

(19) 日本国特許庁(JP)

(12) 特 許 公 報(B2)

(11) 特許番号

特許第6440629号  
(P6440629)

(45) 発行日 平成30年12月19日(2018. 12. 19)

(24) 登録日 平成30年11月30日(2018. 11. 30)

(51) Int. Cl.

G06F 17/50 (2006.01)

F I

G06F 17/50 612A

請求項の数 16 (全 95 頁)

(21) 出願番号 特願2015-546684 (P2015-546684)  
 (86) (22) 出願日 平成26年11月6日(2014. 11. 6)  
 (86) 国際出願番号 PCT/JP2014/079512  
 (87) 国際公開番号 W02015/068784  
 (87) 国際公開日 平成27年5月14日(2015. 5. 14)  
 審査請求日 平成29年6月16日(2017. 6. 16)  
 (31) 優先権主張番号 特願2013-230678 (P2013-230678)  
 (32) 優先日 平成25年11月6日(2013. 11. 6)  
 (33) 優先権主張国 日本国(JP)

(73) 特許権者 503360115  
 国立研究開発法人科学技術振興機構  
 埼玉県川口市本町四丁目1番8号  
 (74) 代理人 100089118  
 弁理士 酒井 宏明  
 (72) 発明者 坂上 貴之  
 京都府京都市左京区北白川追分町 国立大  
 学法人京都大学 大学院理学研究科内  
 (72) 発明者 横山 知郎  
 京都府京都市伏見区深草藤森町1番地 国  
 立大学法人京都教育大学 教育学部 数学  
 科内

審査官 川▲崎▼ 博章

最終頁に続く

(54) 【発明の名称】 流体遷移経路取得装置、流体遷移経路取得方法、および、プログラム

(57) 【特許請求の範囲】

【請求項1】

記憶部と制御部とを備えた流体遷移経路取得装置において、  
 上記記憶部は、  
 位相幾何学的な二次元流れ構造の全体または一部における、構造安定な流れパターンが、  
 構造不安定な1つの中間状態の流れパターンを介して、他の構造安定な流れパターンに  
 遷移可能か否かに関するパターン遷移情報を記憶し、  
 上記制御部は、  
 上記パターン遷移情報に基づいて、指定された構造安定な流れパターンから、位相幾何  
 学的に採り得る別の構造安定な流れパターンへ至る遷移ルートに関する遷移情報を取得す  
 る遷移情報取得手段、  
 を備えたことを特徴とする、流体遷移経路取得装置。

【請求項2】

請求項1に記載の流体遷移経路取得装置において、  
 上記遷移情報は、  
 上記別の構造安定な流れパターンに至る、構造不安定な中間状態の流れパターンに関す  
 る情報を含むこと  
 を特徴とする、流体遷移経路取得装置。

【請求項3】

請求項1または2に記載の流体遷移経路取得装置において、

上記遷移情報取得手段は、

上記パターン遷移情報に基づいて、指定された2つの上記構造安定な流れパターンについて、一方の上記構造安定な流れパターンから他方の上記構造安定な流れパターンに至るまでの上記遷移情報を取得すること

を特徴とする、流体遷移経路取得装置。

【請求項4】

請求項3に記載の流体遷移経路取得装置において、

上記遷移情報取得手段は、

上記構造不安定な1つの中間状態の流れパターンを介した遷移を1回の遷移として、上記一方の上記構造安定な流れパターンから上記他方の上記構造安定な流れパターンに至るまでの遷移回数を含む上記遷移情報を取得すること

を特徴とする、流体遷移経路取得装置。

【請求項5】

請求項4に記載の流体遷移経路取得装置において、

上記遷移情報取得手段は、

上記遷移回数が最小となる、上記一方の上記構造安定な流れパターンから上記他方の上記構造安定な流れパターンに至るまでの上記遷移情報を取得すること

を特徴とする、流体遷移経路取得装置。

【請求項6】

請求項1乃至5のいずれか一つに記載の流体遷移経路取得装置において、

上記構造安定な流れパターンは、

一つの穴を有する単連結外部領域において位相幾何学的に採り得る2種類の流れパターンに加えて、二つの穴を有する二重連結外部領域において吸い込み湧き出し対を持たないパターンを追加した、合計3種類の流れパターンを規定するパターン語に対して、上記流れパターンに一つの穴を加える場合に位相幾何学的に採り得る5種類の操作を規定した操作語のうちいずれか一語を、追加された穴の数だけ付与することにより形成された語表現によって識別されており、

上記パターン遷移情報は、

上記構造不安定な1つの中間状態の流れパターンを介して、互いに遷移可能な上記構造安定な流れパターンが、上記語表現にて記述された情報であり、

上記遷移情報取得手段は、

指定された構造安定な流れパターンの語表現を基準として、上記パターン遷移情報に基づいて、上記遷移情報を取得すること

を特徴とする、流体遷移経路取得装置。

【請求項7】

請求項6に記載の流体遷移経路取得装置において、

上記パターン遷移情報は、

上記構造不安定な1つの中間状態の流れパターンを介して、互いに遷移可能な上記構造安定な流れパターン間の、上記語表現の上記操作語の変化情報を含み、

上記遷移情報取得手段は、

指定された2つの構造安定な流れパターン間の語表現の操作語の変化を基準として、上記変化情報に基づいて、上記遷移情報を取得すること

を特徴とする、流体遷移経路取得装置。

【請求項8】

請求項7に記載の流体遷移経路取得装置において、

上記遷移情報取得手段は、上記指定された構造安定な流れパターンの語表現を基準として上記パターン遷移情報に基づいて取得した遷移ルートの候補が複数ある場合には、流れパターンに1対1に対応する正規表現を使用して遷移ルートを1つに特定すること

を特徴とする流体遷移経路取得装置。

【請求項9】

10

20

30

40

50

請求項 8 に記載の流体遷移経路取得装置において、

上記遷移情報取得手段は、

上記指定された 2 つの構造安定な流れパターン間の語表現の操作語の変化を基準として上記変化情報に基づいて取得した遷移ルートの候補が複数ある場合は、上記 2 つの構造安定な流れパターンの語表現に対応する正規表現をそれぞれ取得し、複数の遷移ルートの候補について、遷移が起こるための部分表現が、一方の構造安定な流れパターンの語表現に対応する正規表現に含まれていない場合は、遷移ルートの候補から除外することを特徴とする流体遷移経路取得装置。

【請求項 10】

請求項 9 に記載の流体遷移経路取得装置において、

上記遷移情報取得手段は、

除外されなかった遷移ルートの候補が複数ある場合は、当該除外されなかった複数の遷移ルートの候補に対応する正規表現をそれぞれ取得し、上記除外されなかった複数の遷移ルートの候補のうち、その正規表現が、他方の構造安定な流れパターンの語表現に対応する正規表現と一致するものを遷移パターンとして特定することを特徴とする流体遷移経路取得装置。

【請求項 11】

請求項 8 ~ 請求項 10 のいずれか 1 つに記載の流体遷移経路取得装置において、

上記正規表現は、上記流れパターンに 1 対 1 に対応するグラフ表現が作成され、作成されたグラフ表現に基づいて作成されたものであることを特徴とする流体遷移経路取得装置

【請求項 12】

請求項 11 に記載の流体遷移経路取得装置において、

上記グラフ表現は、上記流れパターンで規定される構造安定なハミルトンベクトル場  $H$  に対して、固有のルート付き、ラベル付き、及び向き有りのツリー  $T_H = (V, E)$  を割り当て（但し、 $V$  は頂点と呼ばれる点の集合、 $E$  は、頂点の間を結ぶエッジの集合である）、平面グラフとして可視化したものであることを特徴とする流体遷移経路取得装置。

【請求項 13】

請求項 8 ~ 請求項 12 のいずれか 1 つに記載の流体遷移経路取得装置において、

さらに、流体中の物体に対して設計パラメータの候補を選択する場合に、上記設計パラメータの上限及び下限を設定し、当該設計パラメータの上限と下限で規定されるパラメータ領域から複数のパラメータを選択し、選択した複数のパラメータに対して、それぞれ流れの実験及び/又は数値計算を行い、実験及び/又は数値計算の結果に対して、上記語表現及び/又は上記正規表現を割り当て、割り当てた上記語表現及び/又は上記正規表現のうち、最適状態を示す上記語表現及び/又は上記正規表現を有する設計パラメータを、上記設計パラメータの候補として選択するシミュレーション手段を備えたことを特徴とする流体遷移経路取得装置。

【請求項 14】

請求項 13 に記載の流体遷移経路取得装置において、

上記割り当てた上記語表現及び/又は上記正規表現が、最適状態を示す上記語表現及び/又は上記正規表現を有しない場合でも、1 回の遷移で、上記語表現及び/又は上記正規表現が、最適状態を示す上記語表現及び/又は上記正規表現を有する場合は、上記設計パラメータの候補として選択するシミュレーション手段を備えたことを特徴とする流体遷移経路取得装置。

【請求項 15】

記憶部と制御部とを備えたコンピュータにおいて実行される流体遷移経路取得方法において、

上記記憶部は、

位相幾何学的な二次元流れ構造の全体または一部における、構造安定な流れパターンが、構造不安定な 1 つの中間状態の流れパターンを介して、他の構造安定な流れパターンに

遷移可能か否かに関するパターン遷移情報を記憶し、

上記制御部において実行される、

上記パターン遷移情報に基づいて、指定された構造安定な流れパターンから、位相幾何学的に採り得る別の構造安定な流れパターンへ至る遷移ルートに関する遷移情報を取得する遷移情報取得ステップ、

を含むことを特徴とする、流体遷移経路取得方法。

【請求項 16】

記憶部と制御部とを備えたコンピュータに実行させるためのプログラムにおいて、

上記記憶部は、

位相幾何学的な二次元流れ構造の全体または一部における、構造安定な流れパターンが、構造不安定な1つの中間状態の流れパターンを介して、他の構造安定な流れパターンに遷移可能か否かに関するパターン遷移情報を記憶し、

上記制御部において、

上記パターン遷移情報に基づいて、指定された構造安定な流れパターンから、位相幾何学的に採り得る別の構造安定な流れパターンへ至る遷移ルートに関する遷移情報を取得する遷移情報取得ステップ、

を実行させるための、プログラム。

【発明の詳細な説明】

【技術分野】

【0001】

本発明は、流体遷移経路取得装置、流体遷移経路取得方法、および、プログラムに関する。

【背景技術】

【0002】

従来、複数の構造物の配置設計や効率的な流体力学的特性を持つ構造物の形の最適化を行う際には、大規模な数値計算による流体シミュレーションを何度も繰り返すことにより、最適な構造物の配置を決定している。

【0003】

例えば、従来、河川などの一様な流れの中に、橋などの構造物を設計する場合、橋脚の周辺にどのような流れができるかを、計算機による大規模シミュレーション等を通じて解析していた。

【0004】

また、近年、流体等の数理モデルを構築して、流れのパターンのトポロジーを数理的に扱うことのできるアルゴリズムやプログラムが開発されている。

【先行技術文献】

【非特許文献】

【0005】

【非特許文献1】Tomasz Kaczynski, Konstantin Mischairow, Marian Mrozek 著 “Computational Homology” Springer, 2000年

【発明の概要】

【発明が解決しようとする課題】

【0006】

しかしながら、従来の構造物設計の最適化手法においては、繰り返し行われる大規模計算により計算時間と設計コストの増大化を招く一方、それらの制約上、探索範囲を限定せざるを得ず、導き出される最適な構造物が局所最適なものである可能性を排除できないという問題点を有していた。すなわち、従来、探索範囲をどこにするのかは、技術者の経験と直感に頼らざるを得ず、どこに探索範囲を設定したかによって、導き出される構造物の最適化結果が左右されるという致命的欠陥を有していた。

【0007】

10

20

30

40

50

特に、最適化手法において、ある形状と配置における流れパターンを、目的の流れパターンに導くためには、どのような遷移段階を必要とするのか、その判断の指標とすべきものがなく、計算結果によって得られた流れに対して構造物の配置や形状を変えるなど流れ場の状況を制御するには、計算を試行錯誤的に何度も繰り返す必要があった。

【0008】

本発明は、上記問題点に鑑みてなされたもので、流れパターンの遷移に関する知見を得ることができる、流体遷移経路取得装置、流体遷移経路取得方法、および、プログラムを提供することを目的とする。

【課題を解決するための手段】

【0009】

このような目的を達成するため、本発明の流体遷移経路取得装置は、記憶部と制御部とを備えた流体遷移経路取得装置において、上記記憶部は、位相幾何学的な二次元流れ構造の全体または一部における、構造安定な流れパターンが、構造不安定な1つの中間状態の流れパターンを介して、他の構造安定な流れパターンに遷移可能か否かに関するパターン遷移情報を記憶し、上記制御部は、上記パターン遷移情報に基づいて、指定された構造安定な流れパターンから、位相幾何学的に採り得る別の構造安定な流れパターンへ至る遷移ルートに関する遷移情報を取得する遷移情報取得手段、を備えたことを特徴とする。

【0010】

また、本発明の流体遷移経路取得装置は、上記記載の流体遷移経路取得装置において、上記遷移情報は、上記別の構造安定な流れパターンに至る、構造不安定な中間状態の流れパターンに関する情報を含むことを特徴とする。

【0011】

また、本発明の流体遷移経路取得装置は、上記記載の流体遷移経路取得装置において、上記遷移情報取得手段は、上記パターン遷移情報に基づいて、指定された2つの上記構造安定な流れパターンについて、一方の上記構造安定な流れパターンから他方の上記構造安定な流れパターンに至るまでの上記遷移情報を取得することを特徴とする。

【0012】

また、本発明の流体遷移経路取得装置は、上記記載の流体遷移経路取得装置において、上記遷移情報取得手段は、上記構造不安定な1つの中間状態の流れパターンを介した遷移を1回の遷移として、上記一方の上記構造安定な流れパターンから上記他方の上記構造安定な流れパターンに至るまでの遷移回数を含む上記遷移情報を取得することを特徴とする。

【0013】

また、本発明の流体遷移経路取得装置は、上記記載の流体遷移経路取得装置において、上記遷移情報取得手段は、上記遷移回数が最小となる、上記一方の上記構造安定な流れパターンから上記他方の上記構造安定な流れパターンに至るまでの上記遷移情報を取得することを特徴とする。

【0014】

また、本発明の流体遷移経路取得装置は、上記記載の流体遷移経路取得装置において、上記構造安定な流れパターンは、一つの穴を有する単連結外部領域において位相幾何学的に採り得る2種類の流れパターンに加えて、二つの穴を有する二重連結外部領域において吸い込み湧き出し対を持たないパターンを追加した、合計3種類の流れパターンを規定するパターン語に対して、上記流れパターンに一つの穴を加える場合に位相幾何学的に採り得る5種類の操作を規定した操作語のうちいずれか一語を、追加された穴の数だけ付与することにより形成された語表現によって識別されており、上記パターン遷移情報は、上記構造不安定な1つの中間状態の流れパターンを介して、互いに遷移可能な上記構造安定な流れパターンが、上記語表現にて記述された情報であり、上記遷移情報取得手段は、指定された構造安定な流れパターンの語表現を基準として、上記パターン遷移情報に基づいて、上記遷移情報を取得することを特徴とする。

【0015】

10

20

30

40

50

また、本発明の流体遷移経路取得装置は、上記記載の流体遷移経路取得装置において、上記パターン遷移情報は、上記構造不安定な1つの中間状態の流れパターンを介して、互いに遷移可能な上記構造安定な流れパターン間の、上記語表現の上記操作語の変化情報を含み、上記遷移情報取得手段は、指定された2つの構造安定な流れパターン間の語表現の操作語の変化を基準として、上記変化情報に基づいて、上記遷移情報を取得することを特徴とする。

【0016】

また、本発明の流体遷移経路取得装置は、上記遷移情報取得手段は、上記指定された構造安定な流れパターンの語表現を基準として上記パターン遷移情報に基づいて取得した遷移ルートの候補が複数ある場合には、構造安定な流れパターンに1対1に対応する正規表現を使用して遷移ルートを1つに特定することを特徴とする。

10

【0017】

また、本発明の流体遷移経路取得装置は、上記遷移情報取得手段は、上記指定された2つの構造安定な流れパターン間の語表現の操作語の変化を基準として上記変化情報に基づいて取得した遷移ルートの候補が複数ある場合は、上記2つの構造安定な流れパターンの語表現に対応する正規表現をそれぞれ取得し、複数の遷移ルートの候補について、その遷移が起こるための部分表現が、一方の構造安定な流れパターンの語表現に対応する正規表現に含まれていない場合は、遷移ルートの候補から除外することを特徴とする。

【0018】

また、本発明の流体遷移経路取得装置は、上記遷移情報取得手段は、除外されなかった遷移ルートの候補が複数ある場合は、当該除外されなかった複数の遷移ルートの候補に対応する正規表現をそれぞれ取得し、上記除外されなかった複数の選択ルートの候補のうち、その正規表現が、他方の構造安定な流れパターンの語表現に対応する正規表現と一致するものを遷移パターンとして特定することを特徴とする。

20

【0019】

また、本発明の流体遷移経路取得装置は、上記正規表現は、上記流れパターンに1対1に対応するグラフ表現が作成され、作成されたグラフ表現に基づいて作成されたものであることを特徴とする。

【0020】

また、本発明の流体遷移経路取得装置は、上記グラフ表現は、上記流れパターンで規定される構造安定なハミルトンベクトル場 $H$ に対して、固有のルート付き、ラベル付き、及び向き有りのツリー $T_H = (V, E)$ を割り当て(但し、 $V$ は頂点と呼ばれる点の集合、 $E$ は、頂点の間を結ぶエッジの集合である)、平面グラフとして可視化したものであることを特徴とする。

