

2.3.4 メカニズムデザイン

(1) 研究開発領域の定義

異なる目的／選好を持つ複数の参加者が存在する際に、なんらかの望ましい性質を持つ社会的意思決定のルール／制度を設計することを目的とする研究開発領域。各参加者の選好は個人情報であり制度の設計者（mechanism designer）にとって未知であることが通例であるため、参加者に真の選好を申告する誘因／インセンティブを与えるように制度を設計することが必要とされる。近年は、より実践的な側面を重視して、「マーケットデザイン」という用語が用いられることも多い。

(2) キーワード

ゲーム理論、ミクロ経済学、オークション、マッチング、マーケットデザイン、インセンティブ

(3) 研究開発領域の概要

[本領域の意義]

資源配分や公共的意思決定などの領域で、実現したいことを従来は、人間がアイデアを出し、議論に基づいて決めていたが、その結果は必ずしも最適とは言えなかった。本研究領域は、実現したい目標が自律的／分権的に実現できるようなルールを計算論的に設計（デザイン）することで、価格の均衡、公平性、正直であることが得をするといった性質を持つメカニズムの実現を目指している。

例えば、インターネットオークションで買い物をする際には、出品されている商品のどれを選択するか、また、いくらまでなら入札してもよいかなどの、さまざまな意思決定をする必要がある。また、出品する立場では、最低販売価格をいくらに設定するか、出品期間をどう設定するかなどを決める必要がある。これらの意思決定においては、自分の行動や利益のみではなく、他者がどのように考えて、どのように行動するかを考慮に入れる必要がある。このような複数の人間（プレイヤー）が、相手の利益や行動を考慮して戦略的に行動する場合の意思決定を分析する理論としてゲーム理論がある。ゲーム理論の一分野として、メカニズムデザインは複数の戦略的行動をするプレイヤーが集団で意思決定を行う場合に、望ましい性質を満足する社会的ルールを設計するための理論的根拠を与える。

また、人工知能の一分野であるマルチエージェントシステムと呼ばれる研究分野では、人間や知的なソフトウェア等の自律的な主体をエージェントと呼び、複数のエージェント間の相互作用を扱っている。マルチエージェントシステムの研究において、エージェント間の合意形成のためのルール設計は重要な研究課題となっている。このような研究を支える基礎理論として、ゲーム理論とメカニズムデザインの知見が用いられている。また、後述するキーワード連動型広告や組み合わせ入札等、インターネット等の技術の発達により実現可能となった新しい状況に適用可能なようにメカニズムを拡張することが、近年のマルチエージェントシステム研究における一つの大きな流れとなっている。

近年では、制度を実現する際の計算量や通信量等の実践的／工学的側面も考慮した情報科学分野との学際的な研究分野であることを強調し、「マーケットデザイン」という用語が用いられることも多い。

[研究開発の動向]

メカニズムデザインの主要な応用分野としてオークションとマッチングがある。以下、オークションとマッチングに関して、簡単な解説と研究開発の動向を示す。

オークション

オークションとは販売目的で売り手がなんらかの場に出した物品・サービスを、複数の買い手が価格を競って落札者を決定する仕組みである。オークションの仕組みは相互に提示価格を知ることができる公開型と、知ることができない封印型に分けられる。公開型は低い価格から始めてより高い値をつけた買い手に落札する英国式と、高い価格から始めて徐々に価格を下げ、最初に買うと宣言した買い手に落札するオランダ式がある。メカニズムデザインを適用するのは封印型のオークションである。以下の例で説明する。

- ・顧客はペイ・パー・ビューで、ある動画を見ようとしている。その際に複数の動画配信サービス会社が、顧客に対して同時に入札をして価格を提示する。顧客はこれらの入札に基づいて、どの会社を利用するかを決定する。

常識的な方法として、顧客は最も安い入札を選び、最も安い入札をした会社が入札した金額で動画を提供することが考えられる（この方法は第一価格秘密入札と呼ばれる）。例えばA社が180円、B社が200円、C社が230円の入札をした場合、A社が落札し、180円で動画を提供する。普通に考えれば、これより良い方法はないと思われるが、この方法には若干の問題点がある。この方法を用いた場合、各社にとって入札値をどう設定するかが非常に難しい問題となる。入札値は理想的には原価に対して適切な利潤を加えたものになるべきであるが、適切な利潤というものを決める方法がない。実際のところ、各社は可能な限り利潤を増やしたいのであるが、落札できなくては利益が得られない。各社にとって他社が入札値をなるべく正しく推定することは非常に重要な課題となり、ダミーの顧客を使って他社が入札値を引き出そうとしたり、他社が入札をスパイしたりするような行為がはびこることが十分に予想される。

