部で習う。その際、個々に出てくる曲面はなめらかである。一方、普通に曲面を考えていくと特異点と呼ばれるなめらかでないような点が曲面上に現れることは、自然な現象として現れる。例えば、ベルトラミーの擬球面には自然に特異点が現れる。

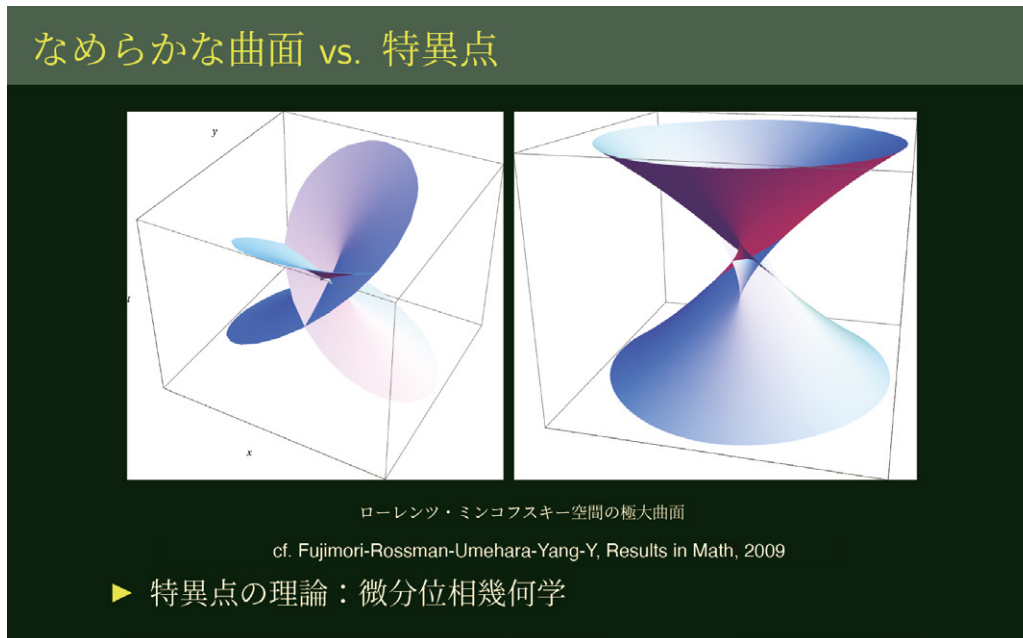


図 2-11 なめらかな曲面 vs 特異点

この特異点の位相幾何的な議論は1970年代にトムやマザーらによって整備されてきたが、そこでは、位相幾何学的な変換で移り合う特異点を同じものとみなしている。しかし、微分幾何の目で見ると、もうすこし精密な見方ができる。

例えば、特異点の上に曲率などの不変量を定義できないかと考える。いろいろな試みは多分あったが、そのような不変量を考えると意味があるということが今世紀の初め頃に提案された（佐治-梅原-山田<sup>1)</sup>）。その際、特異点付きの曲面論の基本定義のようなものも現れている。このように特異点を微分幾何的に扱って、例えば制御などで用いることができるのではないかと、というのも一つの提案である。

### 「空間」の構造の記述としての微分幾何

前述の相対性理論は時間と空間を合わせた「時空」（すなわち世界）にしかるべき構造を与えるものと数学的には理解される。どのような構造かという、それは相対性原理や等価原理といった物理的な要請によるが、それがリーマン幾何学であった。相対性理論は微分幾何の応用の一つの成功例であろう。

一方、最近、情報幾何や機械学習などでは、確率分布全体の空間などにしかるべき幾何構造を入れて対象を考察する。そのような構造を入れることは、ある種の言語化で、そのスキルは微分幾何の研究者の特技であると考えられる。何をどう言語化するか、幾何学外の研究者や実務者とのディスカッションにより新しい地平を覗くことができるのではないかと妄想している。

### 参考文献：

- 1) K. Saji, M. Umehara, and K. Yamada, The geometry of fronts, Ann. of Math., 169 (2009), 491–529.

## 2.5 解析

李 聖林氏（京都大学高等研究院/大学院医学研究科 教授）

### タイトル「数理モデリングの変革と新しい数理生命医科学」

#### 数理生物学と数理モデリング

自分の分野は、数学の代表的な5つの分野のうち解析学の分野に入っている。その解析の中でも微分方程式、特に偏微分方程式を専門としている。数理生物学はそもそも解析とは最初かかわりがなかったが、数理モデリングとしてかかわるようになった。数理生物学における数理モデリングが自分の専門である。分野としてはパターン形成と呼ばれる分野になっている。

数理医学は数理生物学の部分集合として理解していただいても良い。実際、両方の研究をやってみると、医学という分野は非常に特殊で、数理モデリングのアプローチの仕方が従来の基礎生物学と異なるということを感じて持っている。

私のラボの研究についてのスライドは数学者なのに数学の言葉が全くなく、全部生物学になっている。基礎医学はある意味、基礎生物学である。現象を数学言語に変換（数理モデリング）して理解していく研究を行っている。7年程度前から臨床医学、特に皮膚医学に共同研究を広めるようになり、今はラボの中でも臨床医学について重点的に研究を行っている。

また、数理実験科学にむけて、数理モデリングの手法自体がこの先、発展していく必要があるということで、力を入れて研究を行っている。

私の経歴を見るとある意味、今、数理生物学の流れがそのまま見えるかなと思う。学部は韓国で数学科出身であり、修士まで関数解析などの純粋数学を研究していた。

転機となったのが、博士課程の時に日本学術振興会（JSPS）特別研究員 DC1を取り、オックスフォード大学の数理研究所・数理生物学センターに留学をしたことである。ここに留学をして、この先の数理科学は生命科学の時代が来るのではないかという流れを強く感じた。オックスフォード大学は世界の拠点的な大学であるので、学問の流れを感じるような場所であった。数理生物学について、最初は生態系の問題を主に取り組んでいたが、ここの留学をきっかけに生命科学にかじを切った。

その後、JSPS特別研究員PDにおいて3年の間に東京大学、理化学研究所から広島大学に移った。これは何を意味するかというと、10年以上前の当時は数理生物学という学問の受け入れ先がなかったということである。それゆえ、さまよっていた時代でもあった。それと同時に、この時期から異分野融合研究の流れが始まっていて、理化学研究所のCDB（現在は発生生物学研究センター）という実験系の研究者が主にいるところに移ったが、若手だったこともあり、数学者が実験系の環境に適應する壁がものすごく高く、1年程度で広島大学に移ることになった。

2020年に広島大学数学科の教授を務め、2021年に京都大学高等研究院に移り、医学研究科の教授を兼任することになった。これがまた、もう一つの流れを意味することになる。15年ぐらい前は数理生物学の受け入れ先がなかったが、異分野融合の流れが来て、今、私が医学研究科の教授であるということは、この先も数理の研究をして医学博士が取れるという時代になったということの意味している。数学というパワーが実際の現場で受け入れられる時代が肌で感じられるようになったと思う。

もう一つの学問の流れとして、今までは基礎生物学中心で数理が融合で研究をしていたものが、この先は基礎生物学を超えて医学に流れていくことを意味している。

私は数理生物学分野の主要のトップジャーナル二つを含めて、4つの国際専門誌のエディターも務めている。所属学会についても、一番メインは日本数学会と応用数理学会ではあるが、その他にも発生生物学会や皮膚科学会、免疫学会にも所属している。ただ、このような生物医学系の学会に出ても数学者が私1人しかいない。融合研究はすごく発展してはいるものの、実際の現場で数学がどこまで入り込んでいるかという点をこの先真

剣に考えていかないといけないと思っている。

## 数理医学

自分の専門である数理モデリングについて220年の歴史があり、数学の歴史からすればものすごく新しい。その中でこの先、何をやっていくべきかということと、数理医学に関して臨床医学とこの先どう向き合っていくのか、そこで数学がどのようなブレイクスルーをもたらすことができるのかについて、話していきたいと思う。

まず、数理生物学の流れについて。もともと数理生物学は、生態学が出发点と理解しても良いと思う。生態学は膨大なスケールなので、基本的にはデータが得られにくい。その時代はまだまだデータの融合がなく、ある意味、概念的に個体群のダイナミクスを捉える力学的な数理モデルの研究が主流となっていた。数学的な構造から個体群の振る舞い、ダイナミクスを理解するような研究が主な分野になっていた。