30

【0021】

また、本発明の流体遷移経路取得装置は、さらに、流体中の物体に対して設計パラメータの候補を選択する場合に、上記設計パラメータの上限及び下限を設定し、当該設計パラメータの上限と下限で規定されるパラメータ領域から複数のパラメータを選択し、選択した複数のパラメータに対して、それぞれ流れの実験及び/又は数値計算を行い、実験及び/又は数値計算の結果に対して、上記語表現及び/又は上記正規表現を割り当て、割り当てた上記語表現及び/又は上記正規表現のうち、最適状態を示す上記語表現及び/又は上記正規表現を有する設計パラメータを、上記設計パラメータの候補として選択するシミュレーション手段を備えたことを特徴とする。

40

【0022】

また、本発明の流体遷移経路取得装置は、上記割り当てた上記語表現及び/又は上記正規表現が、最適状態を示す上記語表現及び/又は上記正規表現を有しない場合でも、上記流れパターンが1回の遷移で、上記語表現及び/又は上記正規表現が、最適状態を示す上記語表現及び/又は上記正規表現を有する場合は、上記設計パラメータの候補として選択するシミュレーション手段を備えたことを特徴とする。

【0023】

50

また、本発明の流体遷移経路取得方法は、記憶部と制御部とを備えたコンピュータにおいて実行される流体遷移経路取得方法において、上記記憶部は、位相幾何学的な二次元流れ構造の全体または一部における、構造安定な流れパターンが、構造不安定な1つの中間状態の流れパターンを介して、他の構造安定な流れパターンに遷移可能か否かに関するパターン遷移情報を記憶し、上記制御部において実行される、上記パターン遷移情報に基づいて、指定された構造安定な流れパターンから、位相幾何学的に採り得る別の構造安定な流れパターンへ至る遷移ルートに関する遷移情報を取得する遷移情報取得ステップ、を含むことを特徴とする。

#### 【0024】

また、本発明のプログラムは、記憶部と制御部とを備えたコンピュータに実行させるためのプログラムにおいて、上記記憶部は、位相幾何学的な二次元流れ構造の全体または一部における、構造安定な流れパターンが、構造不安定な1つの中間状態の流れパターンを介して、他の構造安定な流れパターンに遷移可能か否かに関するパターン遷移情報を記憶し、上記制御部において、上記パターン遷移情報に基づいて、指定された構造安定な流れパターンから、位相幾何学的に採り得る別の構造安定な流れパターンへ至る遷移ルートに関する遷移情報を取得する遷移情報取得ステップ、を実行させることを特徴とする。

#### 【0025】

また、本発明は記録媒体に関するものであり、上記記載のプログラムを記録したことを特徴とする。

#### 【発明の効果】

#### 【0026】

この発明によれば、位相幾何学的な二次元流れ構造の全体または一部における、構造安定な流れパターンが、構造不安定な1つの中間状態の流れパターンを介して、他の構造安定な流れパターンに遷移可能か否かに関するパターン遷移情報を記憶し、パターン遷移情報に基づいて、指定された構造安定な流れパターンから、位相幾何学的に採り得る別の構造安定な流れパターンへ至る遷移ルートに関する遷移情報を取得する。これにより、本発明は、流れパターンの遷移に関する知見を得ることができる、という効果を奏する。特に、この遷移情報により、位相構造の遷移順序が特定できるので、例えば、航空機等の設計上で理想の流れパターンとなるよう導くために、流れパターンの遷移順序を指標にして構造設計等を行うことができる。

#### 【0027】

また、本発明によれば、遷移情報は、別の構造安定な流れパターンに至る、構造不安定な中間状態の流れパターンに関する情報を含むので、構造安定な流れパターン間の遷移の中間状態を決定することができる、という効果を奏する。具体的には、飛行機の翼周りの流れ場の時間発展に対して、その各時刻における揚抗比といった翼の機能として重要な特性の変化がどうやって形成されるのか、どうやって失われるのか等のメカニズムが理解できるようになるため、翼機能の設計における改良の指針が得られ、最適化手法の効率化を図ることができる。

#### 【0028】

また、本発明によれば、パターン遷移情報に基づいて、指定された2つの構造安定な流れパターンについて、一方の構造安定な流れパターンから他方の構造安定な流れパターンに至るまでの遷移情報を取得するので、2つの構造安定な流れパターン間で遷移可能な場合に流れパターンの遷移ルートや、その間の中間状態の流れパターン等に関する知見を得ることができる、という効果を奏する。

#### 【0029】

また、本発明によれば、構造不安定な1つの中間状態の流れパターンを介した遷移を1回の遷移として、一方の構造安定な流れパターンから他方の構造安定な流れパターンに至るまでの遷移回数を含む遷移情報を取得するので、2つの流れパターンを移りあうのに、どれくらいの遷移が必要かを、遷移回数の多寡として取得することで、流れ構造の遠さ近さといった距離的な指標を得ることができる、という効果を奏する。

## 【0030】

また、本発明によれば、遷移回数が最小となる、一方の構造安定な流れパターンから他方の構造安定な流れパターンに至るまでの遷移情報を取得するので、最短の流れパターンの遷移ルートの知見を得ることができる、という効果を奏する。

## 【0031】

また、本発明によれば、構造安定な流れパターンは、一つの穴を有する単連結外部領域において位相幾何学的に採り得る2種類の流れパターンに加えて、二つの穴を有する二重連結外部領域において吸い込み湧き出し対を持たないパターンを追加した、合計3種類の流れパターンを規定する語に対して、流れパターンに一つの穴を加える場合に位相幾何学的に採り得る5種類の操作を規定した語のうちのいずれか一語を、追加された穴の数だけ付与することにより形成された語表現によって識別される。そして、パターン遷移情報は、構造不安定な1つの中間状態の流れパターンを介して、互いに遷移可能な構造安定な流れパターンが、語表現にて記述された情報であり、遷移情報を取得する際は、指定された構造安定な流れパターンの語表現を基準として、パターン遷移情報に基づいて、遷移情報を取得する。これにより、本発明は、流れパターンの位相幾何学的な遷移可能性を判定する場合に、語表現を用いてコンピュータが容易に扱えるようになる、という効果を奏する。

10

## 【0032】

また、本発明によれば、パターン遷移情報は、構造不安定な1つの中間状態の流れパターンを介して、互いに遷移可能な構造安定な流れパターン間の、語表現の操作語の変化情報を含み、指定された2つの構造安定な流れパターン間の語表現の操作語の変化を基準として、変化情報に基づいて遷移情報を取得する。これにより、本発明は、語表現の変化を基準として、効率よく遷移ルートを探索することができる、という効果を奏する。

20

## 【0033】

また、本発明によれば、指定された構造安定な流れパターンの語表現を基準としてパターン遷移情報に基づいて取得した遷移ルートの候補が複数ある場合には、流れパターンに1対1に対応する正規表現を使用して遷移ルートを1つに特定する。これにより、選択ルートの候補が複数ある場合でもパターンマッチングを行うことなく、遷移ルートを特定することが可能となるという効果を奏する。

## 【0034】

また、本発明によれば、指定された2つの構造安定な流れパターン間の語表現の操作語の変化を基準として変化情報に基づいて取得した遷移ルートの候補が複数ある場合は、2つの構造安定な流れパターンの語表現に対応する正規表現をそれぞれ取得し、複数の遷移ルートの候補について、その遷移が起こるための部分表現が、一方の構造安定な流れパターンの語表現に対応する正規表現に含まれていない場合は、遷移ルートの候補から除外する。これにより、遷移ルートの候補の部分表現と正規表現を比較するだけで、実際に遷移する可能性のない遷移ルートの候補を除外することが可能になるという効果を奏する。

30

## 【0035】

また、本発明によれば、除外されなかった遷移ルートの候補が複数ある場合は、当該除外されなかった複数の遷移ルートの候補に対応する正規表現をそれぞれ取得し、除外されなかった複数の選択ルートの候補のうち、その正規表現が、他方の構造安定な流れパターンの語表現に対応する正規表現と一致するものを遷移パターンとして特定する。これにより、正規表現同士を比較するだけで、遷移ルートを1つに特定することが可能となるという効果を奏する。

40

## 【0036】

また、本発明によれば、正規表現は、流れパターンに1対1に対応するグラフ表現が作成され、作成されたグラフ表現に基づいて作成されたものである。これにより、流れパターンと1対1に対応させることが可能な新たな表現方法を提供することが可能となるという効果を奏する。

## 【0037】

50

また、本発明によれば、グラフ表現は、流れパターンで規定される構造安定なハミルトンベクトル場  $H$  に対して、固有のルート付き、ラベル付き、及び向き有りのツリー  $T_H = (V, E)$  を割り当て（但し、 $V$  は頂点と呼ばれる点の集合、 $E$  は、頂点の間を結ぶエッジの集合である）、平面グラフとして可視化したものである。これにより、構造安定なハミルトンベクトル場に対して、固有のルート付き、ラベル付き、及び向き有りのツリーを平面グラフとして可視化したものをグラフ表現として提供することが可能となるという効果を奏する。

#### 【0038】

また、本発明によれば、さらに、流体中の物体に対して設計パラメータの候補を選択する場合に、設計パラメータの上限及び下限を設定し、当該設計パラメータの上限と下限で規定されるパラメータ領域から複数のパラメータを選択し、選択した複数のパラメータに対して、それぞれ流れの実験及び／又は数値計算を行い、実験及び／又は数値計算の結果に対して、語表現及び／又は正規表現を割り当て、割り当てた語表現及び／又は正規表現のうち、最適状態を示す語表現及び／又は正規表現を有する設計パラメータを、設計パラメータの候補として選択する。これにより、最初から理想的な状況の流れパターンの語表現や正規表現として設定しておいて、それが実現されるようパラメータ領域を探索することが可能となるという効果を奏する。こうして最適な設定を実現する設計パラメータの「候補」をできるだけ多くかつ速やかに探すことができるようになる。それらの候補から始めて、既知の最適化手法を行うことで多くのかつ実現性の高い設計パラメータが得られる可能性が高くなる。

#### 【0039】

また、本発明によれば、割り当てた語表現及び／又は正規表現が、最適状態を示す語表現及び／又は正規表現を有しない場合でも、1回の遷移で、語表現及び／又は正規表現が、最適状態を示す語表現及び／又は正規表現を有する場合は、設計パラメータの候補として選択する。これにより、1回の遷移で最適状態を示す語表現及び／又は正規表現を有するものをパラメータの候補として採用することが可能となるという効果を奏する。

#### 【図面の簡単な説明】

#### 【0040】

【図1】図1は、本実施形態で用いる語表現アルゴリズムの概要を示すフローチャートである。

【図2】図2は、流れのパターンを模式的に示した図である。

【図3】図3は、領域における構造安定な流れの位相的分類を行う特徴的な軌道（流線）を全て記述した図である。

【図4】図4は、初期構造となる3種類の構造安定な流れパターンを模式的に示す図である。

【図5】図5は、穴を一つ付け加えて構造安定な流れを構成する5種類の操作を模式的に示した図である。

【図6】図6は、二つの構造物と一様流がある場合の構造安定な流れパターンの全分類を示す図である。

【図7】図7は、構造不安定な軌道の例を示す図である。

【図8】図8は、 $D_z(M-1)$  における構造安定な流線パターンから穴を一つ追加して  $D_z(M)$  における  $h$ -不安定な流線パターンを生成する10個の操作を示す図である。

【図9-1】図9-1は、操作  $D_{0,1}$  によって生成される  $h$ -不安定な流線パターンを示す図（その1）である。

【図9-2】図9-2は、操作  $D_{0,2}$  によって生成される  $h$ -不安定な流線パターンを示す図（その2）である。

【図10】図10は、操作  $D_0$  によって生成される  $h$ -不安定な流線パターンとその摂動を示す図である。

【図11】図11は、操作  $E_{0,1}$  および  $E_0$  によって生成される  $h$ -不安定な流線パターンとその摂動を示す図である。

10

20

30

40

50

【図 1 2】図 1 2 は、操作  $D_{2, s}$  と  $D_2$  によって生成される h - 不安定な流線パターンとその摂動を示す図である。

【図 1 3】図 1 3 は、操作  $D_{2, s}$  によって生成された h - 不安定な流線パターンとその摂動を示す図である。

【図 1 4】図 1 4 は、操作  $D_2$  によって生成される h - 不安定な流線パターンとその摂動を示す図である。

【図 1 5】図 1 5 は、操作  $E_{2, s}$  と  $E_2$  によって生成される h - 不安定な流線パターンとその摂動を示す図である。

【図 1 6】図 1 6 は、二つ以上の穴を追加して構造安定な流線パターンから h - 不安定な流線パターンを生成する四つの操作を示す図である。

【図 1 7】図 1 7 は、操作  $s(2)$  と  $(2)$  によって生成される h - 不安定な流線パターンとその摂動を示す図である。

【図 1 8】図 1 8 は、操作  $(2)$  によって生成される h - 不安定な流線パターンとその摂動を示す図である。

【図 1 9】図 1 9 は、操作  $s(2n-1)$  と  $(2n-1)$  によって生成される h - 不安定な流線パターンとその摂動を示す図である。

【図 2 0】図 2 0 は、p - 不安定なパターンとその摂動を示す図である。

【図 2 1】図 2 1 は、 $D_z(M-1)$  における構造安定な流れ場に対して、pinching orbit を一つ追加して p - 不安定な流線パターンを生成する操作を示す図である。

【図 2 2】図 2 2 は、操作  $s_1$  で生成される p - 不安定な流線パターンとその摂動を示す図（その 1）である。

【図 2 3】図 2 3 は、操作  $s_1$  で生成される p - 不安定な流線パターンとその摂動を示す図（その 2）である。

【図 2 4】図 2 4 は、操作  $M_{1, s}$  によって生成される p - 不安定な流線パターンとその摂動を示す図である。

【図 2 5】図 2 5 は、操作  $M_{1, i}$  と  $M_{1, o}$  によって生成される p - 不安定な流線パターンとその摂動を示す図である。

【図 2 6】図 2 6 は、二つの構造安定な流線パターンの間の中間状態として現れる h - 不安定な流線パターンのリストを示す図である。

【図 2 7】図 2 7 は、二つの構造安定な流線パターンの間の中間状態として現れる h - 不安定な流線パターンのリストを示す図である。

【図 2 8】図 2 8 は、二つの構造安定な流線パターンの間の中間状態として現れる p - 不安定な流線パターンのリストを示す図である。

【図 2 9】図 2 9 は、本実施形態が適用される流体遷移経路取得装置 100 の一例を示すブロック図である。

【図 3 0】図 3 0 は、流体遷移経路取得装置 100 の処理の一例を示すフローチャートである。

【図 3 1】図 3 1 は、流体遷移経路取得装置 100 における、指数の差を用いた遷移ルート探索処理の一例を示すフローチャートである。

【図 3 2】図 3 2 は、二次元外部領域内において、有限の厚みを持つ薄い一枚の平板が、一様流中の物体として、一様流に対して一定の角度で傾いておかれている場合を模式的に示した図である。

【図 3 3】図 3 3 は、物体周りの流れの数値計算結果を示す図である。

【図 3 4】図 3 4 は、物体周りの流れの数値計算結果を示す図である。

【図 3 5】図 3 5 は、時刻  $t = 5.5$  から  $7.7$  の時間発展の間に起こった遷移を示す図である。

【図 3 6】図 3 6 は、パターン語の割り当て処理の一例を示すフローチャートである。

【図 3 7】図 3 7 は、アルゴリズム B における I 系列の操作語の割り当て処理の一例を示すフローチャートである。

10

20

30

40

50

【図38】図38は、アルゴリズムBにおけるI系列の操作語の割り当て処理の一例を示すフローチャートである。

【図39】図39は、アルゴリズムBにおけるII系列の操作語の割り当て処理の一例を示すフローチャートである。

【図40】図40は、アルゴリズムBにおけるO系列の操作語の割り当て処理の一例を示すフローチャートである。

【図41】図41は、アルゴリズムB(I, II-Word algorithm)におけるI, II系列の操作語の割り当て処理の他の例を示すフローチャートである。

【図42】図42は、アルゴリズムB(I, II-Word algorithm)におけるI, II系列の操作語の割り当て処理の他の例を示すフローチャートである。

10

【図43】図43は、アルゴリズムB(O-Word algorithm)におけるO系列の操作語の割り当て処理の他の例を示すフローチャートである。

【図44】図44は、実施の形態2に係る流れパターンの正規表現作成方法を説明するためのフローチャートである。

【図45】図45は、図44のグラフ表現作成工程の一例を説明するためのフローチャートである。

【図46】図46は、操作 $B_0, B_2, C$ によって生成されるすべての流れパターンとそれに対応して連結部分集合(頂点集合)に励起される親子関係を示す図である。

【図47-A】図47-Aは、O系列におけるsaddle connection diagramのツリーへの変換処理を説明するためのフローチャートである。

20

【図47-B】図47-Bは、O系列におけるsaddle connection diagramのツリーへの変換処理を説明するためのフローチャートである。

【図47-C】図47-Cは、O系列におけるsaddle connection diagramのツリーへの変換処理を説明するためのフローチャートである。

【図47-D】図47-Dは、O系列におけるsaddle connection diagramのツリーへの変換処理を説明するためのフローチャートである。

【図47-E】図47-Eは、O系列におけるsaddle connection diagramのツリーへの変換処理を説明するためのフローチャートである。

【図48】図48は、ルートとなる連結成分を $C_H = D_z(M) \setminus D$ から選ぶ方法を説明するための図である。

30

【図49】図49は、操作 $A_0, A_2, C$ によって生成されるss-saddle connection diagramの局所構造とそれに対応して得られるグラフ表現の可視化を示す図である。