では、このような状況を回避することは可能だろうか。以下のように価格の決定方法を変更することにより、この問題を回避することができる。

- ・顧客は最も安い入札をした会社を選ぶが、その際に顧客が支払う金額は2番目に安い入札値とする。

前述の例では、A社が落札することは変わらないが、顧客の支払う金額はB社の提示した200円となる。この方法は第二価格秘密入札もしくはビックリー入札と呼ばれ、ノーベル経済学賞を受賞したWilliam Vickreyによって提案されたものである¹⁾。少し考えてみると、この方法を採用した場合、他社が入札値を察知することに意味がないことがわかる。落札した場合に自分が受け取る金額は、他社が入札値によって決定される。自分の入札値は自分が落札できるかできないかには影響するが、落札した場合の支払額には影響しない。よって、各社にとって入札をつり上げようという誘因はない。支払額は、勝者が勝てる範囲の最大の金額を与えていると考えられる。

おそらくこの方法は一見、非常識に感じられるであろう。顧客の立場からは180円の入札があるにも関わらず200円を支払うのは納得できないように感じられると予想される。しかしながら、実際にはこの方法を採用した場合、各社にとっては利潤を上乗せしない、原価ギリギリの価格を提示するのが最適な戦略となる（それでも利潤は得られることが保証される）。最初の方法と2番目の方法では、各社の提示する金額が異なってくるのである。このような原価ギリギリの価格は、最初の方法をとる限り、決して各社からは引き出せない価格である。英語で、Honesty is the best policy（正直は最良の策）という格言がある。通常は入札のような金もうけの場面で、正直が（というよりは何も考えずに入札することが）最良の策となることは考えにくいだが、ビックリー入札という、最も安値で入札した会社が、2番目に低い価格で落札するという制度を用いることにより、確かに正直が最良の策となるのである。さらには、最も低い原価を持つ会社が落札するということは、社会的に無駄がない効率的な結果となっている。

長い間、ビックリー入札は、優れた理論的な性質を持つものの、一般に広く用いられることはないと言われ

てきたが、検索連動型広告 (sponsored search) と呼ばれる事例で広く用いられるようになってきている。具体的には、広告主はサーチエンジン (例えば google) のキーワードに対して入札額を設定する。キーワードがユーザーによって検索されると、基本的には入札額の高い順に、検索結果とは別に、例えば画面の右側に広告が提示される。キーワード連動広告により、ターゲットを絞った効率的な広告が可能となる。また、ユーザーが広告のリンクをクリックした場合にのみ、広告主はサーチエンジンに広告料を支払う (pay-per-click) ようになっている。さて、ここで広告料をどのように設定すべきだろうか。初期のシステムでは、広告主は前述の第一価格秘密入札と同様に、入札に等しい額を支払っていた。しかし、この場合、広告主にとっては入札額の設定方法に様々な戦略が考えられる。このため、エージェントを用いてダミーの検索を行い、入札額を自動的に変化させる等の行為が横行し、入札額が著しく不安定になるという問題が生じた。

現在では、上からk番目の位置の広告 (スロット) を得た広告主は、k+1番目の広告の入札額に等しい額を払うという、ビックリー入札に準じた方式 (一般化第二価格オークション: Generalized Second Price Auction) に変更されている。この変更により、入札額の調整が不要となり、入札額が安定するという結果が得られている²⁾。誰かが検索エンジンを用いるたびに入札が行われているため、今やビックリー入札は、世界中で最も頻繁に実行されている入札の制度と言えるであろう。この事例は、人間同士のオフラインの取引では問題が生じなかった制度 (第一価格秘密入札) であっても、エージェントを含む系に導入された場合は、変化のスピードが急激であるため破綻してしまう可能性があり、より安定性の高い制度の導入が必要とされることを示している。