それが2010年から生命科学のほうに流れが発展するようになった。特に実験技術の大きな発展に伴って、昔は分からなかった、細胞の中や遺伝子の情報などのデータが多く取れるようになってきて、データとの融合が今や当たり前に行われている。そこで新しく出てきた概念がデータ駆動数理モデルである。データをベースにして数理モデルを構築するという、ある意味、新しい数理モデリングの手法が生まれてきた。それゆえ、数学的な構造だけではなく、そのデータからどのような情報を抽出するかということも重要な研究対象となった。

この先、数理科学はどのように進むのか。一つは、医学へ流れが行くのではないかと考えている。生命科学の流れがずっと続く上で、この先は臨床医学がさらにそこに乗っかるという流れになるのではないかと考えている。

臨床医学は基礎医学（基礎生物学）とは概念が違う。臨床医学は、今すぐ患者さんを治療しなければならないという概念が基礎医学と異なる。そういう意味で、数学についても何百年後に役に立つ基礎理論も重要であるが、今、役に立つ数学が求められるということと、医療の現場で実際に応用される数学の役割が求められるようになる。それゆえ、産学連携という言葉は実は数学者からすれば一番遠い単語でもあると思うが、この先は数学と産学が連携していくことは何より大事になってくるのではないかと考える。

## 融合研究の現状

今の融合研究の現状は、私の感覚では、数学と生命科学という分野があり、その真ん中に異分野融合の数理科学がまた新しく存在するような感じである。これから必要なことは、本当に交わる融合が必要だと考えている。

ここに、もう一つの融合が必要である。これは5、6年程度前に、私がもう一度オックスフォード大学を訪れたときに非常に強く感じたことであるが、データ科学と数理モデリングの融合の時代が到来した。データ科学は大量のデータからどのように情報を取り出すかという、そこから生命現象においてどのような解釈ができ、意味をもたらすかを考える学問と思う。その一方で、数理モデリングは、現象から本質となるメカニズムをどのように取り出すかということ、生命現象のメカニズムの提案と予測をもたらす学問と思う。

この2つの学問の融合は非常に重要であり、既に融合の流れが来ている。データ駆動型はまずデータから出発してそこに数理モデリングを融合する方法であり、モデル駆動型はモデルからデータを融合して問題を解決する方法である。

ただ、これら二つの方法論は微妙に学問とアプローチとして分かれていると感じる。それぞれの役割をきちんと担うことは大事ではあるが、この先はこれら2つが完全に融合して、新しい数理科学を生み出す必要があると考えている。このような完全な融合のために必要なことは何かと考えたときに、それは数学を基礎とする理論である。理論のベースで融合が起きないと、新しい手法も提案できないと考えている。

2つの研究事例に触れる。1つ目は、新しい数理モデリングをデータ科学と融合したことで、新しい生物学の解明に寄与した研究事例になる。数理モデリングは220年前に出発した分野だが、現状、モデリング手法自体がほとんど進化していないということになっている。今や実験で1つの細胞の中の遺伝情報を全部取り出

せるような時代になっていて、パソコンの性能も爆発的に成長を成し遂げている。しかし、数理モデリングは220年もあったのに、いまだに微分方程式の基本の形から大きく変化していない。すると、ギャップが必ず生じるようになり、ここで何か重要なことを必ず見落としているということになる。

その研究事例として、細胞の配列の初期発生において細胞の配列の仕組みを考えたものがある。卵の殻の形をどんどん長くすると細胞の配列がさまざまに変わる。しかし、ある一つの特異な配列が、実験系と数理でいろいろやってみても全く説明ができなかった。今までの数理モデリングは、卵の殻を人工的なきれいな楕円型で数理モデルを作るという手法であった。そこで、実際の細胞の形状を数理モデルに反映する手法の開発を行い、新しい概念として細胞殻内の空き空間を提示した。これはそもそも生物学にも存在しなかった概念なので、まずこの空き空間というものを定義することから始めた。この空き空間を考えるために、実際の実験の画像データを数理モデルに完全に組み込むような新しい数理モデリング手法を開発したことになる。この結果と手法論を実験系のジャーナルに投稿すると、数学者だけではなく実験系の研究者に非常に驚きを与えた。実験家からしてもこれは非常に重要な一つの進歩を、手法論としての進歩を成し遂げたという評価をいただき、ある意味現場で必要されているということを感じた。したがって、完全なる融合が大事ということが一つの概念である。

もう一つの研究事例として、臨床医学における慢性じんましんがある。この研究で一番重要だった点は、皮膚医学において、初めて皮疹の形状を考えるという点である。そのような概念は皮膚医学においてそもそも存在しなかったが、これを数理モデリングとデータ解析、実験と臨床のデータを用いる手法論的融合によって、形状を基準として皮膚疾患を治していくという全く新しいプロセスを開発した。まず、皮疹の形状に意味を与えることが医学の歴史で初めての提案であった。その後、皮疹の形状から患者のパラメータを推定する手法においてもデータ科学と数理モデリングの融合が用いられた。将来的には、患者さんを治す治療に持っていきたいと考えている。

この研究においては、じんましんという皮疹の形が5つに分類されるということを経験から医学に初めて提案して、それぞれにおける医学の意味を与えたことで、例えば臨床系のジャーナルから原稿依頼が来たりするようになった。また、皮疹の形状をどのようにパラメータ推定するかは数理モデリングだけでは難しい手法であるが、トポロジカルデータ解析におけるパーシステントホモロジー論を用いて、パラメータ推定をできる手法を開発した。

## 未来の数理科学

結論として、未来の数学は医療現場で今、役に立つようなものとして発展していく必要がある。既に数学の分野で数理医学という分野は存在していると考えている。ただ、この先、数理科学が目指さないといけないところは、現場となる分野の中に数理が入っているのが当たり前になるという時代である。未来の数理医学は単に現場のニーズに応えることだけではなく、新しい医学の解明を提示するようなことが必要と思う。

結論として、単純な連携を超えて、理論の融合による新しい数学理論を基盤とすることが大事と思う。そのような新しい応用数学を作り出して、「今、役に立つ数学」を一つのキーワードとして考えていきたいと思う。また、企業の研究者とアカデミックの研究者の連携や人材育成も重要であると考えている。

## 2.6 日本数学会

鎌田 聖一氏 (日本数学会 理事長 / 大阪大学大学院理学研究科 教授)

タイトル「数学者と応用数理をつなぐこと-日本数学会の役割-」

### 数学と数学者の役割

数学の役割、数学者の役割について述べる。まず数学は抽象性と普遍性、応用の可能性、この3つの大きな特徴をもつ。社会で大事な点は、応用の可能性である。数学者が好奇心をもって研究している対象は抽象性、普遍性かもしれないが、数学は基盤の科学であり、応用との接点が重要であろう。

図2-12には左に数学者、真ん中に応用研究者、右に社会と書いた。この3つの分け方にはいろいろな解釈があると思うが、ここでは数学者は応用数学者を含み、真ん中の応用研究者は他の分野の研究者や企業などの研究者を指す。このようなイメージで書いている。

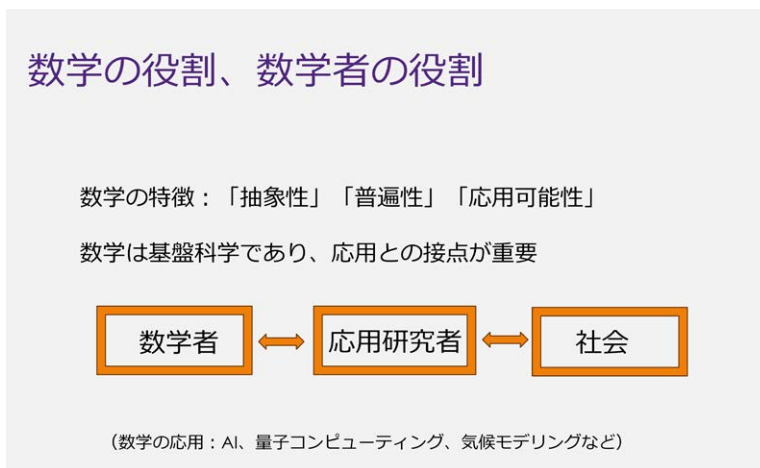


図 2-12 数学の役割、数学者の役割

大事なことは一番左側から一番右側をつなぐということであり、数学の役割、数学者の役割もそこにある。数学の応用について、最近よく聞くキーワードとして、AI、量子コンピューティング、気象モデリングの3つを書いた。もちろん、それ以外にも多くある。