【図50-A】図50-Aは、I, II系列におけるss-saddle connection diagramのツリーへの変換処理を説明するためのフローチャートである。

【図50-B】図50-Bは、I, II系列におけるss-saddle connection diagramのツリーへの変換処理を説明するためのフローチャートである。

【図50-C】図50-Cは、I, II系列におけるss-saddle connection diagramのツリーへの変換処理を説明するためのフローチャートである。

40

【図50-D】図50-Dは、I, II系列におけるss-saddle connection diagramのツリーへの変換処理を説明するためのフローチャートである。

【図51-A】図51-Aは、 $IA_0C$ なる語表現をもつ構造安定な流線パターンのグラフ表現とその正規表現を示す図である。

【図51-B】図51-Bは、ツリーの正規表現への変換処理を説明するためのフローチャートである。

【図52】図52は、実施の形態2が適用される流体遷移経路取得装置101の一例を示

50

すブロック図である。

【図 5 3】図 5 3 は、流体遷移経路取得装置 1 0 1 における、指数の差を用いた遷移ルート探索処理の一例を示すフローチャートである。

【図 5 4】図 5 4 は、一様流中におかれた一枚平板の  $t = 5.5$  から  $t = 7.7$  までの時間発展とその流線パターンの位相構造、その極大語表現、及びその正規表現である。

【図 5 5】図 5 5 は、時刻  $t = 5.5$  から  $7.7$  の時間発展の間に起こった遷移を示す図である。

【図 5 6】図 5 6 は、語表現と正規表現を使用した流体中の物体の設計方法を説明するためのフローチャートである。

【図 5 7】図 5 7 は、語表現と正規表現を使用した流体中の物体の設計方法を説明するための具体例の一例を説明するための図である。 10

【図 5 8】図 5 8 は語表現と正規表現を使用した流体中の物体の設計方法を説明するための具体例の一例を説明するための図である。

【発明を実施するための形態】

【0 0 4 1】

以下に、本発明にかかる流体遷移経路取得装置、流体遷移経路取得方法、および、プログラムの実施形態を図面に基づいて詳細に説明する。この実施形態によりこの発明が限定されるものではない。

【0 0 4 2】

『実施の形態 1』

20

[ 本発明の実施形態の概要 ]

以下、本発明の実施形態の概要について図 1 ~ 図 2 8 を参照して説明し、その後、本実施形態の構成および処理等について詳細に説明する。

【0 0 4 3】

まず、本実施の形態は、位相幾何学的な二次元流れ構造の全体または一部における、構造安定な流れパターン（以下、「流線パターン」とも称する）が、構造不安定な 1 つの中間状態の流れパターンを介して、他の構造安定な流れパターンに遷移可能か否かに関するパターン遷移情報を記憶する。なお、このようなパターン遷移情報を網羅的に取得する方法については後述する。

【0 0 4 4】

30

そして、本実施の形態は、パターン遷移情報に基づいて、指定された構造安定な流れパターンから、位相幾何学的に採り得る別の構造安定な流れパターンへ至る遷移ルートに関する遷移情報を取得する。すなわち、本実施の形態は、指定された構造安定な流れパターンを出発点として、別の構造安定な流れパターンへ至る遷移ルートを探索する。本実施の形態は、全ての採り得る経路を導出してもよい。例えば、指定された構造安定な流れパターンを出発点として、パターン遷移情報を参照して、構造不安定な 1 つの中間状態の流れパターンを介した 2 番目の構造安定な流れパターンを全て書き出してもよい。そして、2 番目の構造安定な流れパターンのそれぞれを出発点として、パターン遷移情報を参照して、構造不安定な 1 つの中間状態の流れパターンを介した 3 番目の構造安定な流れパターンを全て書き出してもよい。このように上述の処理を繰返すことにより、全ての採り得る遷移ルートを算出してもよい。なお、道路等の経路探索と同様に、構造安定な流れパターンをノードと考えて、構造不安定な 1 つの中間状態の流れパターンを介した 1 回の遷移をリンクと考えて、公知の経路探索手法等を用いて遷移ルートを探索してもよい。

40

【0 0 4 5】

ここで、本実施の形態は、遷移情報は、別の構造安定な流れパターンに至る、構造不安定な中間状態の流れパターンに関する情報を含んでもよい。すなわち、本実施の形態は、遷移ルートとして、構造安定な流れパターンの遷移順序のみを取得するのではなく、その間の構造不安定な中間状態の流れパターンも遷移ルートの一部として遷移情報を取得してもよい。

【0 0 4 6】

50

また、本実施の形態は、パターン遷移情報に基づいて、指定された2つの構造安定な流れパターンについて、一方の構造安定な流れパターンから他方の構造安定な流れパターンに至るまでの遷移情報を取得してもよい。より具体的には、本実施の形態は、指定された、一方の構造安定な流れパターンを出発点として、他方の構造安定な流れパターンを到達点として、その間の遷移ルートを探索してもよい。なお、2つの構造安定な流れパターン間に遷移ルートがない場合は、遷移不可能との結果を遷移情報として取得する。

【0047】

また、本実施の形態は、構造不安定な1つの中間状態の流れパターンを介した遷移を1回の遷移として、一方の構造安定な流れパターンから他方の構造安定な流れパターンに至るまでの遷移回数を含む遷移情報を取得してもよい。すなわち、2つの流れパターン間における、流れ構造の遠さ近さといった距離的な尺度として、遷移回数を取得してもよい。

【0048】

また、本実施の形態は、遷移回数が最小となる、一方の構造安定な流れパターンから他方の上記構造安定な流れパターンに至るまでの遷移情報を取得してもよい。すなわち、本実施の形態は、遷移回数を指標として、遷移ルートの最短ルートを算出してもよい。

【0049】

流れパターンの位相構造をコンピュータに取り扱い易くするために、流れパターンを語表現で識別(ラベル)してもよい。例えば、一つの穴を有する単連結外部領域において位相幾何学的に採り得る2種類の流れパターンに加えて、二つの穴を有する二重連結外部領域において吸い込み湧き出し対を持たないパターンを追加した、合計3種類の流れパターンを規定するパターン語に対して、流れパターンに一つの穴を加える場合に位相幾何学的に採り得る5種類の操作を規定した操作語のうちのいずれか一語を、追加された穴の数だけ付与することにより形成された語表現によって構造安定な流れパターンを識別してもよい。このように、流れパターンを語表現で識別することで、本実施の形態は、構造不安定な1つの中間状態の流れパターンを介して、互いに遷移可能な上記構造安定な流れパターンが、語表現にて記述されたパターン遷移情報に基づいて、指定された構造安定な流れパターンの語表現を基準として遷移情報を取得することができる。また、パターン遷移情報に、構造不安定な1つの中間状態の流れパターンを介して、互いに遷移可能な構造安定な流れパターン間の、語表現の操作語の変化情報を含めることで、本実施の形態は、指定された2つの構造安定な流れパターン間の語表現の操作語の変化を基準として、変化情報に基づいて遷移情報を取得してもよい。

【0050】

なお、本実施の形態において、この語表現を形成させるアルゴリズムを、「語変換アルゴリズム」と呼ぶ。なお、「語変換アルゴリズム」について、その数学的な詳細は公表論文(T. Yokoyama and T. Sakajo, "Word representation of streamline topology for structurally stable vortex flows in multiply connected domains", Proc. Roy. Soc. A 469 (2013) doi: 10.1098/rspa.2012.0558)を参照することができる(以下、「公表論文(2013)」と呼ぶ)。

【0051】

以上が、本実施の形態の概要である。

【0052】

[語変換アルゴリズム]

ここで、上述した語表現を形成させる語変換アルゴリズムの概要について以下に説明する。ここで、図1は、本実施形態の語表現アルゴリズムの概要を示すフローチャートである。

【0053】

図1に示すように、まず、本実施形態は、位相幾何学的にN個の穴を有する連結外部領域における流れパターンの語表現を形成させるために、一つの穴を有する単連結外部領域

において位相幾何学的に採り得る 2 種類の流れパターンに加えて、二つの穴を有する二重連結外部領域において吸い込み湧き出し対を持たないパターンを追加した、合計 3 種類の流れパターンを規定するパターン語（例えば、 $I$ 、 $II$ 、 $O$ ）のうちのいずれか一語を付与する（ステップ SA - 1）。

【 0 0 5 4 】

そして、本実施形態は、ステップ SA - 1 にて付与された語に対して、流れパターンに一つの穴を加える場合に位相幾何学的に採り得る 5 種類の操作を規定した操作語（例えば、 $A_0$ 、 $A_2$ 、 $B_0$ 、 $B_2$ 、 $C$ ）のうちのいずれか一語を付与し（ステップ SA - 2）、当該ステップ SA - 2 の処理を穴の数が  $N$  個となるまで繰り返し行うことにより（ステップ SA - 3）、 $N$  個の穴を有する連結外部領域に対応する語表現を形成させる。なお、この例では、パターン語の付与（ステップ SA - 1）が先に行われ、操作語の付与（ステップ SA - 2）が後に行われるが、これに限られず、操作語の付与を先に行い、後にパターン語の付与を行ってもよいものである。

【 0 0 5 5 】

ここで、本実施形態において、「連結外部領域」とは、単連結外部領域と多重連結外部領域を含む表現であり、「単連結外部領域」とは、二次元（平面）の中にある領域で、一つの穴があいたものをいい、「多重連結外部領域」とは、二次元（平面）の中にある領域で、複数の穴があいたものをいう。ここでいう「穴」という表現は、数学的な抽象表現であるが、応用上はさまざまな表現形態であってもよい。例えば、乗り物が移動した際に相対的に発生する一様な流れに注目した場合、一様流に沿った乗り物の断面に構造物が一つ又は複数あった状況があれば、その領域は単連結外部領域または多重連結外部領域として扱える。例えば、空気中を進む航空機等の飛行物体や、空気中を進む電車や自動車等の地上走行車両、海上または海中を進む船等の乗り物についても、一または複数の穴と、単連結または多重連結の連結外部領域として扱える。換言すれば、「流れの中に一または複数の障害物がある」ような流れを、本実施形態では、連結外部領域における流れとして扱う。また、孤立した渦構造や周囲に周期軌道を持つような流れ構造（楕円型の停留点など）も「穴」とみなすことができる。

【 0 0 5 6 】

上述のように、流れパターンに対して語表現を割り当てることによって、連結外部領域における流れの位相的分類が可能となる。位相的というのは数学の専門用語であり、トポロジー（位相幾何学）とも呼ばれる幾何学の一分野を指す。古典的な幾何学では、三角形や四角形はその角の数の違いにより異なる図形と見なすが、位相幾何学の立場ではそういった細かい情報を見ず、三角形と四角形を例えば輪ゴムを変形させて互いに移りあえるという立場にたって同じ図形と見なす。すなわちすべての多角形は、円と同じと見なす。一方で、円の中にもう一つ円がくりぬかれているような円環領域があったときに円と円環領域は一つの輪ゴムの変形では互いに変形できないので、異なる図形と見なす。連結外部領域では、空いている穴の数が異なれば、それらの図形は位相的に異なると見なす一方で、穴の形さえ同じであれば、その穴の形が円であろうが三角形であろうが線分であろうが同じものとみなす。このような理由から流れの領域を特徴づけるのは穴の数のみであるため、本実施形態では、穴の数  $M + 1$  に対して連結外部領域を  $D(M)$  と表現する。例えば、穴が 1 つのみの場合は、単連結外部領域  $D(0)$  であり、穴が 2 つ在る場合は、二重連結外部領域  $D(1)$  となる。

【 0 0 5 7 】

流れの位相的分類を扱うときは、流れを特徴づけるある特定の構造（「位相構造」と呼ぶ。）を捕まえて、その特定の構造をもった流れが二つあったときに、その双方を特定の構造の連続的な（すなわち切ったり貼ったりしない）変形によって互いに変形できないものは異なる流れと見なす。

【 0 0 5 8 】

[ 流れの構成要素の説明 ]

10

20

30

40

50

ここで、本実施形態において扱う流れの構成要素について図2～図4を参照して説明する。本実施形態における「流れ」として非圧縮流れを扱ってもよい。流体の非圧縮性とは、力を加えてもほとんどその体積を変えないような性質をいう。通常の水や大気の流れは、日常生活のスケールで考える場合は、こうした流れの枠組みで考えても概ね差し支えない。なお、本発明は、これに限られず、圧縮性のある流れを計算上取り扱ってもよい。

【0059】

また、本実施形態における流体は、非粘性流体として扱ってもよい。非粘性流体は、境界条件を「すべり条件」として扱うことができる。なお、粘性流体では、境界条件が「ゼロ境界条件」となるが、粘性流体でも、粘性が大きくないとき、境界付近は渦が層状の流れとなっており、その流れの外側境界を、仮想的に拡張することで「すべり条件」として扱うことができる。したがって、本実施形態では、特に、非粘性流体における語変換アルゴリズムにおいて説明することがあるが、適切な境界の拡張により、粘性流体についても本実施形態を適用することができる。

【0060】

本実施形態で扱う流れの構成要素は、以下の3つである。一つは障害物、一つは渦(vortex)、一つは一樣流(uniform flow)である。障害物は連結外部領域における穴のことであり、この形状は位相的分類を考えている上で円としておいても数学的に与える結果に影響はないことが一般的な流体の数学理論から導くことができる。ここで、図2は、流れのパターンを模式的に示した図である。なお、図2(c)は、4つの-saddle点(定義は後述)を持つ境界を模式的に示している。

【0061】

図2(a)に示すように、渦はそのまわりで回転する流れを作る要素である。一樣流とは、川の流れでいえば基本的な流れのことであり、領域全体を横切るような流れである。また、乗り物等の移動物体の場合、一樣流とは、その乗り物に乗っている観察者から見た、相対的な気流や水流等の流れである。すなわち、移動物体の座標系においては、実際には空気や水が静止していても、無限遠点から流れてくる相対的な流れを観念することができる。

【0062】

一樣流を構成する要素は、吸い込み湧き出し対(1-source-sink point)と呼ぶ(数学的定義は、公表論文(2013)のDefinition 2.1参照)。

【0063】

ここで、一樣流ではなく吸い込み湧き出し対と呼ぶことには理由がある。その理由の説明のため、いくつかの数学的な解説を以下に行う。一樣流が存在するとき、考えている流れの領域は無限に広がる平面であり、その中に一つまたは複数の穴(障害物)が埋め込まれているような連結外部領域であるが、このような流れを模式的(Schematic)に表現する上では扱いにくい。そのため、数学におけるstereographic projection(ステレオ射影・立体射影)と呼ばれる射影法によって、平面を球面の上に投影して扱ってもよい。この場合、平面における無限遠点は球面の北極に、平面の原点は南極に対応させることができる。

【0064】

このようにしておくこと、一樣流は球面の北極における流れの湧き出しと吸い込み対といった流れ構造となり、図2(b)のような流れ場に対応していることが数学的に示せる。さらに模式的に流れ場を表現するためには、球面は対称性の高い形状であるということを利用して、北極と南極の位置を適当にずらすことができるので、無限遠点を南極に、ある円形の穴(障害物)の中心を北極にあわせてから、再びstereographic projectionを使って平面に投影すると、南極に対応する原点付近の近くでは図2(b)のような流れができる。さらに無限遠点に中心を持つ円境界は平面の外側円境界に投影されるので、結果として平面全体の流れ場が、例えば図3のような形の有界な領域として表現できる。なお、連結外部領域D(M)をこの変換方法により、無限遠点の吸い

込み湧き出し対を原点に、また、 $M + 1$  個の境界の 1 つを選んで、それを単位円外部領域に移したときに得られる、 $M$  個の境界をその内部に含む単位円内部の連結領域を  $D_z(M)$  と書く。以後の記載はすべてこの  $D_z(M)$  を用いて行う。したがって、図 2 (b) のような表現は適切な射影法を通じて、平面全体の中に一樣流が入っている流れと等価なものである。本実施形態の説明では、流れを模式的に示すために便利であることから、このような射影法を用いて図に表現する場合がある。

【0065】

図 3 は、このような連結領域  $D_z(M)$  における構造安定な流れの位相的分類を行う特徴的な軌道（流線）を全て記述した図である。図 3 (a) に示すように、まず吸い込み湧き出し対から出て自分自身に戻ってくる軌道を  $ss - orbit$  と呼ぶ。この線一本一本が連結外部領域での一樣流の流線を表す。次に、図 3 (b) に示すように、吸い込み湧き出し対から出て境界の上につながる軌道を  $ss - saddle connection$  と呼び、図 3 (c) に示すように、その軌道がつながっている境界上の点を  $ss - saddle$  と呼ぶ。

【0066】

また、図 3 (e) に示すように、吸い込み湧き出し対からではなく、ある境界の上の点から出て同じ境界上の点につながる軌道を  $- saddle connection$  と呼び、図 3 (d) に示すように、これによってつながれている境界上の点を  $- saddle$  と呼ぶ。また、図 3 (h) に示すような、境界上にない双曲型の停留点を  $saddle point$  (サドル点) と呼ぶが、図 3 (f) に示すように、吸い込み湧き出し対から出る軌道で、この  $saddle point$  につながる軌道を  $ss - saddle connection$  と呼ぶ。また、図 3 (g) に示すように、境界や渦の回りを作る閉曲線軌道を  $closed orbit$  と呼び、図 3 (i) に示すように、 $saddle point$  から出てそれ自身に戻るような軌道を  $homoclinic saddle connection$  と呼ぶ。対象とする構造安定な流れは、これらの軌道の組み合わせによってしか表現されないことが数学的に証明できる。