入札制度の設計に関して近年注目を集めた事例として、米国の連邦通信委員会 (FCC) による無線周波数帯域の使用権のオークションがある。FCCは米国国内の無線電波に関する免許を発行している組織であり、従来は公聴会や抽選等によって免許を発行していたが、免許発行後の権利譲渡や、不要になってしまった周波数帯域の非有効利用等の問題があった。公共の財産である周波数帯域の効率的かつ迅速な運用を行うため、1994年より入札によって無線免許を与える方針となった。入札メカニズムの設計にメカニズムデザインの専門家が多数参加しており、入札の理論的研究を活発化させる契機となった³⁾。電波の周波数の割り当てなど、従来では売ることが難しかったモノやサービスを売ることが可能にした新たなオークションのメカニズムデザインの研究と実用化に貢献したとして2020年のノーベル経済学賞をスタンフォード大学のポール・ミルグロムとロバート・ウィルソンが受賞した。

他にも、入札制度の設計に関して、売り手の利益を最大化するためのメカニズムデザイン⁴⁾、価値に依存関係のある複数の商品が販売される場合 (組み合わせオークション) のメカニズムデザイン、および組み合わせオークションに関わる計算問題の効率的な解法に関する研究等が行われている⁵⁾。

マッチング

マッチングは、学生と学校、労働者と企業のような二種類のエージェント間の望ましい組み合わせを求める問題であり、学生と学校をマッチする学校選択制、研修医と病院をマッチする研修医配属問題、また、大学関係者に非常に身近な問題として学生を卒業研究の研究室にマッチする研究室配属問題、さらに生体腎移植において患者とドナーをマッチする腎臓交換問題などの広範な応用を持つ。ロイド・シャプレイとアルビン・ロスはマッチングメカニズムの理論とその実践に関する業績で2012年のノーベル経済学賞を受賞している。特に、デイビット・ゲイルとロイド・シャプレイによる、Deferred Acceptance (DA) メカニズム⁶⁾ がよく知られている。

マッチングの基礎となる問題として、安定結婚問題がある。これは男女がそれぞれn人いるとして、ある望

ましい性質を満たす n 組の男女のペア (マッチング) を作るというものである。望ましい性質として、ここでは安定性を考える。例えば Alice、Becky、Carol、Daisy の 4 名の女性、John、Ken、Lee、Mike の 4 名の男性がいるとする。各男性は 4 人の女性に対して、各女性は 4 人の男性に対して、好みの順番が決まっている。当然、好みの順番は (たまたま同じとなるかもしれないが) 人によって異なる。Alice にとって、最も好ましい男性が John、2 番目が Ken、John にとって、最も好ましい女性が Alice、2 番目が Becky であるとする。ここで、もし Alice の相手が Ken で、John の相手が Becky だとすると、Alice と John は今の相手と別れてペアとなった方が二人とも今より幸福になることになる。このようなペアを不安定なペアと呼び、不安定なペアを含まないマッチングを安定なマッチングと呼ぶ。

どうしたら安定なマッチングを求めることができるだろうか。最も単純な方法として、男性の順序を固定し、女性の並び替えをすべて生成し、固定した男性の順序と組み合わせで、安定かどうかをチェックするという総当たり法が考えられるが、これは、最悪、 $n!$ の組み合わせをチェックすることになり、人数が増えると現実的な時間内に安定なマッチングを求めることは絶望的となる。より効率的に安定マッチングを見つける方法として提案されているのが、前述のロイド・シャプレイと、デイビッド・ゲイルによる DA メカニズムである。この方式では、男性/女性は、独身か婚約中のどちらかであり、初期状態では全員独身である。独身の女性が残っていれば、以下の処理を繰り返し適用する。

- ・独身の女性は、これまでにまだプロポーズをしていない男性のうちで、最も好みの男性にプロポーズする (男性が婚約中でも気にしない)。
- ・その際、一度断られた男性には二度とプロポーズできない。
- ・男性は、自分にプロポーズしている女性の中で、最も好みの女性と婚約し、他の女性のプロポーズを断る (現在婚約中の女性がいても、より良い相手がプロポーズしてきたら、現在の婚約を解消して、最も好みの女性とあらためて婚約する)。