代数、幾何、解析、確率・統計の4つは純粋数学における4つの大ざっぱな数学領域である。しかし、きれいに分かれているわけではない。図2-13では、周りに応用のキーワードを並べている。これは応用が多岐の分野にわたっていることを示している。例えば暗号理論は代数の分野に近い場所に書いているが、代数幾何にも関係する。図は正確な位置関係ではなく、おおよそ近そうなイメージで書いていることを承知いただきたい。

### 数学者と応用研究をつなぐ

数学者と応用研究をつなぐという意味での課題と現状について述べる。まず、学術研究と応用研究との違いがある。そして、数学者が応用研究者と連携しにくい理由は次のようなことが考えられる。

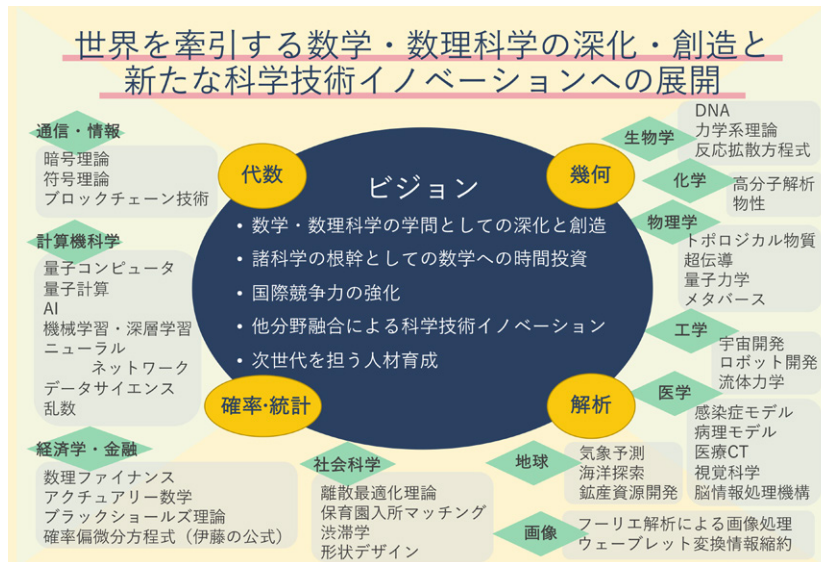


図2-13 世界を牽引する数学・数理解科学の深化・創造と新たな科学技術イノベーションへの展開

まず、言語と視点の違いが大きい。視点の違いは、純粋数学は長期的な視点で捉えようとする一方、応用研究は短期的に成果を求められる傾向にある。数学は厳格な厳密性を求める一方、応用数学はより柔軟で現実的であるといえる。実用上この程度の精度の目標であればいい。スピードも必要であるし、計測も必ずしも正確ではないので、自ずと柔軟性が必要となる。このようなことが視点の違いとなっている。交流や共同研究の場の不足も連携しにくい大きな理由の一つであろう。

今後さらに、数学者と応用研究者とが交流し共同研究する場が必要になってくると思う。そのような中で、数学会の役割の一つとして、橋渡しとしての機能が求められていると考えている。

数学会の役割についてまとめると、(1) 橋渡しとしての機能 (2) 活動・取り組み (現在の活動・取り組み、今後のやっていきたい活動・取り組み) (3) 数学者と応用研究をつなぐプラットフォーム、の3つである。また、数学会と関係する、数学・数理解科学関係の共同利用・共同研究拠点が全国に5拠点ある。その5拠点は京都大学数理解析研究所、大阪公立大学数学研究所、九州大学マス・フォア・インダストリ研究所、統計数理研究所、明治大学先端数理科学インスティテュートである。

また、日本数学会でさまざまな取り組みや提言を行う際は数学会単体だけではなく、日本応用数理学会や統計関連学会連合とも協力関係を結んで行っていることが多い。

### 数学会の活動・取り組み

数学会の活動で特に応用数理に関連するものを述べさせていただく。個々の数学者の研究活動をサポートすることが一つ。交流や上述の共同研究の場の提供、それから情報の提供、若手研究者の人材育成とキャリア支援、国際協力、文部科学省や日本学術会議への提言と協力などを数学会では取り組みとして行っている。

また、年会・秋季総合分科会および分科会の活動がある。春に年会、秋に秋季総合分科会という2つの学会を行っている。これが数学会のメインなイベントになっている。それから、それぞれの分科会でもシンポジウムなどの活動を行っている。数学会には10の分科会があって、そのうちの1つが応用数学分科会になる。数学会の会員は1つの分科会だけに属するわけではなく、いくつかの分科会に属しても良いことになっている。応用数学分科会に属しながら他の分科会にも属している研究者も多い。応用数学分科会としての独自の取り組みも行われている。そこでは、研究発表や研究に関する情報交換など個々の数学者の研究活動のサポートが行われる。数学会ではまた、交流や共同研究の場の提供、情報の提供などを行っている。年会・秋季総合分科会のときに企画特別講演を企画し、日本応用数理学会からの推薦による講演枠を設けている。応用数理

のことをより多くの数学会の会員に知っていただく機会となっている。最近では、年会・秋季総合分科会のときに時間を設けて、JSTに関する情報提供などシンポジウムや意見交換会も開催している。

人材育成、キャリア支援、交流や共同研究の場の提供として、異分野異業種研究交流会を実施している。年に1回、10月頃に関東で開催している。これは、前述の3つの学会（日本数学会、日本応用数理学会、統計関連学会連合）の共同の主催であり、若手研究者が企業や他分野の研究者と交流できる機会を提供している。2024年度は10月に東京科学大学大岡山キャンパスで開催され、参加者が212名、そのうち、ポスター発表が71名であった。発表者は主に博士課程の大学院生である。4部構成になっていて、1部は来賓挨拶と基調講演があり、2部で参加企業や研究所の紹介がある。3部が若手研究者によるポスター発表。4部が参加企業や研究所との個別交流会で個別ブースになっている。若手研究者、主に博士課程の大学院生やポスドクが企業のブースに行き、先輩の話や企業の方の話を聞くという貴重な交流の場になっている。4部の後に、参加者による情報交換会があり、若手研究者が企業の方や違う分野の研究者と自由に情報交換をする場が設けられている。

数学会は数理科学振興会との共同事業を2024年度から開始している。それは優れた若手数理科学者の顕彰および在外研究を奨励する事業であり、それによって将来の数理科学を担う次世代を育成するというのが目的である。具体的な内容としては2つある。1つ目は、日本数学会賞建部賢弘特別賞には今まで副賞はなかったが、副賞を数理科学振興会から提供していただけることになった。2つ目は奨励研究事業である。これまでの奨励研究制度に代わって在外研究奨励フェロー制度を創設した。こちらは、2年間の採用期間で、年に4人程度の採用を予定している。在外研究奨励フェローの募集は5年間にわたって行う予定である。

数学会は国際産業数理・応用数理会議（ICIAM）の連携会員にもなっている。日本応用数理学会に協力し、2023年早稲田大学で「ICIAM 2023 Tokyo」が開催された。プラットフォームに関しては、マス・フォア・インダストリ・プラットフォーム（MfIP）がある。中核機関として、九州大学マス・フォア・インダストリ研究所。協力機関として東北大学数理科学共創社会センター、知の創出センター。九州と東北の2大拠点でMfIPが実行されていくことになる。連携機関には前述の5拠点が含まれている。日本数学会がサポートレターを作成するなどの後方的な支援も行っている。

## 2.7 応用研究

落合 啓之氏（九州大学マス・フォア・インダストリ研究所 教授）

### タイトル「応用研究」

#### 研究の履歴

研究の履歴を述べる（図2-14）。まず代数解析を勉強していた。それは代数幾何における可換環論を非可換な微分作用素にして圏論的に扱う、もしくはシンプレクティック多様体の上で特異点がどこにあるかということ偏屈層で調べるといふ形であるので、最初から（複数の分野にまたがる）応用研究をしていたようなものである。