【0067】

本実施形態では、上述したステップ SA - 2 において、穴の数が  $M$  個ある連結外部領域  $D_z(M - 1)$  の流れに、一つの穴とそれに伴う流れの構造を付け足すことで、一つ穴の多い多重連結外部領域  $D_z(M)$  の流れ場を帰納的に構成していく。そのため、もっとも簡単な穴が一つの単連結外部領域  $D_z(0)$  や、二重連結外部領域  $D_z(1)$  で、これらの帰納的構成の初期構造になるものをステップ SA - 1 で与えている。

【0068】

具体的には、上述した基本となる流れパターンは、3 種類あり、

1) 吸い込み湧き出し対をもち、二つの  $ss - saddle connection$  をもつパターン I、

2) 吸い込み湧き出し対をもち、一つの  $saddle point$ 、それを結ぶ  $homoclinic saddle connection$  と二つの  $ss - saddle connection$  をもつパターン II、および

3) 吸い込み湧き出し対をもたないパターン O、

である。ここで、図 4 は、初期構造となる 3 種類の構造安定な流れパターンを模式的に示す図である。

【0069】

すなわち、図 4 (a) と (b) に示すように、穴が一個の単連結外部領域  $D_z(0)$  にある流れは、パターン I とパターン II の 2 種類存在する。これらのパターンは、ともに吸い込み湧き出し対を持ち、数学的にはこれら 2 種類しかないことが証明できる。一樣流を仮定した吸い込み湧き出し対を持つような流れに対して、原則的には二重連結外部領域  $D_z(1)$  は、これらから構成されるが、吸い込み湧き出し対を持たない流れはここから構成されないため、その流れを構成するために必要な初期流れが図 4 (c) に模式的に示されるパターン O である。なお、これらの位相構造は表現の簡便さのため、吸い込み湧き

出し対を丸囲み $S$ と図示し、 $ss-orbit$ や $closed orbit$ は、無限に存在するので表現せず、以後、模式的に図4(d)や(e)のように簡略的に表す。また、図4(c)に示すように、吸い込み湧き出し対を持たない二重連結外部 $D_z(1)$ における流れのパターンの $closed orbit$ も、すべて書かないで図4(f)のように簡略に記す。

【0070】

[操作語の説明]

帰納的に流れを構成していくために、穴を一つとそれに伴う流れの構造を追加するという「操作」について、図5および図6を参照して説明する。すなわち、穴の数が $M$ 個ある連結外部領域 $D_z(M-1)$ の流れに、一つの穴を加えて多重連結外部領域 $D_z(M)$ の流れを求める操作について説明する。

【0071】

上述したステップSA-2において、位相幾何学的に採り得る5種類の操作は、

- 1) 一本の $ss-orbit$ を、一つの $saddle point$ 、それを結び内部に穴をもつ $homoclinic saddle connection$ と二つの $ss-saddle connection$ に置き換える $A_0$ 操作、
- 2) 一本の $ss-orbit$ を、二つの $ss-saddle connection$ と新たに追加した境界上の二つの $-saddle$ に置き換える $A_2$ 操作、
- 3) 一本の $closed orbit$ を、一つの穴と $saddle point$ を追加して8の字をした2本の $homoclinic saddle connection$ に置き換える $B_0$ 操作(このパターンを以後Figure Eightパターンと呼ぶ。)

4) 一本の $closed orbit$ を、新たに追加した穴の境界上に二つの $-saddle$ をつけて一本の $-saddle connection$ でつなぐような軌道に置き換える $B_2$ 操作、および、

5) 既に $2k$ 個( $k > 0$ )の $-saddle$ をもつ境界に、新たに二つの $-saddle$ を付け加えて一本の $-saddle connection$ でつなぎ内部に新たに付け加えた穴を置く $C$ 操作、

である。ここで、図5は、穴を一つ付け加えて構造安定な流れを構成する5種類の操作を模式的に示した図である。

【0072】

図5(a)に示すように、操作 $A_0$ と $A_2$ は一本の $ss-orbit$ に対して行われる。また、図5(b)に示すように、操作 $B_0$ と $B_2$ は、一本の $closed orbit$ に対して行われる。また、図5(c)に示すように、操作 $C$ は、既に $-saddle$ を持つ境界に対して行われる。なお、構造安定性を維持しながらそのようなことを可能にする操作が、上記の5種類しかないことが数学的に証明可能である(公表論文(2013)のTheorem 3.1, Corollary 3.1, Theorem 3.2参照)。このステップを繰り返してできる流れパターン図を、パターンI, IIから始めたときは $ss-saddle connection diagram$ と呼び、パターンOから始めたときは、 $saddle connection diagram$ と呼ぶ。

【0073】

ステップSA-1で与えた初期構造の3種類の流れパターンI, II, Oから、これらの操作を行って一つずつ穴を増やす( $M \rightarrow M+1$ )ことで、多くの穴を持つ領域における流れが帰納的に構成されるので、本実施形態では、その操作を表す操作語の列を文字列と見なして列挙することで、流れ場の語表現(Word representation)を得ることができる。ここで、図6は、二つの構造物と一様流がある場合の構造安定な流れパターンの全分類を示す図である。図6に示すように、単連結外部領域 $D_z(0)$ における初期構造のパターンI, IIに対して、操作語を付与することで、二重連結外部領域 $D_z(1)$ における全ての流れパターンを記述することができる。ただし、図6に示す全ての流れパターンは、2種類(I, II)  $\times$  5種類( $A_0, A_2, B_0, B_2, C$ )の計

10種類とはなっていない。すなわち、操作語は、5種類の操作語を任意に並べてできるわけではなく、数学的な理由から様々な制約がつく。

【0074】

ここで、制約について説明すれば以下ようになる。すなわち、図5を用いて上述したように、操作 $A_0$ と $A_2$ は、一本の $ss-orbit$ に対して行われるので、この操作を行う前提として、一本の $ss-orbit$ の存在が不可欠となる。また、操作 $B_0$ と $B_2$ は、一本の $closed-orbit$ に対して行われるので、この操作を行う前提として、一本の $closed-orbit$ の存在が不可欠である。また、操作Cは、 $-saddle$ を持つ境界に対して行われるので、この操作を行う前提として、 $-saddle$ を持つ境界の存在が不可欠となる。そのため、パターン語をI, II, Oのどこからはじめるかによって並べ方のルールは異なる。上記の制約条件に基づいて導出される、各パターン語I, II, Oからはじまる文字列の並べ方のルールについて、以下に説明する。

【0075】

まず、湧き出し吸い込み対を持たないOのパターン語からはじめる場合には、次のようなルールがある。Oから始まる語表現に対して、それが構造安定な流れを表すために以下が必要十分である。

O-1) 実際に施すことができる操作は、 $B_0$ ,  $B_2$ , Cのみであり、その結果、Oから始まる語表現はこれら三つの語を列挙したものとなる。

O-2) 操作列の語表現においてCの語が含まれるためには、それ以前に必ず $B_2$ が存在しなければならない。

【0076】

このような文字列をO系列の語(O-Word)と呼び、そのルールの正しさは数学的に証明可能である(公表論文(2013)のLemma 3.1参照)。

【0077】

次に、パターン語Iから始まる語表現については、以下のルールが成り立つ必要がある。

I-1) 実施可能な操作は $A_0$ ,  $A_2$ ,  $B_0$ ,  $B_2$ , Cの全てであり、その結果、Iから始まる語表現はこれら5種類の操作語を列挙したものである。

I-2) 操作列の語表現において、 $B_0$ あるいは $B_2$ の語が含まれるためには、それ以前に必ずCか $A_0$ が存在しなければならない。

【0078】

このような文字列をI系列の語(I-Word)と呼び、そのルールの正しさは数学的に証明可能である(公表論文(2013)のLemma 3.3参照)。

【0079】

最後にパターン語IIから始まる語表現については、以下のルールが成り立つ必要がある。

II-1) 実施可能な操作は $A_0$ ,  $B_0$ ,  $B_2$ , Cであり、その結果、IIから始まる語表現はこれら四つの語を列挙したものである。

II-2) 操作列の語表現においてCの語が含まれるためには、それ以前に必ず $B_2$ が存在しなければならない。

【0080】

このような文字列をII系列の語(II-Word)と呼び、そのルールの正しさは数学的に証明可能である(公表論文(2013)のLemma 3.4参照)。

【0081】

これらの語表現群に対して、重複する語表現や、包含される語表現等を排除することにより得られる語表現を、極大語表現(maximal word representation)と呼ぶ。例えば、極大語表現は、以下の表で示される包含関係に従って、語表現を入れ替えて、重複や包含関係のない語表現を形成させてもよい。なお、下表において「=」は一致関係、「 $\subset$ 」または「 $\supset$ 」は包含関係を示す。唯一の例外は $B_2$ とCであり、これは入れ替えても包含関係が成立しないので、この二つは入れ替えることができない

ので、このことを、 $B_2 C \parallel C B_2$ と象徴的に表している。なお、極大語表現を用いるのは、重複や包含関係がなく扱い易いからであり、本実施の形態を行うために必須ではない。例えば、本実施の形態のパターン遷移情報において、重複や包含関係を許して語表現が割り当てられていれば（例えば、1つの構造安定な流れパターンに、対応する複数の語表現が割り当てられていれば）、極大語表現を用いることは必須ではない。また、後に示すアルゴリズムBやその亜種などのようにアルゴリズムが一つ決まれば、与えられた流れに対して一意に語表現を割り当てることができる。

【表1】

	$A_0$	$A_2$	$B_0$	$B_2$	C
$A_0$	=	=	≤	≤	=
$A_2$		=	=	=	≤
$B_0$			=	≤	≥
$B_2$				=	
C					=

## 【0082】

以上のように、流れパターンの語表現によって、その流線構造が文字によって表現されることで、起こりうる全ての流れパターンが分類可能になる。

## 【0083】

## [パターン遷移情報]

つづいて、本実施の形態のパターン遷移情報について説明する。なお、流れ場には、上述したアルゴリズムを使って既に一意な極大語表現がラベル付けされているとしてよい。ただし、本実施の形態は、上述のようにパターン遷移情報に重複や包含関係を許して語表現の割り当てを行えば、極大語表現を用いることに限られない。

## 【0084】

本実施の形態のパターン遷移情報は、2つの構造安定な流線パターンにそれぞれ極大語表現 $W_1$ と $W_2$ が与えられていたときに、その2つの流線パターンが、ある1つの中間状態を経て互いに移りあえるかどうかを判定して、遷移可能な場合に、その中間状態の流線パターンの候補を特定した情報である。

## 【0085】

本実施の形態のパターン遷移情報の求め方の一例について説明する。まず、与えられた構造安定な流線パターンの極大語表現を $W$ とするとき、その「指数」を以下のように定義する。

## 【0086】

## 定義2.1

極大語表現 $W$ に対して、 $a_0(W)$ 、 $a_2(W)$ 、 $b_0(W)$ 、 $b_2(W)$ および $c(W)$ をそれぞれ $W$ の中に含まれる $A_0$ 、 $A_2$ 、 $B_0$ 、 $B_2$ 、 $C$ の文字の数とする。このとき、 $W$ が、O系列の極大語(maximal O-word)、I系列の極大語(maximal I-word)、II系列の極大語(maximal II-word)であるとき、その指数(index)をそれぞれ以下のように定義する。

$$\text{ind}_O(W) = (0, 0, b_0(W), b_2(W), c(W))$$

$$\text{ind}_I(W) = (a_0(W), a_2(W) + 1, b_0(W), b_2(W), c(W))$$

$$\text{ind}_{II}(W) = (a_0(W) + 1, a_2(W), b_0(W), b_2(W), c(W))$$

)

## 【0087】

また、極大語表現 $W$ の中に含まれる文字の部分列(必ずしも隣り合う必要はない) $S$ を $W$ の部分語(subword)と呼ぶ。

## 【0088】

## 定義2.2

20

30

40

50

極大語表現が  $W = O_0 O_1 \dots O_k$  と与えられているとする。ただし、 $O_0$  は  $O$  ,  $I$  ,  $II$  のいずれか、 $O_i$  ( $1 \leq i \leq k$ ) は  $A_0, A_2, B_0, B_2, C$  のいずれかである。このとき  $W$  に含まれる文字列の一部、すなわち  $S = O_{i_1} \dots O_{i_l}$  ( $0 \leq i_1 < \dots < i_l \leq k$ ) を  $W$  の部分語 (subword) とよび、 $S \subseteq W$  のように記述する。

【0089】

なお、この定義において  $i_1 = 0$  となる場合も許していることから、部分語  $S$  の中には  $O$  ,  $I$  ,  $II$  といった三種類のパターン語を表す文字も含めることができる。

【0090】

ここで、与えられた2つの極大語表現  $W_1, W_2$  に対して、それらが表している構造安定な流線パターンの位相構造の間に起こる遷移状態 (中間状態) を与える。このような遷移状態は、わずかな摂動を加えることで直ちに2つ以上の構造安定なパターンへと変化するため、「構造不安定 (structurally unstable)」な流線パターンである。そのため、中間状態を表す流線を構成するためには、構造不安定な流れ場および流線パターンを使う必要がある。そこで、以下にこうした構造不安定な流れを構成する流れの要素を与える。図7は、構造不安定な軌道の例を示す図である。

【0091】

図7(a)に示すように、まず、2つの異なるサドル点を結ぶ軌道をヘテロクリニック軌道 (heteroclinic orbit) と呼ぶ。

【0092】

図7(b)は、サドル点と境界上の2つの  $s$ -saddle を結ぶ (2つの)  $s$ -saddle connection を示している。このように、 $s$ -saddle connection は、サドル点と境界上にある  $s$ -saddle の間を結ぶ軌道である。

【0093】

図7(c)は、2つの異なる境界の上にある  $s$ -saddle の間を結ぶ (2つの) heteroclinic orbit を示している。このように、heteroclinic orbit は、異なる2つの境界上にある  $s$ -saddle を結ぶ軌道である。

【0094】

こうした軌道で結ばれているサドル点や円境界の組を、以後「heteroclinic pair」と呼ぶこととする。さらに、図7(a)(b)(c)のように、こうした heteroclinic pair をただ1つだけ持ち、それ以外はすべて構造安定であるような非粘性・非圧縮流れ場を「h-不安定 (h-unstable)」あるいはその流線パターンを「h-不安定なパターン (h-unstable streamline pattern)」と呼ぶ。

【0095】

一方、図7(d)は、境界上にある homoclinic pinching orbit を示している。境界上にある正則でない停留点で4本の分岐する軌道 (セパトリクス) につながっているものを「pinching point」と呼ぶ。図7(d)に示すように、homoclinic pinching orbit は、4本の分岐する軌道のうち2本は境界上を残り2本が互いにつながっているよう軌道を表す。こうした pinching point をたった1つだけもち、それ以外は構造安定であるような非粘性・非圧縮流れ場を、「p-不安定 (p-unstable)」あるいはその流線パターンを「p-不安定なパターン (p-unstable streamline pattern)」と呼ぶ。

【0096】

本実施の形態では、2つの構造安定な流れ場の間で構造不安定な中間状態の流線パターンを、これらの h-不安定あるいは p-不安定な流れ場を使って表現する。ここで、構造不安定な流れ場というものは、p-不安定な流れや h-不安定な流れだけではなく厳密にはもっと多様かつ複雑な流れ場を含みうるが、流体領域内における「穴」の数が有限かつ

変化しないという仮定の下では、すべての中間状態である構造不安定な流れ場は  $p$  - 不安定あるいは  $h$  - 不安定な流れ場によって連続的に近似できることが数学的に論証可能であり、この特殊な構造を持つ構造不安定な流れ場を使って中間状態を記述することは問題ない(論文「Transitions of streamline topologies for structurally stable Hamiltonian flows in multiply connected domains」参照)。

【0097】

[  $h$  - 不安定なパターン ]

以下に、一つの  $homoclinic\ pair$  をもちそれ以外はすべて構造安定な流線パターンを持つ  $h$  - 不安定な流線構造を生成する14個の操作を定義し、それらが摂動を受けたときにどのような構造安定な流線パターンに遷移するかをその部分語表現とともに記述する。

【0098】

[ 穴を1つ追加する操作 ]

まず、構造安定な連結外部領域  $D_z(M-1)$  内における流線パターンに対して、一つ穴を追加して  $D_z(M)$  における  $h$  - 不安定な流線パターンを生成する10個の操作を定義する。図8は、 $D_z(M-1)$  における構造安定な流線パターンから穴を一つ追加して  $D_z(M)$  における  $h$  - 不安定な流線パターンを生成する10個の操作を示す図である。図中の斜線の円が新たに追加された穴を表している(以下の図でも同様)。

【0099】

(操作  $D_{o,s}$  と  $D_o$ )

操作  $D_{o,s}$  と  $D_o$  は、図8(a)に示すように、それぞれ  $ss - ( ) saddle\ connection$  および  $- saddle\ connection$  の上に  $homoclinic\ saddle$  を一つくっつける操作である。なお、操作を表す文字  $D_{o,s}$  に現れる下付文字の  $s$  はこの構造が、一様流の存在を表す  $1 - source - sink\ point$  に直接つながっていることを意味する。

【0100】

まず、数学的な検討の結果、操作  $D_{o,s}$  は、9種類の  $h$  - 不安定な流れパターンを生成する。これらの構造と部分語表現およびそれらを摂動したときに得られる構造安定な流線パターンを図9(図9-1および図9-2)に従って記述する。図9(a)から(c)は、操作  $D_{o,s}$  によって生成される  $h$  - 不安定な流線パターンとその摂動および部分語表現を示す図である。また、図9(d)は2つの  $h$  - 不安定な流れパターンを示している。なお、以下に示す図(例えば図9の(a)から(c)等)においては、真ん中には  $h$  - 不安定な流線パターンとその部分語表現を、その左右にこのパターンを摂動して得られる二つの構造安定な流線パターンとその部分語表現を表現している。