独身の女性がいなくなれば、現在婚約中のペアでマッチングを決定する。

この方式を用いた場合、各女性は一度断られた男性には二度とプロポーズできないので、繰り返しはたかだか 4^2 回 (n 人なら n^2 回) で終了する。次に、この方式で安定なマッチングが得られることを示そう。任意の時点で、婚約中の男女に関して以下の性質が成立する。女性に関しては、婚約中の相手よりも望ましい男性には、すでにプロポーズして断られている。また、男性に関しては、今まで自分にプロポーズしてきた女性の中で、最も望ましい女性と婚約しており、この女性よりも自分にとってより望ましい女性は、自分以外の男性にプロポーズしている。よって、全員が婚約している終了時のマッチングにおいては、各女性に関して、現在の相手よりも望ましい男性は、自分のプロポーズを断って他の女性と婚約しているため、この男性とペアになれる可能性はない。また、各男性にとって、現在の相手よりも望ましい女性は、自分にプロポーズすることなく、他の男性と婚約しているため、この女性とペアになれる可能性はない。よって終了時のマッチングは安定である。

さらに、女性にとっては、まだプロポーズしていない中で最も好みの男性にプロポーズするのが最適である、すなわち、正直が最良の策であることが示される。要は、この方式ではプロポーズして断られても、その後不利な扱いを受けることはないので、玉砕覚悟で最も好みの相手にプロポーズするのが最適となる。また、このメカニズムで得られたマッチングは、すべての安定なマッチング中で女性にとって最も望ましいものになっていることが保証される。一方、男性にとっては、現在自分にプロポーズしている女性の中で、最も好みの女性を選ぶのが最適とは限らない。あえて好みでない女性を選ぶことで、結果としてより望ましい女性と結ばれるという、恋愛ドラマで出てくるような複雑な状況が存在し得る。

安定結婚問題の拡張として、学生と学校や研修医と病院のような、一つの学校／病院に複数の学生／研修医が割り当てられる多対一のマッチングがある。この状況に上記のDAメカニズムを拡張することは容易であり、学生を女性に、学校を男性に対応させればよい。各学生は、それぞれ第1希望の学校に応募する。学校は自分の学校に応募している学生から、自身の選好に基づいて定員まで学生を仮受諾として、その他の学生を拒否する。拒否された学生は、第2希望の学校に応募する。各学校は、仮受諾となった学生と、新たに応募してきた学生を区別せず、選好に基づいて定員まで学生を仮受諾とし、この処理を新たに応募する学生が生じなくなるまで繰り返す。この制度を用いた場合、学生にとって正直が最良の策であり、結果の安定性が保証される。また、安定なマッチング中で、学生にとって最も望ましいものが得られる。マッチングに関して、DAメカニズムの理論的性質の解析や、各種の応用事例に関する検討⁷⁾、マッチングに関わる各種の計算問題に関する検討⁸⁾、さらには、後述する制約の導入も含めたモデルの拡張等が行われている。

(4) 注目動向

[新展開・技術的トピックス]

制度とは、人々の選好（例えばオークションであれば各参加者の商品に対する価値）を入力として、社会的決定（誰がいくらで落札するか）を返す関数とみなすことができる。様々な最適化の技術を用いて、望ましい性質を持つ制度／関数を人手によらず自動的に生成する方法（自動メカニズムデザイン）と呼ばれる研究が行われている。アイデア自体は以前から提案されていたが⁹⁾、探索空間が膨大となるため、実用的な規模の問題に適用可能な制度の設計は困難であった。しかし近年、深層学習¹⁰⁾やSATsolver¹¹⁾等の最新の最適化技術を用いる研究が活発化している。

マッチングに関して、現実の問題で重要となる各種の制約条件を満足する制度の設計に関する研究が進んでいる。例えば、研修医配属において、大都市圏の病院全体での研修医の数を制限することにより、地方の病院に十分な数の研修医が配属されることを目的とする地域上限制約¹²⁾、あるいは直接的に過疎地域の病院に一定の数の研修医を割り当てることを保証する下限制約¹³⁾、さらには公立学校において、学生の多様性を確保するためのアフーマティブアクション¹⁴⁾、¹⁵⁾等がある。また、DAメカニズムで扱うことのできる制約のクラスに関する数学的性質に関する研究¹⁶⁾も進んでいる。