それから、JST 戦略的創造研究推進事業CREST 西浦領域<sup>1</sup>のメンバーとして、コンピュータグラフィックス（CG）をテーマとして企業の方が主導する共同研究を行った。また、日本製鐵と8年間程度結晶の研究を行っていた。ファイナンス関係だと、アクチュアリ会の試験を受けて研究会員を務めたり、講義をしたりしている。また、暗号、量子コンピューター、ゼータ値、最適化、位相データ解析に関する研究を行い、論文を書いてきた。

#### 研究の履歴：応用研究、異分野交流・横断

- 代数解析学：代数幾何手法の D 加群への適用
- コンピュータグラフィックス (CG)：西浦 CREST で。企業 (OLM デジタル) との共同研究 → 市民講演会 (日本数学会年会)、雑誌数学への依頼原稿。
- 結晶への代数的アプローチ：母関数。日本製鐵と共同研究
- 日本アクチュアリ会 研究会員 (2008 から継続中)：資格試験
- 暗号：計算量評価 (高木剛らとの共著論文)
- 量子情報、量子コンピューター：若山正人の非可換調和振動子。モノドロミーの応用。部会の開催の世話人。Q-STAR。
- (多重) ゼータ値：特殊関数の数論への応用
- 半正定値最適化：収束レートの評価に厳密解を用いる
- TDA(位相データ解析)：平岡 (CREST → 学術変革) → 李聖林

図2-14 研究の履歴

応用研究に関して。まず母国語を1個持っていないと、他へ応用はできない。1つの言語を極めて、そこからバイリンガル、トリリンガル、マルチリンガルになっていく。これは、別に数学に限らず、サッカー、将棋、楽器などを極めた人は、他のことも優れている感じになるのと同じである。

専門である代数解析以外の前述の研究は、40代になって教授になってから始めたものが多い。おそらく時代的にも環境的にも偶然であるが、よく、若い研究者に異分野交流をしたほうが良いとすすめる人がいる。し

1 [数学] 数学と諸分野の協働によるブレークスルーの探索  
[https://www.jst.go.jp/kisoken/crest/research\\_area/completed/bunyah19-1.html](https://www.jst.go.jp/kisoken/crest/research_area/completed/bunyah19-1.html) (アクセス2025年3月13日)

かし、自分が最初から取り組んでいる専門の論文を書くことが止まったり、他分野に行くとこれまで積み上げてきたものがなくなってしまう。そのような場合にきちんと評価するシステムが存在しないのに、異分野交流をすすめるのは問題があると思う。むしろ教授になり、これからの心配がなくなってから他の新しい研究に乗り出しやすいという面があると思う。

また、数学は問題を立てるところが大切であり、それには対面で話すことがまずとても大事であり、さまざまな機会に知り合いができることが生きる。新しいことを始めた時に、「前にしていた数学をやめたのか」と聞かれることがあったが、新しい研究を始めることと、前から研究してきたことをやめることは別のことである。前から研究してきたことをやめずに新しいことを始めても全く差し支えない。

そもそも数学は、ご存じのように、小学校の頃から算数、中学校に入ってから数学を最低でも12年、理系になるともっと長い期間学ぶ。わが国では数学を通じてそのような人材を育成しているという特徴がある。座学だけでなく、演習的な側面、すなわち自分で実行できるようになる能力が必要である。例えば大学で学歴を終えたとしても、会社や家庭、社会に入った時に、新しいことを学び続ける能力が必要になる。そういった学び続けられる能力を数学が鍛えている。

昔は物知り、つまり、知識があることが大切だったが、今はChatGPT、Google、Wikipediaなどに聞けば、知識は得られる。したがって、知識を活用する、論理的に考える、判断をすることが大事であり、それらは私たちが数学で培っている、もしくは教えていることである。前述のように、私自身も大学院を卒業して成長を止めているのではなく、例えばJST CRDSの俯瞰ワークショップで発表せよといった依頼は、30代、40代の時には全く機会がなく、また、自分はアドバイスされた経験がないのにアドバイザーを務めているので、そういう新しい機会によって成長していくことができている。

## 現代社会の課題

現代社会が今抱えている課題は例えばどのようなものがあるだろうか。1つ目に思いつくのが、アメリカや日本で行われた選挙、もしくは民主主義。近隣にはさまざまな国があるが、わが国は選挙などに基づいて政治あるいは意見を集約している。教えられることだけで判断するのではなく、自分たち一人一人が考えて判断するという時代になっている。長期間寡占的な地位を占める企業に数理的な専門家が少なくなってきたり、あるいは数理を軽視するような形で世論形成が行われたりすることによって、調査対象や手法、データ分析などで、統計的な知識を正しく用いて結論を導けなくなってきたり、もしくは出てきた結論を分かりやすく正しい文章で書き表すことができる能力が欠如してきている。こういった能力は数学がふだんから培っているものである。こういった能力が欠如している団体や組織が中枢にいるグループは、徐々に退化していってしまうと思う。つまり、ノーベル賞を取ることができるごく少数に対して非常に巨額なお金を投入するだけでなく、一方で、受容する側の国民やそれを下支えする多くの研究者たち（企業も含めて）の全体のレベルの底上げをしないとノーベル賞やオリンピックといった国際的な場で賞を取ることができるようにはならないということはよく分かっていることだと思う。

次の課題は、廃炉について。福島第一原発、東京電力は40年で廃炉を行うといっている。もう13年程度経ってしまった。デブリを1億分の1程度、耳かき1杯取り出すのさえうまくいっていない。この理由の一つには、カメラやロボット技術は、高い放射線量の下あるいは現状が分からないところでは大きな困難に直面している。それは既存技術を外挿するということで、数学が得意としている技術である。例えばほかの惑星に行ったことはないが、非常に温度が低く真空に近い場所でのどのような理論ができるのか。光が届くのさえ何十分もかかるような遠くに行って制御するにはどうしたら良いのか、もしくはそのような問題点の洗い出しをする。あるいは、例えば光が10分かかって届くので、5分以内に止めることは絶対できないということが分かると、そのようなことができない中で解を探さなくてはいけないことがわかる。数学は何かができないということを証明することができる。例えば2の3乗根は定規とコンパスで作図できないことを証明できる。数学は何かができないことがわかることによって、その先どのような手段を取るかという訓練を日常的にしている分野である。

原子力が仮に斜陽衰退産業だからといって人が逃げていったら、廃炉のような新しく難しいことはできない。また、原子力や外交の問題は、国民の理解が必要なので、そのための論理、思考にも広い意味での数理教育が貢献できるのではないかと思う。

それから3点目に、安全保障に関して。身近なところで防災にもつながる通信をどうするのか。金をかければ安全なものができるが、何百年に1回しか使わないとなると無駄になってしまうので、どのように効率的に何を配置するか検討しなければならない。そのほかにも制御、例えばドローンに関する問題。それから暗号の問題もある。

### 共同研究における経験

コンピューターグラフィックス（CG）の研究を通じて理解したことの一つは、ウォルト・ディズニー・カンパニーに代表されるアメリカの企業は、ルールを作る。知財に関して既存ルールの中で戦うのではなく、ルールを作る側に立って戦っている。オリンピックのスキージャンプで日本が勝ったら、では板の長さを短くしてしまおうといった感じで、ルールを作る側になる。そのようなときに、ルールはどうあるべきか、概念はどう定義して定理や理論を作るのかということ、数学の研究者がよく普段から行っていることである。

そのほか、10年前に、COVID19のことは予見できたか、ChatGPTがこれだけ市民生活に入ってくるのが分かっていたか。スマートフォンが子どもたちに与える影響を予見していたか。そのような予見はできないので、現時点で予見できる将来は限定的である。であるから、どのような将来が来ても、その環境の変化に対応できるようにロバスタな（頑健な）仕組みを構築する必要がある。

**CGの共同研究における経験から**

- 数学者の持ち味は、中身の本当の理解。
- 流体の動画生成では Navier-Stokes 方程式を解く。ソルバーは市販されている。データを入れれば何秒後の映像は作れる（時間はかかるが）。
- 思った通りに編集するには、順方向ではなく時間を遡って逆向きに解く、切り貼りするなどが必要。  
→ 数学の特徴：部品の中身の一つ一つを理解しながら進む。  
→ 体積保存の編集の提案、保証。（チューンナップ）
- 共著論文でさえ、数学では執筆箇所だけでなく全部を読んで理解し、品質保証ができる。分担ではなく。
- あるいは、入試問題の作成や採点。  
作成の時点では、専門とは異なる全ての問題を解く。採点時には学生の頭の中をこじ開けるように答案を吟味する。→ 不完全な情報から情報を引き出す・理解することを追い求める。