【0101】

図9(a)は、 $h$  - 不安定な流れパターン  $ID_{o,s}$  とその摂動パターンを示す図である。 $homoclinic\ saddle$  を  $ss - - saddle\ connection$  の上側につけるか下側につけるかによって2種類のパターンが得られる。双方とも摂動後の流線のパターンはかわらないものの穴の位置が  $ss - - saddle\ connection$  の上から下へ移動する。摂動後の部分語表現は、ともに  $IA_o$  である。よって、この遷移によって、それぞれの構造安定な流れ場を表す極大語表現の間の指数は変化しない。

【0102】

図9(b)は、 $h$  - 不安定な流れパターン  $IID_{o,s}$  とその摂動パターンを示す図である。この場合も  $homoclinic\ saddle$  を追加する方向に応じて2種類の  $h$  - 不安定なパターンが得られるが、やはりともに摂動により部分語表現  $IIA_o$  を持つ二つの構造安定な流れパターンへ遷移する。この遷移によって、それぞれの構造安定な流れ場を表す極大語表現の間の指数は変化しない。

【0103】

図9(c)は、 $h$ -不安定な流れパターン  $A_0 D_{0,s}$  とその摂動パターンを示す図である。この場合も操作を施す  $A_0$  の構造および  $h o m o c l i n i c \quad s a d d l e$  を追加する方向に応じて3種類の  $h$ -不安定なパターンが得られるが、いずれの場合も摂動により部分語表現  $A_0 A_0$  を持つ二つの構造安定な流れパターンへ遷移する。この遷移によって、それぞれの構造安定な流れ場を表す極大語表現の間の指数は変化しない。

【0104】

図9(d)は、 $h$ -不安定な流れパターン  $A_2 D_{0,s}$  を示す図である。この場合も  $h o m o c l i n i c \quad s a d d l e$  を追加する方向に応じて2種類の  $h$ -不安定なパターンが得られるが、これらの流線パターンは、適切な変数変換によって、 $I D_{0,s}$  と位相的に同じパターンになるので、図9(a)と同じ遷移を起こす。語表現の間の指数は変化しない。

【0105】

以上  $D_{0,s}$  の考察にあるように、操作を施す方向などの組み合わせに応じて、例えば  $I D_{0,s}$  では2種類の  $h$ -不安定なパターンが得られる。以後の全ての操作についても同様の組み合わせに応じた複数のパターンが得られるが、いずれの場合もその摂動を行った場合は全く同じ語表現をもつ構造へと遷移していること、また指数の変化も同じであることから本質的な違いはないため、以後では便宜上これらの複数のパターンのうちの一つを代表的なものだけをとりあげて図示し、その説明を行うものとする。以後これらを「代表的なパターン」と呼ぶことにする。

【0106】

次に、数学的な検討の結果、操作  $D_0$  は図10に示すように4種類の代表的な  $h$ -不安定な流線パターンを生成する。図10は、操作  $D_0$  によって生成される  $h$ -不安定な流線パターンとその摂動を示す図である。

【0107】

図10(a)は、 $h$ -不安定な流線パターン  $B_2 D_0$  とその摂動を示している。このパターンの摂動によって、構造は異なるが同じ部分語表現  $B_0 B_2$  (あるいは  $B_2 B_0$ ) を持つ構造安定な流線パターンが得られる。したがって、このとき極大語表現の間の指数に変化は起こらない。

【0108】

図10(b)は、 $h$ -不安定な流線パターン  $A_2 C D_0$  とその摂動を示している。  $A_2 C D_0$  のパターンは、適切な変数変換の下で、 $I C D_0$  が表すパターンと位相的に同じであるため、そのパターンの摂動を考える。摂動により部分語表現が  $I A_0 C$  および  $I C B_0$  と異なる二つの構造安定な流線パターンが得られる。このとき極大語表現の指数は、 $i n d_{\Gamma}(I A_0 C) - i n d_{\Gamma}(I C B_0) = (1, 0, -1, 0, 0)$  と変化する。

【0109】

図10(c)は、 $h$ -不安定な流線パターン  $I C C D_0$  とその摂動を示している。このパターンの摂動により構造は異なるが同じ部分語表現  $I C C B_0$  (あるいは  $I C B_0 C$ ) を持つ二つの構造安定な流線パターンが得られる。そのため指数の変化はない。

【0110】

図10(d)は、 $h$ -不安定な流線パターン  $B_2 C D_0$  とその摂動を示している。このパターンの摂動により構造は異なるが同じ部分語表現  $B_2 C B_0$  (あるいは  $B_0 B_2 C$ ,  $B_2 B_0 C$ ) を持つ二つの構造安定な流線パターンが得られる。そのため、指数の変化はない。

【0111】

図10(e)は、 $h$ -不安定な流線パターン  $B_2 C D_0$  とその摂動を示している。このパターンの摂動により構造は異なるが同じ部分語表現  $B_2 C B_0$  (あるいは  $B_0 B_2 C$ ,  $B_2 B_0 C$ ) を持つ二つの構造安定な流線パターンが得られる。そのため、指数の変化はない。

【0112】

(操作  $E_{0,s}$  と  $E_0$ )

20

30

40

50

操作  $E_{0,s}$  と  $E_0$  は、図 8 ( b ) のように、homoclinic saddle connection の軌道内に、新たに homoclinic saddle を一つつける操作を表す。数学的な検討の結果、これらの操作によって得られる代表的な  $h$  - 不安定な流線パターンとその摂動は以下の通りである。ここで、図 1 1 は、操作  $E_{0,s}$  および  $E_0$  によって生成される  $h$  - 不安定な流線パターンとその摂動を示す図である。

【 0 1 1 3 】

図 1 1 ( a ) は、 $h$  - 不安定な流線パターン  $II E_{0,s}$  とその摂動を示している。このパターンの摂動により部分語表現がそれぞれ  $II A_0$  と  $II B_0$  に対応する構造安定な流線パターンが得られる。この遷移による極大語表現の指数の変化は、 $ind_{II}(II A_0) - ind_{II}(II B_0) = (1, 0, -1, 0, 0)$  である。

10

【 0 1 1 4 】

図 1 1 ( b ) は、 $h$  - 不安定な流線パターン  $A_0 E_{0,s}$  とその摂動を示している。このパターンの摂動により部分語表現がそれぞれ  $A_0 A_0$  と  $A_0 B_0$  に対応する構造安定な流線パターンが得られる。この遷移による極大語表現の指数の変化は、 $ind_I(A_0 A_0) - ind_I(A_0 B_0) = ind_{II}(A_0 A_0) - ind_{II}(A_0 B_0) = (1, 0, -1, 0, 0)$  である。

【 0 1 1 5 】

図 1 1 ( c ) は、 $h$  - 不安定な流線パターン  $B_0 E_0$  とその摂動を示している。摂動により同じ部分語表現  $B_0 B_0$  を持つ構造が得られる。そのため指数の変化はない。

20

【 0 1 1 6 】

(操作  $_{0,s}$  と  $_0$ )

操作  $_{0,s}$  と  $_0$  は、ともに一つのサドル点を二つに分離して、それらの点を新たに二つの (新しい穴を一つ取り囲む) ヘテロクリニック軌道で結ぶ図 8 ( c ) に示したような操作である。なお、この操作によって の形をした形状をした流線パターンを作るので、この記号を用いている。数学的な検討の結果、これらの操作によって図 1 2 に示すような 3 種類の代表的な  $h$  - 不安定な流線パターンとその摂動が得られる。図 1 2 は、操作  $_{0,s}$  と  $_0$  によって生成される  $h$  - 不安定な流線パターンとその摂動を示す図である。

【 0 1 1 7 】

図 1 2 ( a ) は、 $h$  - 不安定な流線パターン  $II_{0,s}$  とその摂動を示している。摂動により同じ部分語表現  $II A_0$  を持つ構造が得られる。そのため指数の変化はない。

30

【 0 1 1 8 】

図 1 2 ( b ) は、 $h$  - 不安定な流線パターン  $A_0_{0,s}$  とその摂動を示している。摂動により同じ部分語表現  $A_0 A_0$  を持つ構造が得られる。そのため指数の変化はない。

【 0 1 1 9 】

図 1 2 ( c ) は、 $h$  - 不安定な流線パターン  $B_0_0$  とその摂動を示している。摂動により同じ部分語表現  $B_0 B_0$  を持つ構造が得られる。そのため指数の変化はない。

【 0 1 2 0 】

(操作  $D_{2,s}$  と  $D_2$ )

$ss - (-) saddle connection$  あるいは  $- saddle connection$  を切断して、その切断点を新しく付け加えた境界につなげる図 8 ( d ) のような操作をそれぞれ操作  $D_{2,s}$  および  $D_2$  と呼ぶ。まず、数学的な検討の結果、 $D_{2,s}$  によって図 1 3 に示すような 3 種類の代表的な  $h$  - 不安定な流線パターンが得られる。図 1 3 は、操作  $D_{2,s}$  によって生成された  $h$  - 不安定な流線パターンとその摂動を示す図である。

【 0 1 2 1 】

図 1 3 ( a ) は、 $h$  - 不安定な流線パターン  $ID_{2,s}$  とその摂動を示している。摂動により同じ部分語表現  $IA_2$  を持つ構造が得られる。そのため指数の変化はない。

【 0 1 2 2 】

図 1 3 ( b ) は、 $h$  - 不安定な流線パターン  $IID_{2,s}$  とその摂動を示している。摂動により同じ部分語表現  $IA_0$  を持つ構造が得られる。そのため指数の変化はない。

50

## 【0123】

図13(c)に示すように、 $h$ -不安定な流線パターン  $A_0 D_{2,s}$  は、位相的に  $A_2 D_{0,s}$  と同じである(図9-2(d)参照)。

## 【0124】

図13(d)に示すように、 $h$ -不安定な流線パターン  $A_2 D_{2,s}$  は適当な変数変換により  $I D_{2,s}$  と同じになる(図13(a)参照)。

## 【0125】

次に、数学的な検討の結果、操作  $D_2$  によって図14に示すような5種類の代表的な  $h$ -不安定な流線パターンが生成される。図14は、操作  $D_2$  によって生成される  $h$ -不安定な流線パターンとその摂動を示す図である。

10

## 【0126】

図14(a)は、 $h$ -不安定な流線パターン  $B_2 D_2$  とその摂動を示している。摂動により同じ部分語表現  $B_2 B_2$  を持つ構造が得られる。そのため指数の変化はない。

## 【0127】

図14(b)に示すように、 $h$ -不安定な流線パターン  $A_2 C D_2$  は、適当な変数変換の下で  $I C D_2$  と同じなので、その摂動を考える。摂動により部分語表現  $I A_2 C$  と  $I C B_2$  を持つ異なる構造安定な流線パターンが得られる。この遷移による指数の変化は、 $\text{ind}_I(I A_2 C) - \text{ind}_I(I C B_2) = (0, 1, 0, -1, 0)$  である。

## 【0128】

図14(c)は、 $h$ -不安定な流線パターン  $I C C D_2$  とその摂動を示している。摂動により同じ部分語表現  $I C C B_2$  (あるいは  $I C B_2 C$ ) を持つ構造が得られる。そのため指数の変化はない。

20

## 【0129】

図14(d)は、 $h$ -不安定な流線パターン  $B_2 C D_2$  とその摂動を示している。摂動により同じ部分語表現  $B_2 C B_2$  (あるいは  $B_2 B_2 C$ ) を持つ構造が得られる。そのため指数の変化はない。

## 【0130】

図14(e)は、 $h$ -不安定な流線パターン  $B_2 C C D_2$  とその摂動を示している。このパターンは  $B_2 C D_2$  に  $C$  を施したものと同一なので  $B_2 C D_2$  と同じ部分語変化を与える(図14(d)参照)。

30

## 【0131】

(操作  $E_{2,s}$  と  $E_2$ )

操作  $E_{2,s}$  と  $E_2$  は、*homoclinic saddle connection* を切断して、その切断点に新しい円境界をつなぐ図8(e)のような操作を表す。数学的な検討の結果、この操作により図15のような3種類の代表的な  $h$ -不安定な流線パターンが得られる。図15は、操作  $E_{2,s}$  と  $E_2$  によって生成される  $h$ -不安定な流線パターンとその摂動を示す図である。

## 【0132】

図15(a)は、 $h$ -不安定な流線パターン  $I I E_{2,s}$  とその摂動を示している。摂動により部分語表現  $I A_0$  と  $I I B_2$  を持つ異なる構造安定な流線パターンが得られる。この遷移による指数の変化は、 $\text{ind}_I(I A_0) - \text{ind}_I(I I B_2) = (0, 1, 0, -1, 0)$  である。

40

## 【0133】

図15(b)は、 $h$ -不安定な流線パターン  $I A_0 E_{2,s}$  とその摂動を示している。摂動により部分語表現  $I A_0 A_2$  と  $I A_0 B_2$  を持つ異なる構造安定な流線パターンが得られる。この遷移による指数の変化は、 $\text{ind}_I(I A_0 A_2) - \text{ind}_I(I A_0 B_2) = (0, 1, 0, -1, 0)$  である。

## 【0134】

図15(c)に示すように、 $h$ -不安定な流線パターン  $I I A_0 E_{2,s}$  は、 $I I E_{2,s}$  に操作  $A_0$  を施したものと同一である(図15(a)参照)。

50

## 【0135】

図15(d)に示すように、 $h$ -不安定な流線パターン  $B_0 E_2$  は、 $B_2 D_0$  と位相的に同じである(図10(a)参照)。

## 【0136】

[ 穴を2つ以上追加する操作 ]

ここでは、図16に示すような一回の操作で二つ以上の穴を追加する操作を導入して、そこから生成される  $h$ -不安定な流線パターンとその摂動について説明する。図16は、二つ以上の穴を追加して構造安定な流線パターンから  $h$ -不安定な流線パターンを生成する四つの操作を示す図である。

## 【0137】

(操作  $s(2)$  と  $(2)$ )

図16(a)に示すように、境界上にある一つの  $s-s$ -saddle を選んで、それにつながる軌道の上に一つ saddle point と境界に二つの  $-s$ -saddle を追加して、それらの間を2本の  $s-s$ -saddle connection でつなぐ操作を  $s(2)$  と呼ぶ。一方、一つの  $-s$ -saddle を選んで同じ操作をすることを  $(2)$  と呼ぶ。この操作により、3本の  $s-s$ -saddle connection が得られ、それらによって囲まれる新たな二つの穴が追加される。なお、操作の結果の形の流線パターンが形成されるので、この記号を用いている。また、 $s(2)$  における  $(2)$  の文字は、この操作によって追加される穴の数を明示的に表現している。

## 【0138】

数学的な検討の結果、 $s(2)$  と  $(2)$  によって生成される代表的な  $h$ -不安定な流線パターンは、図17と図18に示す5種類である。図17は、操作  $s(2)$  と  $(2)$  によって生成される  $h$ -不安定な流線パターンとその摂動を示す図である。図18は、操作  $(2)$  によって生成される  $h$ -不安定な流線パターンとその摂動を示す図である。

## 【0139】

図17(a)は、 $h$ -不安定な流線パターン  $I_{s(2)}$  とその摂動を示している。摂動により同じ部分語表現  $I A_0 C$  を持つ構造が得られる。そのため指数の変化はない。

## 【0140】

図17(b)に示すように、 $h$ -不安定な流線パターン  $A_{2s(2)}$  は、 $I_{s(2)}$  と位相的に同じである(図17(a)参照)。

## 【0141】

図17(c)は、 $h$ -不安定な流線パターン  $B_{2(2)}$  とその摂動を示している。摂動により同じ部分語表現  $B_0 B_2 C$  (あるいは  $B_2 C B_0$ ,  $B_2 B_0 C$ ) を持つ構造が得られる。そのため指数の変化はない。

## 【0142】

図18(a)は、 $h$ -不安定な流線パターン  $I C_{(2)}$  とその摂動を示している。摂動により部分語表現  $I A_0 C C$  と  $I C C B_0$  (あるいは  $I C B_0 C$ ) を持つ異なる構造安定な流線パターンが得られる。この遷移による指数の変化は、 $\text{ind}_T(I A_0 C C) - \text{ind}_T(I C C B_0) = (1, 0, -1, 0, 0)$  である。

## 【0143】

図18(b)は、 $h$ -不安定な流線パターン  $I C C_{(2)}$  とその摂動を示している。摂動により同じ部分語表現  $I C C C B_0$  (あるいは  $I C C B_0 C$ ,  $I C B_0 C C$ ) を持つ構造が得られる。そのため指数の変化はない。

## 【0144】

図18(c)は、 $h$ -不安定な流線パターン  $B_2 C_{(2)}$  とその摂動を示している。摂動により同じ部分語表現  $B_2 C C B_0$  (あるいは  $B_0 B_2 C C$ ,  $B_2 B_0 C C$ ,  $B_2 C B_0 C$ ) を持つ構造が得られる。そのため指数の変化はない。

## 【0145】

図18(d)は、 $h$ -不安定な流線パターン  $B_2 C C_{(2)}$  とその摂動を示している

10

20

30

40

50

。このパターンは、 $B_2 C$  (2) に  $C$  を施したものと同一なので、 $B_2 C$  (2) と同じ部分語表現の変化を与える (図 18 (c) 参照)。

【0146】

(操作  $s(2n-1)$  と  $(2n-1)$ ,  $n \geq 2$ )