また、より広範囲の問題を扱えるようにマッチングのモデルを一般化した研究が行われている。例えば、難民の家族を国や地域に割り当てる難民マッチングと呼ばれる問題¹⁵⁾、¹⁷⁾では、各家族は家、学校、病院等の複数の資源を必要とする。通常のマッチングでは、各学生／医師は、学校／病院の定員を一つ消費するのに対し、難民マッチングは複数の資源を扱い、また、資源の消費量が複数単位になり得るという点で、通常のマッチングモデルの一般化となっている。

[注目すべき国内外のプロジェクト等]

東大マーケットデザインセンター

東京大学経済学研究科が中心となり、東京大学マーケットデザインセンター²³⁾が2020年夏に開設された。前スタンフォード大教授でマッチング理論の世界的権威である小島武仁がセンター長を務めており、伝統的な経済学だけではなく計算機科学などの関係領域との学際的な協働を行い、これらの関係領域との高い次元での真に有機的な融合を実現することを目的としている。

研修医配属

研修医配属はマッチングの典型的な応用事例である。米国のNational Resident Matching Program (NRMP)²⁰⁾では、毎年、研修医と病院のマッチングを行っており、2018年には4万人以上の研修医と3万以上の病院におけるポストとのマッチングを行っている。研修医と病院の希望（研修医はどの病院に配属されたいか、病院はどの研修医なら受け入れられるか）のリストを元にマッチングを実施する、DAメカニズムをベースにしたアルゴリズムが採用されている。日本においても2004年から必修の臨床研修医制度が発足し、医学部卒業生に2年間の研修が義務付けられた。この研修制度とあわせて研修医と病院とのマッチング制度が採用され、NRMPと同じアルゴリズムが採用されている²¹⁾。日本においては、研修医の大都市圏への集中を避けるため、都道府県別の募集定員の上限が設定されているが、都道府県の上限を満たしつつ、より柔軟な配属が可能な制度の導入²²⁾が望まれる。

生体腎移植ネットワーク

倫理的な理由から、生体腎移植は近親者等のみに制限されることが通例であるが、免疫の不適合から近親者のドナーからの移植が不可能な場合に、生体腎移植ネットワークと呼ばれる、適切にドナーを交換することで移植の可能性を広げる方法が用いられている（例えば米国のUnited Network for Organ Sharing²³⁾）。適切なドナーと患者のマッチングを発見する制度／アルゴリズムが導入されている²⁴⁾。

(5) 科学技術的課題

オークション、マッチング共に、理論研究は数理モデルに基づいて緻密な理論が構築されており、モデルにおける前提条件が成立するならば、理論的帰結は論理的に正しい。しかしながら、理論的成果を実問題に適用する際には、モデルにおける前提条件、例えば人間の行動選択に関する仮定が成立するか否かを吟味する必要がある。前提条件が成立しない場合には、当然のことながら帰結も成立しない。

例えば、安定結婚問題におけるDAメカニズムが女性にとって正直が最良の策であるという帰結は、各男性は女性に対して固定された順序を持ち、その順序に従って行動するという前提に依存している。現実の状況を考えると、この前提が成立するかが疑わしい場合が存在する。例えば、男性、女性がそれぞれ100名の安定結婚問題において、自分が男性であり、事前の状態ではAliceとBeckyは、同程度に好きだが、ごくわずかにAliceの方を好んでいるとする。DAメカニズムを実行した際に、Beckyは最初から自分にプロポーズして婚約しているのに対して、Aliceの方は他の男性にプロポーズして断られ続けて、99番目に自分にプロポーズしてきたという状況を考えてみよう。人間の心理から言って、この状況でBeckyを断ってAliceを選ぶことは難しいが、DAメカニズムは、あくまで事前の順序に基づいてBeckyを断ってAliceを選ぶことを前提としている。事前の順序があまり変わらないなら、最初から自分を1番好きだと言っているBeckyを選びたいというのは自然な心理であるが、1番好きと言う女性を優先すれば、女性側にうそであっても「あなたが1番好き」と言う誘因を生じさせてしまう。行動・実験経済学、心理科学等の分野と協力し、エージェントシミュレーション、被験者実験、実証分析等を用いて、人間がモデルから外れた行動をとる場合の制度の頑健性の検討等を行い、社会的に受容可能な制度に発展させる必要がある。