**図2-15 CGの共同研究における経験から**

CGの共同研究で学んだことを述べる（図2-15）。まず数学者は、昔のラジオや自転車と同じように分解して全部細部まで分かっているという特徴がある。今、データを入れると答えが返ってくるソルバーがありとあらゆるところにあるが、それを自分の好みになるようにチューニングしたい。例えば映像を作る時に、爆発のシーンでその主人公のキャラクターの後ろを煙が追っかけてくるが、ぎりぎりになるように調節したいという要望に対して、順方向に問題を解いても天気予報みたいなものなので、ものすごい手間がかかるだけで難しい。その要望を満たそうとするときに、中身のことをよく理解しているとやりやすいということがあった。

数学で共著論文を書く時に、例えば第1章、第2章の内容やデータを私は知らず、第3章だけ書いたという  
ことはあり得ない。発見は誰かの貢献が大きいかもしれないが、共著論文は全部読んで全部理解して、全部  
正しいということを確認の上、研究者外に向かって発表しているわけである。これの中身が分かっていること  
が、数学の論文作成の特徴なのではないかと思う。

私の専門に関して、例えば、リー群について表現論や特殊関数論を研究することは日頃からすごく難しい理  
論的な研究をおこなっているだけではなく、ノートに書いている計算は、多変数の微積分と線形代数を毎日特  
訓しているようなものである。サッカー選手もクレバーなプレーをしているだけではなく、試合では90分で10  
キロメートルを走っているという感じで、結局は基礎的な力も重要である。例えば災害復興のボランティアに  
行くときでも体力は非常に要るが、災害復興のために練習しているわけではなく、サッカー選手はサッカーを  
し、他の人は他の基礎的な力をふだんの研究や仕事を通じて培っていて、何かあった時に役に立つのではな  
いか。

産業界に数学が役に立つということ为例えると、「このようなボールを上げてくれればシュートできますよ」  
ではなく、どのようなボールが来てもとりあえずシュートはできないかもしれないが、トラップしてパスすると  
いった感じで、問題を請け負って処理するということである。全部自分で解かなくても良いと思う。これは数  
学の問題ではないから物理に回すとか、知り合いの数学者に相談してみたらと紹介するとかといった感じで、  
問題や課題を抽出する能力が以前にも増して数学側に必要になっていくのだと思う。これは、子どもが熱を出  
したときに夜間のお医者さんにかかった際、すごく深刻な病気なのか、とりあえず温かくして寝たらいいのか  
などの初期診断に当たるところである。

私が共同研究で学んだLOD (level of detail、細かさの度合い) の感覚は、数学の中ではあまり明確に学  
んでこなかった内容である。企業では、例えば時間のスケールやお金のスケール、あるいは、どの範囲で問  
題を解いてほしいという要請がある。よく考えると、数学でも定性的な定理、定量的な定理、あるいは等式・  
不等式など、いろいろなタイプで解を書いていく。例えば何か具体的に求めたとする。「これ計算したら $\pi^2 \times$   
有理数なんですよ。具体的でしょう」に対して、別の研究者が「え、その有理数って何ですか」と返すと、「い  
や、分かんないんですけど」というやりとりが行われる。その答えでは全く分かっていないと評価する人と、  
すごくよく分かったと評価する人といるので、その点の折り合いをつけていくことが数学者におけるLODに相  
当することである。

量子アルゴリズムに関して。ショアのアルゴリズムでは整数論を使っていないが、その後、解釈する際に、  
整数論や代数幾何学が符号や暗号に用いられている。整数論は暗号に役に立つから偉いのではなく、別に使え  
なくても偉い。理解の方向性が尊さである。

最後に一つ。微積分は古くからの学問であるが、いまだに大きな力を持っている。結局、現代の難しい問  
題は微積分が使えないところで何するかという話になっているのではないかと思う。

**後生畏る可し**

- 我々世代はぼおっと生きてきたが、この10年、急に世の中に追従しようとしてあたふたしている。
- そのバタバタぶりを書いてみた。
- そういう意識で行動している同世代も少ない。
  
- 一方、現在40歳未満の数学者は、よく考えている。
- 横のつながりもある。経験も豊富。情報も潤沢。視野も広い。判断も的確。スピード感あり。
- ただし、とても礼儀正しいので、我々が意見を聞いても本音で話してもらおうところまで行くのは意外に難しい。
- 本当は今回のような場に、そういった知見・観察・意見・提言が反映されたらいいのだが。
- 15年後は安心。  
今から10-15年をどう持ちこたえるかが数学の課題。

**図2-16 後生畏る可し**

**Q&A**

Q：図2-16に「15年後は安心」と書かれていたが、それまでどのように持ちこたえたらよいか。

A：大変である。人材を増やすのが急務だと思う。40歳前後以下の人材はかなり豊富であり、声を掛けると協力してくれる人が多い。人的リソースが増えればダイバーシティも増やせる。

## 3 | パネル討論

モデレータ：吉脇 理雄（JST CRDS フェロー）

パネリスト：話題提供者7名、若山 正人（JST CRDS 特任フェロー）

ディスカッサント：

西浦 廉政氏（北海道大学電子科学研究所 名誉教授 / 中部大学 客員教授）

森 重文氏（京都大学高等研究院 院長・特別教授）

討論内容

- (a) 俯瞰報告書に加えた方が良い数学的内容
- (b) キーワードになりうる、注目動向
- (c) その他の課題（産学連携など）

### • ディスカッサントからのコメント

西浦：私が一番強く感じるのは、数学と応用研究、異分野、他分野との交流の例が今日の講演でたくさん出てきたが、「場」が極めて重要ということである。例えば、李教授は京都大学ヒト生物学高等研究拠点（ASHBi）、あるいは医学研究科に所属していて、数学教室ではない。また、ASHBiでは、日本のパーステントホモロジーの応用研究の先駆けである、平岡教授が所属しておられる。平岡教授もASHBiの前は東北大学材料科学高等研究所（AIMR）という材料科学の研究所に所属していた。

もちろん、日本には九州大学マス・フォア・インダストリ研究所という、数学教室ではあるが、少し広いベクトル、広い視野を持った研究所がある。しかし、全体として、生のデータ、生の実験、計測、現実の問題など、論文や講演から聞くのではなく、応用現場で何が重要であり、何が問題かという意識を直接体験できる場は日本ではそれほど多くない。残念ながら恐らく世界でもそこまでたくさんあるわけではないだろう。

そのような場をすぐに作れないとするならば、さまざまところで小さいスケールからやり始めないといけないというのが、率直な感想としてある。どのようにやり始めるのかという点も重要である。それはマス・フォア・インダストリ的なやり方もある。あるいは、先ほど鎌田教授からご紹介いただいた、いくつかの共同利用の研究所もある。それぞれの共同利用の目指しているところが多少違うので、そのあたりをうまく使う手もあるだろう。

別途、ハイデルベルクで毎年行われているHeidelberg Laureate Forum (HLF)<sup>2</sup>がある。いわゆるノーベル賞級、フィールズ賞級の非常にいい優れた先生方と若い研究者との交流が行われている。落合教授によると15年後は安心ということであったが、一般論としてはまだまだエクスポーズしてあげないといけないと考えている。つまり、日本だけでなく世界的なレベルで、数学と応用数理という全部ひっくるめたものを数学と見たときに、その全体の動向を知る。あるいは、他分野の優秀な研究者の考えを知るチャンスは、日本では頻繁にはない。それゆえ、HLFといったものに積極的に参加することに意義があるだろう。

いずれにしろ、何らかの意味で、自分たちの教室や大学の枠を超えた場というものをもっと積極的にわれわれが作って行く必要があるだろう。現在、李教授などそういう場で活躍されている方にはより広く学生を刺激してほしい。自らの研究内容を通して、実は数学と医学はそんなに遠いものではないと

2 <https://www.heidelberg-laureate-forum.org/>（アクセス2025年3月11日）

いうことを伝えてほしい。そのようなバウンダリーレス、もっとという敷居を取り払った考え方が大切である。先ほどの落合教授のご講演は、数学者としてはかなり敷居を低くして話をされていた。さまざまな事柄に対して、廃炉から気候変動まで自分の問題として捉える。そのような姿勢でさまざまな事柄をとらえるということはやはり大事なことではないかと思っている。