図 16 (b) に示すように操作  $s(2n-1)$  と  $(2n-1)$  は、三個以上の任意の奇数個の新しい穴を追加して  $h$ -不安定な流線パターンを生成する操作である。具体的には、 $-saddle$  をすでに持っている円境界を一つ選び、それとは別のところに新たに円境界を生成して、この二つの境界を  $2n-1$  本の  $heteroclinic$  -  $orbit$  で結ぶ操作である。この結果として、 $-orbit$  で囲まれた  $2n-2$  個の円境界が追加され、全部で  $2n-1$  個の穴が生成される。なお、 $n=1$  のときは、これらの操作は  $D_{2,s}$  および  $D_2$  と一致するので、一般性を失うことなく  $n \geq 2$  としてよい。数学的な検討の結果、これらの操作は、図 19 に示すように 4 種類の代表的な  $h$ -不安定な流線パターンを生成する。図 19 は、操作  $s(2n-1)$  と  $(2n-1)$  によって生成される  $h$ -不安定な流線パターンとその摂動を示す図である。

【0147】

図 19 (a) は、 $h$ -不安定な流線パターン  $I_{s(2n-1)}$  とその摂動を示している。摂動により同じ部分語表現  $I A_2 C^{2n-2}$  を持つ構造が得られる。そのため指数の変化はない。

【0148】

図 19 (b) は、 $h$ -不安定な流線パターン  $B_2(2n-1)$  とその摂動を示している。摂動により同じ部分語表現  $B_2 C^k B_2 C^{2n-2-k}$  ( $0 \leq k \leq n-1$ ) を持つ構造が得られる。そのため指数の変化はない。

【0149】

図 19 (c) は、 $h$ -不安定な流線パターン  $I C(2n-1)$  とその摂動を示している。摂動により部分語表現  $I A_2 C^{2n-1}$  と  $I C^k B_2 C^{2n-1-k}$  ( $1 \leq k \leq n$ ) を持つ異なる構造安定な流線パターンが得られる。この遷移による指数の変化は、 $ind_1(I A_2 C^{2n-1}) - ind_1(I C B_2 C^{2n-2}) = (0, 1, 0, -1, 0)$  である。

【0150】

図 19 (d) は、 $h$ -不安定な流線パターン  $I C C(2n-1)$  とその摂動を示している。摂動により同じ部分語表現  $I C^k B_2 C^{2n-k}$  ( $1 \leq k \leq n$ ) を持つ構造が得られる。そのため指数の変化はない。

【0151】

以上が  $h$ -不安定な流線パターンを作る 14 操作と、その結果現れる  $h$ -不安定な 32 個の代表的な流線パターンおよびその摂動と部分語表現である。数学的には、二つの構造安定な流れ場の中間状態として現れる  $h$ -不安定な流線パターンが、これだけしかないと厳密に証明できる。これらをすべてまとめて、与えられた二つの構造安定な流線パターン  $W_1, W_2$  の極大語表現の中に含まれる部分語  $S_1$  および  $S_2$  と指数の差  $d$  に対応して起こりうる遷移のパターンをまとめると、 $h$ -不安定なパターンを介した遷移のパターン遷移情報が得られる (後述する図 26 および図 27 参照)。

【0152】

[  $p$ -不安定なパターン ]

まず、内部に境界を持たない単連結外部領域  $D_z(0)$  において一つの  $pinching$   $orbit$  を持つ基本パターンが存在するので、それに名前をつける。図 20 は、 $p$ -不安定なパターンとその摂動を示す図である。

【0153】

(基本パターン)

基本パターンは、 $D_z(0)$  における  $p$ -不安定な流線パターンであり、図 20 (a) で与えられる。このパターンを摂動する基本パターン  $I$  と  $II$  に遷移する。したがって、このパターンによって極大語表現の先頭部分の文字を変更することになる。このときの

極大語表現の指数の変化は  $ind_I(I) - ind_{II}(II) = (-1, 1, 0, 0, 0)$  である。一方、図 20 (b) は、この の作る構造が一つの *saddle connection* に囲まれた流線パターン C とその摂動を表している。摂動により部分語表現が IC および  $II B_2$  を持つ異なる構造安定な流線パターンが得られる。このときの極大語表現の指数の変化は  $ind_I(IC) - ind_{II}(II B_2) = (-1, 1, 0, -1, 1)$  である。なお、この パターンを基本パターンとして、構造安定な流れ場を作る操作  $A_0, A_2, B_0, B_2, C$  を繰り返して得られる p - 不安定な流れ場に対して、その施した操作を列に並べて得られる極大語表現を *maximal word* (系列の極大語) と呼ぶことができるので、この *word* の摂動によって、*I-word* と *II-word* の間の遷移が起こる。ただし、*word* の中に  $A_2$  の文字が含まれているときは、その摂動によって *II-word* に変化したものは  $IA_0 = IIA_2$  の関係式を使って、*I-word* に常に変換されることに注意する。例えば、 $A_0 A_2 B_0 C$  で表現される p - 不安定な流れ場を摂動すると、 $IA_0 A_2 B_0 C$  と  $II A_0 A_2 B_0 C = IA_0 A_0 B_0 C$  の極大語表現を持つ構造安定な流れ場が得られる。

【0154】

ここで、図 21 は、 $D_z(M-1)$  における構造安定な流れ場に対して、*pinching orbit* を一つ追加して p - 不安定な流線パターンを生成する操作を示す図である。

【0155】

(操作  $\gamma_1$ )

操作  $\gamma_1$  は、図 21 (a) に示すように、任意の円境界に *homoclinic pinching orbit* を追加して穴を増やす操作を表している。数学的な検討の結果、操作  $\gamma_1$  により、図 22 や図 23 に示すような 5 種類の代表的な p - 不安定な流線パターンが生成される。ここで、図 22 および図 23 は、操作  $\gamma_1$  で生成される p - 不安定な流線パターンとその摂動を示す図である。

【0156】

図 22 (a) は、p - 不安定な流線パターン  $\gamma_1$  とその摂動を示している。摂動により部分語表現  $B_0$  と  $B_2$  を持つ異なる構造安定な流線パターンが得られる。この遷移による指数の変化は、 $ind^*(B_0) - ind^*(B_2) = (0, 0, 1, -1, 0)$  である (\* は、O, I, II のいずれか)。

【0157】

図 22 (b) は、p - 不安定な流線パターン  $I \gamma_1$  とその摂動を示している。摂動により部分語表現  $IA_0$  と IC を持つ異なる構造安定な流線パターンが得られる。この遷移による指数の変化は、 $ind_I(IA_0) - ind_I(IC) = (1, 0, 0, 0, -1)$  である。

【0158】

図 22 (c) は、p - 不安定な流線パターン  $II \gamma_1$  とその摂動を示している。摂動により部分語表現  $II B_0$  と  $II B_2$  を持つ異なる構造安定な流線パターンが得られる。この遷移による指数の変化は、 $ind_{II}(II B_0) - ind_{II}(II B_2) = (0, 0, 1, -1, 0)$  である。

【0159】

図 22 (d) は、p - 不安定な流線パターン  $A_0 \gamma_1$  とその摂動を示しているが、これは  $\gamma_1$  のついた境界に  $A_0$  を施したものに等しい (図 22 (a) 参照)。

【0160】

図 22 (e) は、p - 不安定な流線パターン  $B_0 \gamma_1$  とその摂動を示しているが、これは  $\gamma_1$  のついた境界に  $B_0$  を施したものに等しい (図 22 (a) 参照)。

【0161】

図 23 (a) に示すように、p - 不安定な流線パターン  $A_2 \gamma_1$  は、 $I \gamma_1$  と位相的に同じである (図 22 (b) 参照)。

【0162】

10

20

30

40

50

図 2 3 ( b ) は、 $p$  - 不安定な流線パターン  $B_2 \quad 1$  とその摂動を示している。摂動により部分語表現  $B_0 B_2$  (あるいは  $B_2 B_0$ ) と  $B_2 C$  を持つ異なる構造安定な流線パターンが得られる。この遷移による指数の変化は、 $\text{ind}^*(B_0 B_2) - \text{ind}^*(B_2 C) = (0, 0, 1, 0, -1)$  である (\* は、 $O, I, II$  のいずれか)。

【 0 1 6 3 】

図 2 3 ( c ) に示すように、 $p$  - 不安定な流線パターン  $A_2 C \quad 1$  は、 $I C \quad 1$  に位相的に等しい。その摂動により部分語表現  $I C B_0$  と  $I C C$  を持つ異なる構造安定な流線パターンが得られる。この遷移による指数の変化は、 $\text{ind}_I(I C B_0) - \text{ind}_I(I C C) = (0, 0, 1, 0, -1)$  である。

【 0 1 6 4 】

図 2 3 ( d ) は、 $p$  - 不安定な流線パターン  $B_2 C \quad 1$  は、 $B_2 \quad 1$  に  $C$  を施したものに等しいので考える必要はない (図 2 3 ( b ) 参照)。

【 0 1 6 5 】

(操作  $M_{1, s}$ )

図 2 1 ( b ) に示すように、 $1$  - source - sink point に  $ss$  - saddle connection によってつながっている  $s$  - saddle と端点を共有する  $s$  - saddle connection を同じ境界上に付け加える操作を  $M_{1, s}$  と呼ぶ。この操作によって穴が一つ増えると同時に、数学的な検討の結果、以下の図 2 4 に示すような 1 種類の代表的な  $p$  - 不安定な流線パターンを生成する。図 2 4 は、操作  $M_{1, s}$  によって生成される  $p$  - 不安定な流線パターンとその摂動を示す図である。

【 0 1 6 6 】

図 2 4 ( a ) は、 $p$  - 不安定な流線パターン  $I M_{1, s}$  とその摂動を示している。摂動により部分語表現  $I A_0$  と  $I C$  を持つ異なる構造安定な流線パターンが得られる。この遷移による指数の変化は、 $\text{ind}_I(I A_0) - \text{ind}_I(I C) = (1, 0, 0, 0, -1)$  である。

【 0 1 6 7 】

図 2 4 ( b ) は、 $p$  - 不安定な流線パターン  $A_2 M_{1, s}$  は、適当な変数変換により  $I M_{1, s}$  と同じとなる (図 2 4 ( a ) 参照)。

【 0 1 6 8 】

(操作  $M_{1, i}$  と  $M_{1, o}$ )

操作  $M_{1, i}$  と  $M_{1, o}$  は、それぞれ図 2 1 ( c ) に示すように境界上に存在する  $s$  - saddle connection の  $s$  - saddle と端点を共有するような  $s$  - saddle connection を同じ境界上に新たに追加する操作である。 $M_{1, i}$  は  $s$  - saddle connection を既存の  $s$  - saddle connection の内側に、 $M_{1, o}$  は外側に追加するものである。数学的な検討の結果、これらの操作は、図 2 5 に示すような 5 種類の代表的な  $p$  - 不安定な流線パターンを生成する。図 2 5 は、操作  $M_{1, i}$  と  $M_{1, o}$  によって生成される  $p$  - 不安定な流線パターンとその摂動を示す図である。

【 0 1 6 9 】

図 2 5 ( a ) は、 $p$  - 不安定な流線パターン  $B_2 M_{1, o}$  および  $B_2 M_{1, i}$  とその摂動を示している。双方とも摂動により部分語表現  $B_2 B_0$  と  $B_2 C$  を持つ異なる構造安定な流線パターンが得られる。この遷移による指数の変化は、 $\text{ind}^*(B_2 B_0) - \text{ind}^*(B_2 C) = (0, 0, 1, 0, -1)$  である (\* は、 $O, I, II$  のいずれか)。

【 0 1 7 0 】

図 2 5 ( b ) 上段は、 $p$  - 不安定な流線パターン  $I C M_{1, o}$  とその摂動を示している。摂動により部分語表現  $I C B_0$  と  $I C C$  を持つ異なる構造安定な流線パターンが得られる。この遷移による指数の変化は、 $\text{ind}_I(I C B_0) - \text{ind}_I(I C C) = (0, 0, 1, 0, -1)$  である。

【 0 1 7 1 】

図 2 5 ( b ) 下段は、 $p$  - 不安定な流線パターン  $I C M_{1, i}$  とその摂動を示している

10

20

30

40

50

。摂動により部分語表現  $IA_0C$  と  $ICC$  を持つ異なる構造安定な流線パターンが得られる。この遷移による指数の変化は、 $ind_I(IA_0C) - ind_I(ICC) = (1, 0, 0, 0, -1)$  である。

【0172】

図25(c)は、 $p$ -不安定な流線パターン  $ICCM_{1,1}$  とその摂動を示している。摂動により部分語表現  $ICCB_0$  (あるいは  $ICB_0C$ ) と  $ICCC$  を持つ異なる構造安定な流線パターンが得られる。この遷移による指数の変化は、 $ind_I(ICCB_0) - ind_I(ICCC) = (0, 0, 1, 0, -1)$  である。

【0173】

以上が  $p$ -不安定な流線パターンを生成する1つの基本パターンと6つの操作、およびそれらによって生成される13種類の  $p$ -不安定な流線パターンとその摂動と部分語表現である。これ以外に  $p$ -不安定な流線パターンを生成する操作は存在しないことも数学的に厳密に証明することができる。

【0174】

以上の  $h$ -不安定な流線パターンと  $p$ -不安定な流線パターンに関する全てをまとめて、与えられた二つの構造安定な流線パターン  $W_1, W_2$  の極大語表現の中に含まれる部分語  $S_1$  および  $S_2$  と指数の差  $d$  に対応して起こりうる遷移のパターンをまとめたものが図26～図28に示す表である。

【0175】

図26および図27は、二つの構造安定な流線パターンの間の中間状態として現れる  $h$ -不安定な流線パターンのリストを示す図である。 $h$ -不安定な流線パターン  $X$  を部分構造にもつ遷移は、 $W_1$  および  $W_2$  なる極大語表現を持つ二つの構造安定な流れ場に対して、条件  $S_1 \subset W_1, S_2 \subset W_2, ind^*(W_1) - ind^*(W_2) = d$  ( $*$  は  $O, I, II$  のいずれか) が成り立っているときに起こりうることを示している。

【0176】

図28は、二つの構造安定な流線パターンの間の中間状態として現れる  $p$ -不安定な流線パターンのリストを示す図である。 $p$ -不安定な流線パターン  $X$  を部分構造にもつ遷移は、 $W_1$  および  $W_2$  なる極大語表現を持つ二つの構造安定な流れ場に対して、条件  $S_1 \subset W_1, S_2 \subset W_2, ind^*(W_1) - ind^*(W_2) = d$  ( $*$  は  $O, I, II$  のいずれか) が成り立っているときに起こりうることを示している。

【0177】

これら、図26～図28で示されたリストにおいては、中間状態である構造不安定な流れ場が近似的に全て網羅されており、そのためリストをパターン遷移情報として用いることで遷移ルートを探索することができる。

【0178】

つづいて、上述した本実施形態の方法をコンピュータにより実施するための装置構成や処理の詳細について、以下に詳しく説明する。なお、以上の本実施形態による方法の全部または一部を、人またはコンピュータにより実施してもよく、以下の実施形態による処理等を人により実施する場合に用いてもよいものである。

【0179】

[流体遷移経路取得装置の構成]

次に、本実施形態における流体遷移経路取得装置の構成について図29を参照して説明する。図29は、本実施形態が適用される流体遷移経路取得装置100の一例を示すブロック図であり、当該構成のうち本実施形態に係る部分のみを概念的に示している。

【0180】

図29に示すように、本実施形態における流体遷移経路取得装置100は、概略的に、制御部102と記憶部106を少なくとも備え、本実施形態において、更に、入出力制御インターフェース部108と通信制御インターフェース部104を備える。ここで、制御部102は、流体遷移経路取得装置100の全体を統括的に制御するCPU等である。また、通信制御インターフェース部104は、通信回線等に接続されるルータ等の通信装置

(図示せず)に接続されるインターフェースであり、入出力制御インターフェース部108は、入力装置112や出力装置114に接続されるインターフェースである。また、記憶部106は、各種のデータベースやテーブルなどを格納する装置である。これら流体遷移経路取得装置100の各部は任意の通信路を介して通信可能に接続されている。更に、この流体遷移経路取得装置100は、ルータ等の通信装置および専用線等の有線または無線の通信回線を介して、ネットワーク300に通信可能に接続されている。

#### 【0181】

記憶部106に格納される各種のデータベースやテーブル(シミュレーション結果ファイル106a、流線図ファイル106b、および、パターン遷移ファイル106c等)は、固定ディスク装置等のストレージ手段である。例えば、記憶部106は、各種処理に用

10

#### 【0182】

これら記憶部106の各構成要素のうち、シミュレーション結果ファイル106aは、シミュレーション部102aにより実験的または数理的にシミュレーションされた、シミュレーション結果を示すデータを記憶するシミュレーション結果記憶手段である。例えば、シミュレーション結果ファイル106aは、物体が受ける力や物体周りの流れに関する実験結果または数値計算結果を記憶してもよい。一例として、シミュレーション結果ファイル106aは、構造物の形状を示す設計変数の値や、その構造物に対する所定の流体(海流や気流等)の流体力学的シミュレーション結果(各空間座標における流体の圧力や流れの向き等)を示すデータであってもよい。なお、シミュレーション結果ファイル106aは、風洞実験等の実験室内でのモデル計測などを通じて事前に入力装置112を介して入力されたデータをシミュレーション結果として記憶してもよい。シミュレーション結果ファイル106aに記憶されるデータは、数値計算結果に限られず、実験室内でのモデル計測などを通じて得たデータであってもよい。実験結果であっても、それらのデータを可視化したり計算機などで処理をして、流線図という流れの様子をとらえるスナップショットとして表現することができる。