また、現実の問題は複雑であり、既存の数理モデルで対応できるのは、現実の問題から抽出された部分問題にすぎない。例えば、マッチングにおいては、各学校には固定された上限制約が与えられているという前提が置かれていることが通例であるが、現実には各学校の定員は、その前段階として予算や人的資源に関する資源割り当て問題を解いた結果であると考えられる。通常、前段階の資源割り当て問題は、学生の

選好を予測して決定されているが、この予測が間違っていると、個々の問題に関して最適解が得られたとしても、全体としての最適解が得られることは保証できない。現実的な問題において、より大きな部分問題をカバーできるようにモデルを拡張することが必要である。前述の難民マッチングは、そのような一般化の一つであり、また、マッチングと資源割り当てを同時に扱う研究²⁵⁾がある。

(6) その他の課題

メカニズムデザインの実問題への適用に関して、我が国は立ち遅れており、過去の経験にとらわれた科学的根拠の弱い政策決定が行われがちである。例えば、我が国はOECD加盟国の小国を除いた中で、周波数利用免許割り当てをオークションによらず国の裁量で決定している唯一の国となっている。政策決定者や国民のメカニズムデザインに関する知識や理解の乏しさを克服することが社会的課題であり、そのための啓蒙活動が必要である。

(7) 国際比較

国・地域	フェーズ	現状	トレンド	各国の状況、評価の際に参考にした根拠など
日本	基礎研究	○	↗	前述の東大マーケットデザインセンターが開設される等、研究コミュニティが拡大しつつある。
	応用研究・開発	△	→	理論研究と比較して、やや弱い印象を受ける。
米国	基礎研究	◎	↗	AAAI、AAMAS等の主要会議において、論文の3割超は米国の大学・企業によるものである。
	応用研究・開発	◎	↗	周波数オークション、研修医マッチング等の社会応用事例、各種のスタートアップ企業が存在する。
欧州	基礎研究	◎	↗	伝統的に理論研究に強みがあり、英国、フランス、ドイツをはじめ、多くの国でメカニズムデザイン、特に計算量的社会的選択理論と呼ばれる分野の研究が盛んである。
	応用研究・開発	○	↗	特にスマートグリッド等に関する応用研究が盛んであり、社会実験の事例、各種のスタートアップ企業が存在する。
中国	基礎研究	○	↗	機械学習等の他のAI分野における急速な進展（AAAI2020では国別の採択論文数はトップ）と比較すると、やや緩やかではあるが、国際会議等でのプレゼンスは拡大しつつある。
	応用研究・開発	△	→	理論研究と比較して、やや弱い印象を受ける。
韓国	基礎研究	△	→	特に目立つ動きはない。
	応用研究・開発	△	→	特に目立つ動きはない。
シンガポール	基礎研究	○	↗	シンガポール国立大、南洋理工大、管理大等で活発に研究が行われており、研究資金も潤沢である。
	応用研究・開発	○	↗	交通渋滞解消等の社会実験の事例、各種のスタートアップ企業が存在する。