森：応用数学と数学の連携の深さは、外国の場合もっと深いと思う。ここで一つの改善策として、若手研究者レベルで世界の若手研究者と交流する機会を増やしてはどうか。これは具体的なものをイメージして申し上げている。

HLFはハイデルベルク受賞者フォーラムである。毎年200名のポストドクレベル以下の若手研究者を1週間招待して、アーベル賞<sup>3</sup>、フィールズ賞、国際数学連合（IMU）アバカスメダル（ネヴァンリンナ賞の後継）、チューリング賞などの受賞者を集めて交流を行うものである。チューリング賞はAssociation for Computing Machinery（ACM）という計算科学の、米国に本拠をおく国際学会が出しているものである。ACMは他にACM Prize for computingも出している。若手研究者の旅費・滞在費は全てHLF持ちになるので、選ばれたら行くことができる

それから、例えば大学へ入学して先生と接して学ぶが、学生同士が接して学ぶということも多い。このHLFでも同じ面がある。世界中の若手研究者200人を国際的な専門家で構成されるScientific committeeが選ぶので、優秀な若手が選ばれる。優秀な若手を200人呼んできて、意見交換したり、おしゃべりしたりする1週間を過ごすことができる。

これは、純粋と応用数学を含む数理科学分野で学部学生、大学院生、ポストドク研究者の3つのカテゴリーがあって、それぞれ1回だけ参加できる。それゆえ、うまくすれば3回参加できる。3回参加した後で受賞すると何回でも参加できる。締め切りが毎年2月10日で、Scientific committeeが選び、9月下旬にフォーラムを行う。

何回か参加していて感じるのは、日本の数学、特に応用数学の参加者はものすごく少ない。これはもったいないなと思っている。あまり知られてないこともあるのだろうが、世界を身近に感じていないのかもしれない。例えば、純粋数学の研究者だが、私の元学生の藤田健人氏や田中公氏は2014年に選ばれて参加して、現在大活躍している。

そうして選ばれると、日本人の場合はおそらく、もし自分のお金があればそこから出してほしいが、なければ出す、と決まり文句を言われるだろう。この場でこのようなことを言い出した理由は、JSTの絡み方としてはそういう旅費の支援が可能なのではないかと考えたからである。選考はHLFが行うので、そのような意味で関わる余地はあるのではないかと思う。お金のことよりもさらに大事なものは参加者である。CRESTやさきがけで、ポストドクレベルの研究者が参加されると思うが、そのような方々に積極的に行ってもらうようにするというのには意味があるのではないかと思う。

HLFではACMやIMUの執行部も参加して、実際に私もそこでACMの方といろいろ話し合ったりしたこともある。日本ではそのような機会はさすがにない。だから、HLFといったところに行く機会があって、同レベルの人と交流をする。そのような交流の経験があると、結果として、後で外国の研究者への見方が変わったりする。したがって、世界の若手研究者と交流する機会は大事ではないかと考えている。

3 ノーベル賞に数学分野がないので、ノルウェー政府が同国出身の数学者アーベルの名を冠して創設した数学の賞。

## ・パネル討論

### (a) 俯瞰報告書に加えた方が良い数学的内容

吉脇：俯瞰として数理科学区分の中に6つの領域を立てたが、これについて足りないとお考えの内容があれば、いただきたい。

白井：すでにお話したように、統計は重要なので、俯瞰の領域として付け加えることが必要なのではないかと。加えて、確率論と統計が、今、日本では分離しているところがあるので、その間をつなぐような視点が必要なのではないか。また、確率論と他の数学との融合についてもっと取り込んでも良いのではないかと。互いの分野も非常に細分化していて難しくなっているので、数学の中での連携も相当難しくなっているが、連携研究も重要である。もちろん数学以外の他分野との連携によるさまざまな問題意識および新しい問題の発掘なども行い、確率論に限らずさまざまな数学を深めていかなければいけないと思う。

宗政：スライドの最後に量子情報等を入れさせていただいた。そもそも量子計算は決定論的なものではなく、答えが100%正しいわけではない。おおよそ90%程度正しいが、何回かやれば、100%になることは決してなくとも十分な信頼性を得ることができるという理論である。そうすると、それに応じたアルゴリズム、応用範囲は限られてくる。絶対100%正しくなければならぬ応用と、ほどほどに正しければそれで進んでも良いという異なる種類の応用があるからである。

今までのアルゴリズム理論は決定論的な方向に主に力を注いできたと思うので、あまり確たることは言えないが、確率論的なアルゴリズムにもっと数学者が貢献できないかと思っている。

落合：確率論的な、例えばショーアのアルゴリズムに関して。例えば221という数に対して13が素因子の可能性があると提案してくれれば、13が素因子かどうかはすぐにチェックできるので、たとえ不正確であっても解の候補を提案してくれたら助かるという機械の使い方がある。

数値計算の一分野である精度保証計算においては、区間演算という、単一の数値ではなくて位相(トポロジー)を加味して計算をするといった形でさまざまな工夫がされている。

若山：例えばゲート型の量子コンピューターもまだまだ一生懸命作ろうとしているが、一体これを何に使うのかという点はあまり議論されてない。例えばショーアのアルゴリズム、素因数分解には使うことができる。要するに、答えが何か提案されたら、確かめることは簡単だからである。しかし、そうでない場合は非常に難しい。その議論をきちんとしなければならぬ。また、宗政教授が言われたように、検証はおそらく数学の中で行うのではなく、ドメインサイエンスの研究者と一緒にやっていく必要があるのではないかと。この問題は数学の問題とは少し違うと思う。

高橋：俯瞰報告書を読んでいて気になったことは、例えば量子計算などが大事になっているところで、その基礎付けをきっちり押さえるところの数理物理的な部分は、一見どこにもないような印象は受ける。基礎からもう一度今の時代を踏まえて、例えばモノイダル圏を使って量子力学を基礎から再度構築しようという動きがある。そのように物理からくる重要な概念を数学の中で厳密化して誰でも使えるようにするという形で発展していった内容が欠けているような印象をもつ。

山田：俯瞰図を拝見すると、微分幾何の立場からいうと、多分どこでもかめる。講演で申し上げたように、言語化のスキルが大事と思っているので。特に、何が何を決めるかという考え方はどの分野でも重要になってきそうな気がする。

数学は、自分の分野も含めて難しくなってしまったので、それを応用するということが大変難しい。歴史的には微分幾何は20世紀の初めから大域的な構造を非常に大事にしていたが、今またさまざまな応用や離散化の問題を見ると、局所幾何も非常に重要になってきている。実際に応用の立場と

して、局所的な微分幾何は結構面白い。

李：私の講演でも出てきたが、新しい手法論の開発がこの先必要となると考えている。今の手法論でもまだまだ対応できる場所は多くあると思うが、新しいものが加わった時に、今まで全く見えなかったものが新しく見えてくるのではないか。そこがまず重要である。数学では分野が少し違うと完全に違うような学問になっていって、融合がないという印象を非常に強く受けている。この先、新しい手法は、まさに数学の分野それぞれが融合するからこそ生まれる新しい理論が必要なのではないかと思う。

日本数学会の学会に毎年秋も春も参加するが、結局、応用数学分科会の部屋から出てくることはない。常に会う人に会うだけで、すでに聞いたことのある分野の専門を聞くだけになっていると思うので、それについて日本数学会として何か取り組んでいただけたらと思う。

鎌田：まず、春と秋の学会において、分科会は自分の分科会以外も参加してよいことになっている。むしろ出ていただきたい。他の分科会にも参加して、交流を深めるということをしていただくとよい。

交流の場を増やしていくことは必要だと思う。明示的ではないが徐々に始めているという段階である。

### (b) キーワードになりうる、注目動向

李：がんの研究は昔からあった。それゆえ、がんの分野はよく知られている分野になっている。皮膚医学においては、国際会議とかに出ている一人独走状態になっている状況である。その他にも腎臓内科などさまざまな臨床医学系との共同研究も進めている。一般的に基礎医学系の方はそれなりに数理との接点をもっている研究が多数あるが、臨床医学では数理との本格的接点がほぼ乏しい。