20

#### 【0183】

また、流線図ファイル106bは、流線図等の流線を示すデータを記憶する流線データ記憶手段である。例えば、流線図ファイル106bに記憶される流線データは、シミュレーション結果を示すデータに基づいて流線解析部102bにより解析された流線を示すデータであってもよい。

30

#### 【0184】

また、パターン遷移ファイル106cは、パターン遷移情報を記憶する対応関係情報記憶手段である。例えば、パターン遷移ファイル106cは、位相幾何学的な二次元流れ構造の全体または一部における、構造安定な流れパターンが、構造不安定な1つの中間状態の流れパターンを介して、他の構造安定な流れパターンに遷移可能か否かに関するパターン遷移情報を記憶する。なお、各流れパターンは、語表現で識別されてもよい。一例として、パターン遷移ファイル106cに記憶される語表現データは、パターン語と操作語の組み合わせからなる文字列等である。例えば、構造安定な流れパターンは、一つの穴を有する単連結外部領域において位相幾何学的に採り得る2種類の流れパターンに加えて、二つの穴を有する二重連結外部領域において吸い込み湧き出し対を持たないパターンを追加した、合計3種類の流れパターンを規定するパターン語(例えば、I, II, O)に対して、流れパターンに一つの穴を加える場合に位相幾何学的に採り得る5種類の操作を規定した操作語(例えば、A<sub>0</sub>, A<sub>2</sub>, B<sub>0</sub>, B<sub>2</sub>, C)のうちのいずれか一語を、追加された穴の数だけ付与することにより形成された語表現によって識別されてもよい。

40

#### 【0185】

そして、パターン遷移ファイル106cに記憶されるパターン遷移情報は、構造不安定な1つの中間状態の流れパターンを介して、互いに遷移可能な構造安定な流れパターン間の、語表現の操作語の変化情報(指数の差dなど)を含んでもよい。一例として、パター

50

ン遷移ファイル106cに記憶されるパターン遷移情報は、図26～図28に示すように、構造不安定な1つの中間状態の流れパターンXを介して互いに遷移可能な構造安定な流れパターンの部分語 $S_1$ 、 $S_2$ とともに、指数差dを対応付けて記憶したデータである。なお、リンクとノードによる経路探索手法を用いる場合には、構造安定な流れパターンをノードに設定し、2つの構造安定な流れパターン間で1つの中間状態を介して遷移可能な場合に、対応するノード間にリンクを設定してもよい。なお、パターン遷移ファイル106cのパターン遷移情報は、語表現により流れパターンが識別されることに限られず、他の識別情報（連番数字や記号など）等により識別されていてもよい。例えば、有限個Nの穴をもつ連結外部領域において、流れパターン図に対して識別番号を全て割り当てておき、流れパターン同士が1回で遷移可能な場合に、その2つの流れパターンの識別番号を対応付けてリスト化してパターン遷移情報としてもよい。これにより語表現を用いなくとも、流れパターン図の一覧を出力装置114に表示して、利用者が入力装置112を介して流れパターン図を選択することにより、流れパターンを指定して、対応する識別番号から遷移ルートを探ることが可能となる。

#### 【0186】

図29に戻り、入出力制御インターフェース部108は、入力装置112や出力装置114の制御を行う。ここで、出力装置114としては、モニタ（家庭用テレビを含む。）の他、スピーカを用いることができる（なお、以下においては出力装置114をモニタとして記載する場合がある）。また、入力装置112としては、キーボード、マウス、およびマイク等を用いることができる。

#### 【0187】

また、図29において、制御部102は、OS（Operating System）等の制御プログラムや、各種の処理手順等を規定したプログラム、および、所要データを格納するための内部メモリを有する。そして、制御部102は、これらのプログラム等により、種々の処理を実行するための情報処理を行う。制御部102は、機能概念的に、シミュレーション部102a、流線解析部102b、語表現形成部102c、および、遷移情報取得部102gを備える。

#### 【0188】

このうち、シミュレーション部102aは、構造物等の物体に対する流体のシミュレーションを行うシミュレーション手段である。例えば、シミュレーション部102aは、構造物に対する流体のシミュレーションを実験的または数理的に行って、物体が受ける力や物体周りの流れの実験結果または数値計算結果を取得してもよい。ここで、シミュレーション部102aは、2次元平面におけるシミュレーションに限られず、3次元空間における流体のシミュレーションを行ってもよいものである。なお、本実施形態において、シミュレーション部102aは、シミュレーション結果を示すデータをシミュレーション結果ファイル106aに格納する。例えば、シミュレーション部102aは、構造物の形状を示す設計変数の値や、その構造物に対する所定の流体（海流や気流等）の流体力学的シミュレーション結果（各空間座標における流体の圧力や流れの向きや抵抗等）を示すデータを格納してもよい。ここで、シミュレーション部102aは、公知の流体力学計算手法として、ナビエ・ストークス方程式や、有限要素法や、有限差分法、有限体積法等を用いてもよい。

#### 【0189】

なお、シミュレーション部102aは、公知の最適化手法を用いて、構造物の最適化を行ってもよい。例えば、シミュレーション部102aは、構造物の形状を決定する設計変数を、焼きなまし法や遺伝的アルゴリズム法等を用いて繰り返し変化させながら、当該構造物に対する流体シミュレーションを行って、適切な構造物の形状（例えば、水流に対する抵抗の少ない橋脚の形状等）を求めてもよい。その際、シミュレーション部102aは、遷移情報取得部102gにより取得された遷移情報による遷移ルートを参照して、最適化を行ってもよい。例えば、現在の構造物の形状と配置による流線パターンを出発点として、理想的な流線パターンを到達点とした遷移ルートが遷移情報取得部102gにより得

られた場合、シミュレーション部102aは、遷移ルートにおいて現在の流線パターンから次の流線パターンを見出すように構造物の形状や配置を変更しながら、理想の流線パターンに近づけていくことにより、構造物の形状や配置の最適化を行ってもよい。

【0190】

また、流線解析部102bは、流線解析を行う流線解析手段である。ここで、流線解析部102bは、シミュレーション部102aによるシミュレーション結果に対し流線解析を行って流線図を導出してもよい。例えば、流線解析部102bは、シミュレーション結果ファイル106aに記憶された、物体周りの流れの実験結果（実験のデータ等）または数値計算結果（数値シミュレーション結果等）から、公知の手法を用いて流線図を作成する。具体的には、流線解析部102bは、数値シミュレーション結果から、saddle pointや - saddleなどをすべて計算した後、その点における流れ関数の値と同じ値を持つ流れ関数の等高線をすべて描画し、また、境界（boundary）上の流れ関数の値と同じ値を持つ流れ関数の等高線をすべて描画することにより流線図の作成が可能となる。なお、3次元のシミュレーション結果の場合、流線解析部102bは、構造物における断面における2次元のデータに変換してから、流線解析を行ってもよい。断面とする平面は任意であるが好適には、流線解析部102bは、流体の流れ方向（一様流）の方向に沿った断面で2次元データに変換してもよい。例えば、列車や自動車や航空機等の乗り物においては、進行方向に沿って断面を生成してもよい。また、流線解析部102bは、Computational Homologyに記載の技術等を用いて、流れ場から条件を満たす特徴的な構造を抽出してもよい（「Tomasz Kaczynski, Konstantin Mischaikow, Marian Mrozek著 “Computational Homology” Springer, 2000年」参照）。なお、本実施形態において、流線解析部102bは、作成した流線図データを流線図ファイル106bに格納する。

【0191】

また、語表現形成部102cは、流線解析部102bにより取得された流線図に基づいて、一つの穴を有する単連結外部領域において位相幾何学的に採り得る2種類の流れパターンを規定する語のうちいずれか一語（パターン語I, II）とともに、流れパターンに一つの穴を加える場合に位相幾何学的に採り得る5種類の操作を規定した語（操作語A<sub>0</sub>, A<sub>2</sub>, B<sub>0</sub>, B<sub>2</sub>, C）のうちいずれか一語を、追加された穴の数だけ付与することにより、物体周りの流れの流れパターンを示す語表現を形成させる語表現形成手段である。なお、語表現形成部102cは、語表現のために必要ならば、中間状態の流れパターンを表現するためのパターン語（ ）や操作語（D<sub>0</sub>やE<sub>0,s</sub>や<sub>0</sub>やD<sub>2</sub>やM<sub>1,i</sub>など）を用いてもよい。ここで、語表現形成部102cは、図29に示すように、パターン語付与部102d、操作語付与部102e、および、極大語表現部102fを備える。

【0192】

このうち、パターン語付与部102dは、一つの穴を有する単連結外部領域において位相幾何学的に採り得る2種類の流れパターンを規定する語（例えば、パターン語I, II）のうちいずれか一語を付与するパターン語付与手段である。ここで、パターン語付与部102dは、上記に加えて、二つの穴を有する二重連結外部領域において吸い込み湧き出し対を持たないパターンを追加した、合計3種類の流れパターンを規定する語（すなわちパターン語I, II, O）のうちいずれか一語を付与してもよい。より具体的には、3種類の流れパターンは、

1) 吸い込み湧き出し対をもち、二つのss - saddle connectionをもつパターンI、

2) 吸い込み湧き出し対をもち、一つのsaddle point、それを結ぶhomoclinic saddle connectionと二つのss - saddle connectionをもつパターンII、および

3) 吸い込み湧き出し対をもたないパターンO、  
である。

## 【0193】

ここで、パターン語付与部102dは、流線図から語表現を求めるアルゴリズム（「アルゴリズムB」と呼ぶ。）において、流線図に、 $ss - - saddle connection$ が存在するか否かを判定し、 $ss - - saddle connection$ が存在する場合にパターンIの語を与えるI分類ステップと、I分類ステップにおいて $ss - - saddle connection$ が存在しない場合に、流線図において $ss - saddle connection$ が存在するか否かを判定し、 $ss - saddle connection$ が存在する場合にパターンIIの語を与え、一方、 $ss - saddle connection$ が存在しない場合にパターンOの語を与えるII/O分類ステップと、を行ってもよい。これにより、パターン語付与部102dは、流線図が属する系列（I系列，II系列，O系列）を適切に判別することができる。

## 【0194】

また、操作語付与部102eは、流れパターンに一つの穴を加える場合に位相幾何学的に採り得る5種類の操作を規定した語（例えば、操作語 $A_0$ ， $A_2$ ， $B_0$ ， $B_2$ ， $C$ ）のうちいずれか一語を繰り返し付与することにより、N個の穴を有する多重連結外部領域に対応する語表現を形成させる操作語付与手段である。より具体的には、5種類の操作は、

- 1) 一本の $ss - orbit$ を、一つの $saddle point$ 、それを結び内部に穴をもつ $homoclinic saddle connection$ と二つの $ss - saddle connection$ に置き換える $A_0$ 操作、
  - 2) 一本の $ss - orbit$ を、二つの $ss - - saddle connection$ と新たに追加した境界上の二つの $- saddle$ に置き換える $A_2$ 操作、
  - 3) 一本の $closed orbit$ を、一つの穴と $saddle point$ を追加して8の字をした2本の $homoclinic saddle connection$ に置き換える $B_0$ 操作、
  - 4) 一本の $closed orbit$ を、新たに追加した穴の境界上に二つの $- saddle$ をつけて一本の $- saddle connection$ でつなぐような軌道に置き換える $B_2$ 操作、および、
  - 5) 既に $2k$ 個（ $k > 0$ ）の $- saddle$ をもつ境界に、新たに二つの $- saddle$ を付け加えて一本の $- saddle connection$ でつなぎ内部に新たに付け加えた穴を置く $C$ 操作、
- である。

## 【0195】

ここで、操作語付与部102eは、以下の制約条件に従って操作語を付与してもよい。すなわち、操作語付与部102eは、5種類の操作語を付与する場合に、

- 1) 一本の $ss - orbit$ が存在することを条件に、操作語 $A_0$ または $A_2$ を付与し、
  - 2) 一本の $closed orbit$ が存在することを条件に、操作語 $B_0$ または $B_2$ を付与し、
  - 3)  $- saddle$ を持つ境界が存在することを条件に、操作語 $C$ を付与してもよい。
- なお、当該制約条件にしたがった操作語付与部102eの具体的な処理の詳細については、フローチャートを参照して後述する。また、本実施形態において、操作語付与部102eは、パターン語に対して付与した操作語の文字列である語表現をパターン遷移ファイル106cに格納してもよい。

## 【0196】

また、極大語表現部102fは、パターン語付与部102dおよび操作語付与部102eにより形成された語表現（パターン語および操作語の組み合わせからなる文字列）を極大語に変換する極大語表現手段である。すなわち、全ての採り得る流れパターンを書き出すアルゴリズム（以下、「アルゴリズムA」と呼ぶ。）において、パターン語付与部102dおよび操作語付与部102eにより形成された語表現群は、流れパターンを全て書き出

しているものの、互いに同じ流れパターンを規定した語表現や、互いに包含関係となる流れパターンを規定した語表現が存在する。そこで、極大語表現部 102f は、これらの語表現群に対して、重複する語表現や、包含される語表現等を排除することにより、極大語表現 (maximal word representation) とする処理を行う。例えば、極大語表現部 102f は、以下の表で示される包含関係に従って、語表現を入れ替えて極大語表現を形成させる。なお、下表において「=」は一致関係、「 $\subseteq$ 」または「 $\supseteq$ 」は包含関係を示す。唯一の例外は  $B_2$  と C であり、これは入れ替えても包含関係が成立しないので、この二つは入れ替えることができないので、このことを、 $B_2 C \parallel C B_2$  と象徴的に表している。なお、当該関係式にしたがった極大語表現部 102f の具体的な処理の詳細については、フローチャートを参照して後述する。

10

【表 2】

	$A_0$	$A_2$	$B_0$	$B_2$	C
$A_0$	=	=	$\leq$	$\leq$	=
$A_2$		=	=	=	$\leq$
$B_0$			=	$\leq$	$\geq$
$B_2$				=	$\parallel$
C					=

## 【0197】

20

また、遷移情報取得部 102g は、パターン遷移ファイル 106c のパターン遷移情報に基づいて、指定された構造安定な流れパターンから、位相幾何学的に採り得る別の構造安定な流れパターンへ至る遷移ルートに関する遷移情報を取得する遷移情報取得手段である。例えば、遷移情報取得部 102g は、入力装置 112 を介して利用者より指定された構造安定な流れパターンを出発点として、別の構造安定な流れパターンへ至る遷移ルートを探索してもよい。また、遷移情報取得部 102g は、シミュレーション部 102a によるシミュレーション結果による指定された構造安定な流れパターンを出発点として、別の構造安定な流れパターンへ至る遷移ルートを探索してもよい。例えば、シミュレーション部 102a によるシミュレーション結果を流線解析部 102b により解析することで得られた流線図について、語表現形成部 102c により形成された語表現を、指定された流れ

30

## 【0198】

ここで、遷移情報取得部 102g は、全ての採り得る遷移ルートを取得してもよく、指定された 2 つの構造安定な流れパターンについて最短の遷移ルートのみを取得してもよい。また、遷移情報取得部 102g は、構造不安定な 1 つの中間状態の流れパターンを介した遷移を 1 回の遷移として、一方の構造安定な流れパターンから他方の構造安定な流れパターンに至るまでの遷移回数を含む遷移情報を取得してもよい。

40

## 【0199】

ここで、遷移情報取得部 102g は、道路等の経路探索と同様に、リンクとノードによるグラフ理論を用いて、遷移ルートを探索してもよい。その場合、遷移情報取得部 102g は、構造安定な流れパターンをノードとして扱い、構造不安定な 1 つの中間状態の流れパターンを介した 1 回の遷移をリンクとして扱ってもよい。例えば、現在の構造物の形状と配置による流れパターンを出発点として、理想とする流れパターンを到達点として設定された場合について説明する。一例として、遷移情報取得部 102g は、指定された構造安定な流れパターンを出発点として、パターン遷移情報を参照して、構造不安定な 1 つの中間状態の流れパターンを介した 2 番目の構造安定な流れパターンを全て書き出す。そして、遷移情報取得部 102g は、2 番目の構造安定な流れパターンのそれぞれを出発点と

50

して、パターン遷移情報を参照して、構造不安定な1つの中間状態の流れパターンを介した3番目の構造安定な流れパターンを全て書き出す。このように順次探索範囲を広げていくことにより、到達点として設定された理想の流れパターンに辿り着いた場合に、遷移情報取得部102gは、繰り返し処理を終了して、その到達点に至るまでの遷移ルートを最短ルートとして出力してもよい。このように、遷移情報取得部102gは、パターン遷移情報に基づいて、指定された2つの構造安定な流れパターンについて、一方の構造安定な流れパターンから他方の構造安定な流れパターンに至るまでの遷移情報を取得してもよい。なお、2つの構造安定な流れパターン間に遷移ルートがない場合は、遷移不可能との結果を遷移情報として取得する。なお、遷移情報取得部102gは、取得した遷移情報を、モニタ等の出力装置114に出力してもよく、シミュレーション部102aによる最適化のために参照させてもよく、シミュレーション結果ファイル106aなどの記憶部106に格納してもよい。

#### 【0200】

ここで、遷移情報取得部102gは、語表現の操作語の数の変化(操作語の数の増減など)を指標として、効率的な遷移ルート探索を行ってもよい。すなわち、パターン遷移ファイル106cにおいて、構造不安定な1つの中間状態の流れパターンを介して、互いに遷移可能な構造安定な流れパターン間の、語表現の操作語の変化情報がパターン遷移情報に記憶されている場合、遷移情報取得部102gは、指定された2つの語表現の操作語の変化を、パターン遷移情報に照会して、対応する流れパターンを抽出してもよい。より具体的には、遷移情報取得部102gは、与えられた二つの構造安定な流線パターン $W_1$ 、 $W_2$ について、語表現形成部102cにより形成された極大語表現の指数の差 $d$ を求め、その差 $d$ を持つ遷移パターンを図2~図28に示すようなパターン遷移情報から探し出すことによって、遷移情報を取得してもよい。