(註1) フェーズ

基礎研究：大学・国研などでの基礎研究の範囲

応用研究・開発：技術開発（プロトタイプの開発含む）の範囲

(註2) 現状 ※日本の現状を基準にした評価ではなく、CRDSの調査・見解による評価

◎：特に顕著な活動・成果が見えている

○：顕著な活動・成果が見えている

△：顕著な活動・成果が見えていない

×：特筆すべき活動・成果が見えていない

(註3) トレンド ※ここ1～2年の研究開発水準の変化

↗：上昇傾向、→：現状維持、↘：下降傾向

参考文献

- 1) Vickrey, William. "Counterspeculation, Auctions, and Competitive Sealed Tenders." *Journal of Finance* 16 (1951): 8–37.
- 2) Edelman, B., M. Ostrovsky, and M. Schwarz. "Internet Advertising and the Generalized Second Price Auction: Selling Billions of Dollars Worth of Keywords." *American Economic Review* 97 (2007): 242–59.
- 3) McMillan, John. "Selling Spectrum Rights." *Journal of Economics Perspectives* 8, no. 3 (1994): 145–62.
- 4) Myerson, Roger B. "Optimal auction design." *Mathematics of Operation Research* 6 (1981): 58–73.
- 5) Cramton, P., R. Steinberg, and Y. Shoham, eds. *Combinatorial Auctions*. MIT Press, 2005.
- 6) Gale, D., and L.S. Shapley. "College Admissions and the Stability of Marriage." *The American Mathematical Monthly* 69, no. 1 (1962): 9–15.
- 7) Roth, A.E., and M.A.O. Sotomayor. *Two-Sided Matching: A Study in Game Theoretic Modeling and Analysis (Econometric Society Monographs)*. Cambridge University Press, 1990.
- 8) Manlove, D.F. *Algorithmics of Matching Under Preferences*. World Scientific Publishing Company, 2013.
- 9) Sandholm, T. "Automated mechanism design: A new application area for search algorithms." In *International Conference on Principles and Practice of Constraint Programming*, 19–36, Springer, 2003.
- 10) Duetting, P., Z. Feng, H. Narasimhan, D. Parkes, and S.S. Ravindranath. "Optimal Auctions through Deep Learning." In *Proceedings of Machine Learning Research*, 1706–15, 2019.
- 11) Okada, N., T. Todo, and M. Yokoo. "SAT-Based Automated Mechanism Design for False-Name-Proof Facility Location." In *Proceedings of 22nd International Conference on Principles and Practice of Multi-Agent Systems (PRIMA-2019), Lecture Notes in Computer Science*, 11873:321–37. Springer, 2019.
- 12) Kamada, Y., and F. Kojima. "Efficient Matching under Distributional Constraints: Theory and Applications." *American Economic Review* 105, no. 1 (2015): 67–99.
- 13) Fragiadakis, D., A. Iwasaki, P. Troyan, S. Ueda, and M. Yokoo. "Strategyproof Matching with Minimum Quotas." *ACM Transactions on Economics and Computation* 4, no. 1 (2016): 6:1–

6:40. <https://doi.org/10.1145/2841226>.

- 14) Ehlers, L., I.E. Hafalir, M.B. Yenmez, and M.A. Yildirim. “School Choice with Controlled Choice Constraints: Hard Bounds versus Soft Bounds.” *Journal of Economic Theory* 153 (2014): 648–83.
- 15) Kurata, R., N. Hamada, A. Iwasaki, and M. Yokoo. “Controlled School Choice with Soft Bounds and Overlapping Types.” *Journal of Artificial Intelligence Research* 58 (2017): 153–84.
- 16) Kojima, F., A. Tamura, and M. Yokoo. “Designing matching mechanisms under constraints: An approach from discrete convex analysis.” *Journal of Economic Theory* 176 (2018): 803–33.
- 17) Aziz, H., J. Chen, S. Gaspers, and Z. Sun. “Stability and Pareto Optimality in Refugee Allocation Matchings.” In *Proceedings of the 17th International Conference on Autonomous Agents and MultiAgent Systems (AAMAS-2018)*, 964–72, 2018.
- 18) Delacretaz, D., S.D. Kominers, and A. Teytelboym. “Refugee Resettlement,” working paper 2016.
- 19) 「University of Tokyo Market Design Center」, 参照 2021年1月29日. <https://www.mdc.e.u-tokyo.ac.jp>.
- 20) “National Resident Matching Program,” Accessed January 29, 2021. <http://www.nrmp.org/>.
- 21) 「医師臨床研修マッチング協議会」. 参照 2021年1月29日. <http://www.jrmp.jp>.
- 22) Kamada, Y., and F. Kojima. “Stability and Strategy-Proofness for Matching with Constraints: A Problem in the Japanese Medical Match and Its Solution.” *American Economic Review P&P* 102, no. 3 (2012): 366–70.
- 23) “United Network for Organ Sharing,” Accessed January 29, <https://unos.org/>.
- 24) Rees, M.A., J.E. Kopke, R.P. Pelletier, D.L. Segev, M.E. Rutter, A.J. Fabrega, J. Rogers, et al. “A nonsimultaneous, extended, altruistic-donor chain.” *The New England Journal of Medicine* 360, no. 11 (2009): 1096–1101.
- 25) Yahiro, K., and M. Yokoo. “Game Theoretic Analysis for Two-Sided Matching with Resource Allocation.” In *Proceedings of the 19th International Conference on Autonomous Agents and Multiagent Systems (AAMAS-2020)*, 1548–56, 2020.