今現在、AIは臨床医学に非常に浸透していて、AIをどう使うかという状況になっている。数学者イコールAIを扱う人という概念になっていて、数学という学問がどのような形で臨床医学を発展させられるかという概念すら存在しないという印象を非常に受けている。であるから、この先、数学が次に一般的な臨床医学という分野にどのように貢献と融合を広めていくかというのは、重要なポイントかと思う。この融合分野を数理臨床医学と呼ぶ。

西浦：いわゆるラボラトリーでできない実験。例えば気候、気象、経済、いろんな社会科学関係については、実験で環境を整えてデータを取ることができない。そもそも実験そのものができない。そこに数学が入る余地がまだまだあると思う。気象を主題にしたJSTムーンショット型研究開発事業があるが、まだ全体としては極めて少ない。にもかかわらず、数学的素材としては非常にたくさん問題が隠れている。

それは、具体的な定量的な気候、気象モデルとは考えないで、そこに内在するメカニズムを抽出して、新たな数学の問題として、あるいは数学のモデルとして提案できるのではないか。そのような素材が山のようにあると思う。そのような意味で、どのようなカテゴライズがよいのか。気候、気象、経済、社会科学といったキーワードとともに、これからもう少し日本でも頑張ってもらいたい分野である。

最近、気象のムーンショット目標8（PD三好 建正）のワークショップや公開シンポジウムに参加して、彼らの望む数学的内容がようやく分かってきた。一つは、彼らは台風や気象を制御したいので、それが人的にできる介入、したがって予算的にも人間ができるということであるから、非常に微小な介入をすることで（実際にできるかどうかは別として）気象や台風の制御ができないかということを考えている。

まずはコンセプトアルトイモデルにおいて数学で何がどこまで分かっているのかを知りたい。それにより、非常に小さいトリガーで、カオスとは切り離して考えたほうが良いとは思いますが、一時的に劇的な変化が起きるような摂動の仕方を広い範囲で考えるということを彼らは狙っているように思う。

ということで、そのような場に若手研究者に首を突っ込んでいただきたいと感じた。

吉脇：キーワードとしては、必ずしも数理モデリングの範疇に入ると限らないか。

西浦：限らない。ノンオートノマスな系である。パラメータや周りの環境が時間的に変動している中で、ある

ダイナミクスが進んでいる。ノンオートノマスな系に対して、力学系、確率論、データ解析、モデリングなどさまざまな手法が考えられる。

**(c) その他の課題（産学連携など）**

**若山：**もっと数学一般の話であるが、いつの間にか各大学で、数学教室で談話会が少なくなった。であるから、応用というよりは、数学の中で付き合いなくなっている。それはおそらく、若手だけではなく、忙しくなったからということが原因ではある。アプライドなことをやると、気象の研究を一つとっても、そのアプライドなことをもって数学の中でさまざまな分野の人たちが付き合う。そのような仕組みができると、割と健全という気がする。

全てがそうというわけではなく、アプライドなことは一つの大きな接点になり得ると思う。どのような数学を使ったら良いかわからない問題は特に接点となりうる。そのようなことをうまく後押しできる機会があると良いと思っている。

**山田：**おっしゃったことはごもっともだと思う。まず今、数学が難しくなり過ぎていて、隣の分野が分からない。そういう点では談話会だけではなく、日本数学会の企画講演も期待できる場所だと思う。数学者だけその分野の素人という人が、もう少し周りに目を光らせればいかなと思っている。最近、学生自身が少し視野が狭くなっているところもあるように感じる。例えば、私は代数しかやりませんなどという学生が少しいて、そこにてこ入れできたらと思う。

**鎌田：**企画特別講演について、応用数理学会から講演の推薦していただく分以外に、分科会でお願いしている分がある。最近、分科会から来る内容が専門的になっている。立派な研究者を出してこられるので、他分野の研究者が参加しにくい状況がある。もう一度、評議員に他分野の研究者に向けて企画特別講演では話をしてほしい旨のお願いをしたほうがいいかもしれない。

李教授もおっしゃっていたが、自分の分科会しか出席しない人がいらっしやる。そうではなく、他の分科会も出て良いということをもっと少し伝えられたら良いと思っている。春と秋に2回学会があり、そこでは多くの研究者が集まるので、その機会をもっと利用してほしい。

また、シンポジウムやJSTに関する意見交換会など分科会以外の学会会期中のイベントに関して。学会4日間で、2日目は時間が取れなく、1日目と3日目に実施しているが、分科会が行われている時間と重複している。すなわち、分科会に参加している人は、分科会を途中で抜け出さなければ、そういったイベントに出られない。その点は今、数学会の理事会の中でも悩んでいるところである。検討しているが、学会会期中に適当な時間枠がない。

**山田：**若手研究者にとって、論文を積み上げてテニユアを取らなければならないときに、分野外まで目が配れるかという問題もある。早いうちに安定した職を得られるようにしてあげないといけないのではないかな。

**吉脇：**とはいえポストはそれほど多くない状況である。JSTにもポスドクで応募できるファンディングがあるし、科研費もあるが、どのようなファンディングがあると、広く数理科学、数学系の研究者にとって良いかというのを言及いただければと思うがいかがか。

**李：**大体、3年程度のファンドが多い。しかし、3年は若手からすればすごく短い。3年で業績を上げて、次にテニユアを取らなければいけないというのがある。3年経った後の業績評価でさらにプラス5年など、もう少し安心して自分の研究に集中できるポジションを与えるようなファンディングがあるとすごく良いと思う。

**吉脇：**それは例えばゲート式のようなものを想定されているか。

**李：**はい。さらに、キャリアパス上で同じ名前ではなく、上級研究員などキャリアアップしたことが明示されると良い。

**山田：**イメージ的には、例えば5年の任期の助教というポジションがあるが、その間に業績の審査をしている。

それに近い。

李：そのとおり。助教のポジションも今は競争がすごいと思うので、例えば、ポスドクを3年、プラス3年や5年にして、さらに、キャリアパスができるような名前をきちんと付けておく。そのキャリアを終えた研究者は、その次が准教授になるようなものを想定している。

山田：それはうれしいと思う。

李：（審査の結果として）教授を目指せるようなことになれば、非常に安定した感じで研究を発展させるということである。

山田：次につながられると良いと思う。その次を減らさないようにしないといけない。

若山：さきほどの発言に対して、誤解がないように補足させていただきたい。ドメインサイエンスとしては基礎研究であっても、数学から見るとアプライドな研究を行おうとして、例えば医学でもそうではあるが、単独で入って行くことは怖いにしても、複数の違う数学者が入っていくことはできるだろう。そこにおける専門的だが基礎的内容や言葉使いであっても、そのことを全然知らないから教えて、と素直に聞くことができるのではないか。そのような交流ができる場に例えば代数系と幾何系の研究者が一緒に行くことによって結局、数学自身も広がるし、そしてアプライドなほうも進展していく。そうすると社会の中で数学ベースでアプライドな研究を行う人たちのポジションも確保できていくと思う。それは若手研究者だけを支援するというのではなくて、もっとシニアの研究者もアプライドなことを目的にするものもあれば、そこから新しい数学が広がっていくということも目的としている。

日本の場合、数理科学の研究者が数学を武器として食べていけるようなポジション自体を増やしていくことが必要ではないか。それは別に数学だけのためではなく、おそらく日本にとっても強いプラスになると思う。交流の場については、そのような形で使っていくのが無理がないのではないか。その場を作っていけることを考えている。

山田：数学者の観点からいうと、応用研究を行うというような強い意志ではなくとも、少し興味があったら聞きに行くといった場が複数あると楽しい。

若山：そのとおり。私たちでも多分、ブルーボックスなど全然数学ではないものを読んだりもする。

山田：それと同じ感覚で来て良いという場である。

若山：同じ感覚で、もっと専門家と話すことができる。

山田：おっしゃるとおり。

高橋：われわれからすると、そのような場に行きじつくりと蓄える期間を含めて、約10年スパンで考えていただけのような何かファンディングなどが欲しい。そこでしっかりと数学のコアになるような研究を行うには、まずおそらく2年程度はジャンプするためにしゃがむ期間が必要で、そこから2～3年はそれを実際に形にして、言葉にして、それで膨らませてと進めていって。それで、実際に形になる成果までにはおそらく7～8年間、評価を受けられるレベルには10年程度ないと難しい。

この間テレビで山中伸弥教授が、実際ある程度成果ができているところから、臨床から実際に患者さんに使えるまでに5年から10年欲しいとおっしゃっていた。既に萌芽しているiPS細胞研究で5年から10年必要なのであれば、今から新たな数学を作ろうとすると、どのような形になるか分からないが、ひょっとしたらすごく革命的な応用もあるかもしれない、その根っこの部分を研究しようとするともまず全く何も成果が出ない期間に2～3年は必要だと思う。であるから、スタートアップで考えると、アーリーやミドルではなく、シードレベルのところに入れて10年単位で考えてくれるという形でない、小手先になって結果として面白くないとなりそうである。

若山、鎌田：おっしゃるとおり。

若山：議論に参加するが、例えば最初の3年間は論文を書いてはいけないという縛りをもうける。

高橋：例えば、そのような形が考えられる。まずしっかり蓄えるという期間を設けるということ。

若山：ただ、いつも研究の核心部分あるいはその近傍の議論にコミットしているということは評価されることが重要。

高橋：例えば、現状報告はあっても良いと思うが、論文という形にして成果として出すというのは、その短いスパンで行くと、どうしても成果が小さくなると思う。

若山：おっしゃるとおり。

山田：とって付けたみたいなき感じになりそうである。

吉脇：評価に関して何かご意見や課題についてはいかがか。

落合：JSPS 特別研究員 PD の応募の際に、現在では、本人が申請書類を書くだけではなく、指導教員や受け入れ教員が評価書を出さなくてはいけない。しかし、われわれが博士号を取得した時期は研究内容について誰かに追認してもらうことはなく、もっと勝手なことを研究していたと思う。したがって、指導教員や受け入れ教員に研究の内容を理解してもらうことをあまり意識しなかったと思う。現在のこの JSPS 特別研究員 PD の仕組みは、いつまでも指導教員が理解できる範囲を研究することを推奨しているような感じがする。そうではない若手研究者が意欲的に研究していることは理解しているが、全体の枠組みが縮小再生産を促していないかという危惧を持っている。

西浦：大体の研究者は二足のわらじを履いているかと思う。それは、数年のスケールの、1年に1つか2年に1つ程度論文を書ける研究と、5年、10年してももう少し温めてさまざまなことを勉強して進めていく研究、先ほど高橋教授もご指摘された研究のスケールである。

今は時代の流れとして、30年、40年前と違うので、一足のわらじだけでやっているとなかなかつらい。二足のわらじを履くだけの話題やテーマは、求めれば結構あると思う。だからそこを、自分の5年、10年のところにどんどん繰り込んでいけば良い。それらの小さな研究の積み重ねを5年、10年のスケールの問題の糧としつつ、二足のわらじを履いていけば良い。

加えてこれは評価の話ではないが、先生方の話を聞いて、僕はもう新たに勉強し直すということは難しいかもしれないが、それでもわくわくした。白井教授のご講演における確率論や高橋教授のご講演にあった圏論など、いずれも、もっと勉強したいと思う。数学者、数学教室で訓練を受けた人は、そのような刺激で、わくわくするものが出てくると思う。

キーワードの話に戻るが、これから重要となるであろうさまざまな概念や発想についても入れておく必要があると思う。それが今回の半分の目的だったかもしれないが、未来のキーワードにそういった最先端で非常に抽象的と思われる内容だったとしても少し入れておくことで、それを若い研究者が読んだときに刺激になるのではないかと感じた。

森：評価に関して述べると、フィールズ賞の委員会は、過去数年、7～8年まではいかないが、前の前の ICM 後の分を評価する。フィールズ賞は40歳以下という制限があるが、フィールズ賞をもらった人たちのインパクトファクタはどうかというと、目立たないことがよくある。つまりそれで図れるようなものではない。

フィールズ賞の受賞者の例が示すように、他の分野ではインパクトファクタを評価に使うことはあるかもしれないが、数学で、特に若手研究者の評価をするためには役に立たない。

### 最後に

白井：今後のアップデートに関して、この俯瞰図を見ると数学のテーマや分野を中心に書いてあるような感じがする。数学は考え方やどのような手法で研究を行うかといった意図もいれていただきたい。例えば確率論であれば、俯瞰図には公理的確率論、ゲーム論的確率論と書いてあるが、先ほどお話ししたような極限定理とかユニバーサリティに非常に興味があるので、そういった中心的な話題がキーワードとして入っているともう少し訴えるものがあると思う。

山田：分野で書かれると、矮小化されるような気がする。

高橋：（「分野」に関して講演のほうで）言いたかったのは、今、分野がいろいろ分かれているが、それを壊すような動きが出てきているということである。分野を超えてより根源的なところを探ろうとする動きが出てきている。

## 4 | 付録 ワークショップ開催概要

日程：2024年12月11日（水）13:00～16:50

場所：JST東京別館会議室（話題提供者のみ）およびオンラインによるハイブリッド開催

- (1) 挨拶・趣旨説明 若山 正人（JST CRDS 特任フェロー/~2024.3 上席フェロー）（10分）
- (2) 話題提供（20分（各講演15分+質疑5分）×7+10分休憩=150分）
  - ①確率論：白井 朋之氏（九州大学マス・フォア・インダストリ研究所 教授）
  - ②離散：宗政 昭弘氏（東北大学大学院情報科学研究科 教授）
  - ③代数：高橋 篤史氏（大阪大学大学院理学研究科 教授）
  - ④幾何：山田 光太郎氏（東京科学大学理学院 教授）
  - ⑤10分休憩
  - ⑥解析：李 聖林氏（京都大学高等研究院/大学院医学研究科 教授）
  - ⑦日本数学会：鎌田 聖一氏（日本数学会 理事長/大阪大学大学院理学研究科 教授）
  - ⑧応用研究：落合 啓之氏（九州大学マス・フォア・インダストリ研究所 教授）
- (3) 休憩（10分）
- (4) パネル討論（60分）
 

モデレータ：吉脇 理雄（JST CRDS フェロー）

パネリスト：話題提供者7名、若山 正人（JST CRDS 特任フェロー）

ディスカッサント：

西浦 廉政氏（北海道大学電子科学研究所 名誉教授/中部大学 客員教授）

森 重文氏（京都大学高等研究院 院長・特別教授）

参加者：

本ワークショップを企画・運営するCRDSメンバーと登壇者のほかに14名の参加があった。関係部門に限定したクローズドな開催とし、その内訳は以下のとおり。

- 文部科学省3名 ● 科学技術振興機構（JST）10名 ● 東京大学1名

総括責任者	木村 康則	上席フェロー	CRDS システム・情報科学技術ユニット
リーダー	吉脇 理雄	フェロー	CRDS システム・情報科学技術ユニット
メンバー	青木 孝	フェロー	CRDS システム・情報科学技術ユニット
	尾崎 翔	フェロー	CRDS システム・情報科学技術ユニット
	高島 洋典	フェロー	CRDS システム・情報科学技術ユニット

## 俯瞰ワークショップ報告書

CRDS-FY2024-WR-09

## 数理科学

令和 7 年 3 月 March 2025

ISBN 978-4-88890-980-8

国立研究開発法人科学技術振興機構 研究開発戦略センター  
Center for Research and Development Strategy, Japan Science and Technology Agency

〒102-0076 東京都千代田区五番町7 K's 五番町

電話 03-5214-7481

E-mail crds@jst.go.jp

<https://www.jst.go.jp/crds/>

本書は著作権法等によって著作権が保護された著作物です。  
著作権法で認められた場合を除き、本書の全部又は一部を許可無く複写・複製することを禁じます。  
引用を行う際は、必ず出典を記述願います。  
なお、本報告書の参考文献としてインターネット上の情報が掲載されている場合、当該情報はURLに併記された日付または本報告書の発行日の1ヶ月前に入手しているものです。  
上記以降の情報の更新は行わないものとします。

This publication is protected by copyright law and international treaties.  
No part of this publication may be copied or reproduced in any form or by any means without permission of JST, except to the extent permitted by applicable law.  
Any quotations must be appropriately acknowledged.  
If you wish to copy, reproduce, display or otherwise use this publication, please contact crds@jst.go.jp.  
Please note that all web references in this report were last checked on the date given in the link or one month prior to publication.  
CRDS is not responsible for any changes in content thereafter.

FOR THE FUTURE OF  
SCIENCE AND  
SOCIETY



CRDS

<https://www.jst.go.jp/crds/>