#### 【0201】

以上が、本実施形態における流体遷移経路取得装置100の構成の一例である。なお、流体遷移経路取得装置100は、ネットワーク300を介して外部システム200に接続されてもよい。この場合、通信制御インターフェース部104は、流体遷移経路取得装置100とネットワーク300(またはルータ等の通信装置)との間における通信制御を行う。すなわち、通信制御インターフェース部104は、他の端末と通信回線を介してデータを通信する機能を有する。また、ネットワーク300は、流体遷移経路取得装置100と外部システム200とを相互に接続する機能を有し、例えば、インターネット等である。

#### 【0202】

また、外部システム200は、ネットワーク300を介して、流体遷移経路取得装置100と相互に接続され、実験結果や数値計算結果等のシミュレーション結果データや流線図データ等の各種データに関する外部データベースや、接続された情報処理装置に流体遷移経路取得方法を実行させるためのプログラム等を提供する機能を有する。

#### 【0203】

ここで、外部システム200は、WEBサーバやASPサーバ等として構成してもよい。また、外部システム200のハードウェア構成は、一般に市販されるワークステーション、パーソナルコンピュータ等の情報処理装置およびその付属装置により構成してもよい。また、外部システム200の各機能は、外部システム200のハードウェア構成中のCPU、ディスク装置、メモリ装置、入力装置、出力装置、通信制御装置等およびそれらを制御するプログラム等により実現される。

#### 【0204】

以上で、本実施形態の構成の説明を終える。

#### 【0205】

[流体遷移経路取得装置100の処理]

次に、このように構成された本実施形態における流体遷移経路取得装置100の処理の一例について、以下に図面を参照して詳細に説明する。図30は、流体遷移経路取得装置

100の処理の一例を示すフローチャートである。

【0206】

図30に示すように、まず、遷移情報取得部102gは、構造安定な流れパターンを指定させるように制御する(ステップS-1)。例えば、遷移情報取得部102gは、利用者に、入力装置112を介して、流れパターンを指定させるように制御してもよい。また、遷移情報取得部102gは、シミュレーション部102aによるシミュレーション結果に基づいて流線解析部102bにより得られた流線図を、指定の流れパターンとしてもよい。なお、遷移情報取得部102gは、語表現に基づいて経路探索を行う場合は、指定された流線図や流れパターンを、語表現形成部102cによって語表現に変換する。

【0207】

そして、遷移情報取得部102gは、指定された構造安定な流れパターンに対応する、パターン遷移情報を参照する(ステップS-2)。例えば、互いに1回の中間状態を経て遷移可能な構造安定な流れパターンが、語表現として対応付けてパターン遷移ファイル106cに格納されている場合、遷移情報取得部102gは、指定された構造安定な流れパターンの語表現に一致するパターン遷移情報を検索して、遷移可能な流れパターンを順次探索してもよい。なお、2つの上記構造安定な流れパターンが指定されている場合、遷移情報取得部102gは、一方の上記構造安定な流れパターンから他方の上記構造安定な流れパターンに向けて、順次探索してもよく、2つの構造安定な流れパターン間の位相的な差(例えば、指数の差)に基づいて探索してもよい。後者の処理の詳細については、後述する。このほか、遷移情報取得部102gは、公知の経路探索手法や、公知の最短経路探索手法(ダイクストラ法等)を用いて、遷移ルートの探索を行ってもよい。

【0208】

そして、遷移情報取得部102gは、探索した遷移ルートに関する遷移情報を取得する(ステップS-3)。例えば、1つの流れパターンが指定された場合に、遷移情報取得部102gは、指定された構造安定な流れパターンから、所定の遷移回数にわたって、別の構造安定な流れパターンへ至る遷移ルートに関する遷移情報を取得してもよい。なお、遷移情報取得部102gは、構造安定な流れパターンに関する情報のみならず、その中間の構造不安定な流れパターンに関する情報を遷移情報に含めてもよい。なお、2つの流れパターンが指定された場合に、遷移情報取得部102gは、一方の構造安定な流れパターン( $W_1$ )から他方の構造安定な流れパターン( $W_2$ )に至るまでの遷移情報を取得してもよい。その際、遷移情報取得部102gは、遷移回数が最小となる遷移ルートを遷移情報として取得してもよい。なお、遷移情報取得部102gは、遷移ルートを流線図や流れパターンの図形とした遷移情報を取得してもよく、語表現で記述した遷移情報を取得してもよい。また、遷移情報取得部102gは、取得した遷移情報を出力装置114に表示出力してもよく、記憶部106に格納してもよく、シミュレーション部102aによる最適化処理のために参照させてもよい。

【0209】

以上が、流体遷移経路取得装置100の処理の一例である。

【0210】

[指数の差を用いた遷移ルート探索処理]

ここで、指数の差を用いた遷移ルート探索処理の一例について以下に図面を参照して詳細に説明する。図31は、流体遷移経路取得装置100における、指数の差を用いた遷移ルート探索処理の一例を示すフローチャートである。なお、以下の例では、パターン遷移情報として、h-不安定およびp-不安定な流線パターンの摂動とその部分語表現に関して得られた図26~図28のリストを用いている。また、入力として、2つの構造安定な流線パターンとその極大語表現 $W_1$ と $W_2$ が指定されており、極大語表現から判定される遷移の可能性Xのリストを遷移情報として出力することを前提として説明する。

【0211】

まず、遷移情報取得部102gは、上述したステップS-1と同様に、2つの構造安定な流線パターンを指定させる(ステップS-11)。

## 【0212】

そして、遷移情報取得部102gは、2つの構造安定な流線パターンに対応する語表現 $W_1$ 、 $W_2$ を取得する(ステップS-12)。例えば、流線図が指定された場合、遷移情報取得部102gは、語表現形成部102cの処理により、対応する語表現 $W_1$ 、 $W_2$ を取得する。

## 【0213】

そして、遷移情報取得部102gは、語表現 $W_1$ と $W_2$ の差 $d$ を計算する(ステップS-13)。すなわち、遷移情報取得部102gは、適当な $*$ をI、II、Oから選んで、 $d = \text{ind}^*(W_1) - \text{ind}^*(W_2)$ を計算する。

## 【0214】

そして、遷移情報取得部102gは、差 $d$ をもつ遷移パターン $X$ を、パターン遷移情報(図26~図28の表)から導出する(ステップS-14)。なお、差 $d$ をもつ遷移パターン $X$ が一致しない場合は、二つの構造安定な流線パターンは一回の遷移で互いに移りあえない旨を示す遷移情報としてもよく、あるいは、複数回の遷移で移りあえる遷移ルートを探してもよい。例えば、 $k$ 回の遷移で移りあえるとして、遷移情報取得部102gは、 $d = \text{ind}^*(W_1) - \text{ind}^*(W_2) = d_1 + d_2 + \dots + d_k$ となるような、遷移パターン $X_1, X_2, \dots, X_k$ の組み合わせを導出してもよい。なお、遷移するときの隣り合う流線パターン同士は、語表現が同一(部分列を共有)でなければならない。

## 【0215】

そして、遷移情報取得部102gは、差 $d$ をもつ遷移パターン $X$ をリストから全て探しだし(ステップS-14)、各遷移パターン $X$ に対応する部分列 $S_1$ と $S_2$ を取得する(ステップS-15)。なお、上述した複数回の遷移を仮定する場合、遷移パターン $X_1, X_2, \dots, X_k$ について、それぞれ部分列 $S_{11}$ と $S_{21} \sim S_{1k}$ と $S_{2k}$ を求める。

## 【0216】

そして、遷移情報取得部102gは、部分列 $S_1$ と $S_2$ に対して、これらがそれぞれ $W_1$ と $W_2$ の部分語となっているかを調べ、部分語となっている場合は、遷移候補として遷移情報に含める(ステップS-16)。すなわち、 $S_1 = W_1$ かつ $S_2 = W_2$ かを調べる。もしこれが成り立っていた場合は $X$ を遷移の候補として取得し、そうでなければ棄却する。なお、上述した複数回の遷移を仮定する場合、遷移するときの隣り合う流線パターン同士が、部分列を共有するように並び替えを行う。もし、部分列を共有する並びがあれば、その順列を遷移候補として取得し、部分列を共有する並びがなければ棄却する。部分列を共有する並びができれば、端の $W_1$ または $W_2$ から順に辿って、遷移ルートにおける語表現の全体を順次決定していくことも可能である。

## 【0217】

以上が、指数の差を用いた遷移ルート探索処理の一例である。なお、 $h$ -不安定および $p$ -不安定な流線パターンの摂動とその部分語表現に関して得られた図26~図28のリストをパターン遷移情報として用いた例では、遷移候補のパターン $X$ は、起こりうる遷移の候補(必要条件)を与えるだけであって、それに対応する中間状態が実際に実現されるかどうかは、その部分語に対応して得られている構造が実際に存在するか(充分性)を確認する必要がある。それが確認されれば、二つの構造安定な流線パターンの中間状態としての $p$ -不安定あるいは $h$ -不安定な流線パターンを実際に書き下すこともできる。なお、この充分性の確認部分について、流線構造のパターンマッチングについて人間の手に行ってよく、公知のパターンマッチング技術を用いて行ってよい。

## 【0218】

## [実施例]

ここで、シミュレーション結果を用いた実施例について説明する。前提として、一様流中におかれた物体について、ある期間における、物体が受ける力と物体周りの流れの実験結果または数値計算結果を記憶している。ここで、物体が受ける力は、一様流によって物

10

20

30

40

50

体が受ける力であり、具体的には、揚力 ( l i f t ) や抗力 ( d r a g ) であり、一例として、揚抗比 ( 揚力と抗力の比 ) であってもよい。

【 0 2 1 9 】

ここで、図 3 2 は、二次元外部領域内において、有限の厚みを持つ薄い一枚の平板が、一様流中の物体として、一様流に対して一定の角度で傾いておかれている場合を模式的に示した図である。図中の記号  $U$  は一様流を示し、 $cl$  は平板の長辺の長さ、 $\theta$  は一様流に対する角度、 $L_x$  および  $L_y$  は  $x$  軸方向と  $y$  軸方向の長さからなる、計算対象の矩形領域を示している。

【 0 2 2 0 】

図 3 2 に示すように、例えば、航空機や列車や自動車等の物体においては、進行方向に沿って相対的に無限遠点からの一様流が発生するので、この一様流に沿った 2 次元断面を仮定して、一様流中におかれた物体について、ある期間における、物体が受ける力と物体周りの流れを、シミュレーションにより得ることを考える。ここで、図 3 3 および図 3 4 は、物体周りの流れの数値計算結果を示す図である。なお、図 3 4 における、数値計算条件の詳細 ( 例えば、レイノルズ数 : 1 3 7 0、 $\theta$  : 1 5 °、分析範囲 ( R e s o l u t i o n ) : 1 0 2 4 x 2 5 6 ) は、ここでは重要ではないので省略する。

【 0 2 2 1 】

図 3 3 では、一様流が物体に当たっていないときの物体周りの流れを図示したものであり、図 3 4 では、一様流が物体に当たっているときの、ある時点 (  $t = 5 . 5$  ) の物体周りの流れを図示したものである。左回り ( 反時計回り ) の流れは、正の値となっており、右回りの流れは、負の値となっており、真っすぐな流れは、0 で示されている。すなわち、図は、流れの渦度成分を表現しており、正の値の部分は反時計回りの正向き渦成分がある領域を示し、負の値の部分は時計回りの負向きの渦成分がある領域を表している。物体が受ける力のうち、揚力 ( l i f t ) や揚抗比 (  $l / d$  r a t i o ) には、大きな時間変動がみられ、周期的に上下に振動している。

【 0 2 2 2 】

従来では、ある時点における揚力や揚抗比と、その時点における物体周りの流れのシミュレーション結果を対応づけることは可能であったが、どのような位相構造の変化が、物体が受ける力の変動に影響を及ぼすものであるのか、また、その位相構造の変化の間に、どのような中間状態の不安定な位相構造が起こりうるのか、分析や知見を得ることは困難であった。そこで、本実施例では、このようなシミュレーションについて、中間状態を分析するため以下の処理を行った。

【 0 2 2 3 】

図 3 4 は、一様流中におかれた一枚平板の  $t = 5 . 5$  から  $t = 7 . 7$  までの時間発展とその流線パターンの位相構造およびその極大語表現である。これによると各時刻における極大語表現が異なっているため何らかの遷移が起こったと考えられる。どのような遷移が起こったかどうかを本実施形態のアルゴリズム ( 指数の差を用いた遷移ルート探索処理等 ) に従って与えることにする。

【 0 2 2 4 】

まず、時刻  $t = 5 . 5$  と  $t = 6 . 6$  の極大語表現が  $W_0 = I C C B_0$  および  $W_1 = I A_0 C B_0$  であるので、まずその指数の差  $d$  をとると、 $d = i n d_I ( W_1 ) - i n d_I ( W_0 ) = ( 1 , 0 , 0 , 0 , - 1 )$  となるが、このような指数の差を生成する遷移  $X$  は、図 2 6 ~ 図 2 8 のリストから、 $X = I_{-1}, I M_{1,5}, I C M_{1,i}$  の三つあることがわかる。

【 0 2 2 5 】

それぞれの  $X$  に対して、リストから対応する部分列  $S_1$  と  $S_2$  をみると、いずれも  $W_1$  と  $W_0$  によって部分語として含まれているので起こりうる可能性はこの三つであることが分かる。

【 0 2 2 6 】

それぞれについて摂動して得られる流線パターンのマッチングを行うと実際に起こった

遷移は  $I M_{1, s}$  であり、その中間状態にある  $p$  - 不安定な流線パターンは図 3 5 ( a ) であることもわかる。ここで、図 3 5 は、時刻  $t = 5.5$  から  $7.7$  の時間発展の間起こった遷移を示す図である。

【 0 2 2 7 】

次に、時刻  $t = 6.6$  から  $t = 7.7$  に対して、その極大語表現は  $W_1 = I A_0 C B_0$  と  $W_2 = I A_0 A_0 C$  であるので、その指数の差をとると  $d = \text{ind}_I(W_2) - \text{ind}_I(W_1) = (1, 0, -1, 0, 0)$  であるので、図 2 6 ~ 図 2 8 のリストから  $X$  を探すと、 $X = I C D_0, A_0 E_{0, s}$  および  $I C (2)$  を得られる。

【 0 2 2 8 】

$X = I C (2)$  に対応する部分語  $S_1$  と  $S_2$  は  $W_2$  と  $W_1$  に含まれないので、これは除外される。

【 0 2 2 9 】

一方、 $X = A_0 E_{0, s}$  および  $X = I C D_0$  については、いずれも  $S_1, W_2$  かつ  $S_2, W_1$  が成り立つので、これらは起こりうる遷移の候補である。それぞれについて不安定パターンを実際に摂動させて得られる構造安定パターンを比較することで起こった遷移は  $X = A_0 E_{0, s}$  であることがわかり、その中間状態は図 3 5 ( b ) のような  $h$  - 不安定な流線パターンが得られる。

【 0 2 3 0 】

以上で、本実施例の説明を終える。本実施例によれば、例えば、飛行機の翼回りの流れ場の時間発展に対して、その各時刻における揚抗比といった翼の機能として重要な特性の変化がどのように形成されるか、またどのように失われるかのメカニズムが理解できるようになるため、効率的な翼機能の設計における改良の指針がより明確に与えられる。また、飛行機に限らず、橋脚の設計や堰堤の設計において、ある配置で得られた流線から最適と思われる流線構造に最適化する上での中間段階やそこへ到るルートが記述できる。

【 0 2 3 1 】

種々の流体と構造物の相互作用の効率という観点から最適な配置が分かっているとき、本実施例に拠れば、現在の状態から初めて連続的に形状や配置を変形する場合に、次に進むべき流れパターンの状態がわかる。このとき構造物の形状や配置の連続変化を通して最適配置へと到る最短ルートを把握できるようになり、最適化を行う上での効率的な指針を与える。また、大規模数値計算や流体実験などで得られた流れの時間発展に対して、その流れパターンの遷移を記述することが可能になることで、運動を制御して最適な状態を保持するための最短制御を考えることができる。例えば、航空機等において失速しないための翼の効率的な制御方法が分かるようになる。

【 0 2 3 2 】

[ 語表現アルゴリズムの基本処理 ]

ここで、流体遷移経路取得装置 1 0 0 により実行される語表現アルゴリズムの基本処理の一例について、上述した図 1 を再び参照して説明する。なお、以下の例では、パターン語の付与 (ステップ S A - 1) が先に行われ、操作語の付与 (ステップ S A - 2) が後に行われるが、これに限られず、操作語の付与を先に行い、後にパターン語の付与を行ってもよいものである。

【 0 2 3 3 】

図 1 に示すように、まず、語表現形成部 1 0 2 c のパターン語付与部 1 0 2 d は、パターン語  $I, II$  のうちのいずれか一語を付与する (ステップ S A - 1)。ここで、パターン語付与部 1 0 2 d は、上記に加えてパターン  $O$  を追加した、合計 3 種類のパターン語  $I, II, O$  のうちのいずれか一語を付与してもよい。より具体的には、3 種類のパターン語は、

1) 吸い込み湧き出し対をもち、二つの  $s s - \text{saddle connection}$  をもつパターンを規定するパターン語  $I$ 、

2) 吸い込み湧き出し対をもち、一つの  $\text{saddle point}$ 、それを結ぶ  $\text{homoclinic saddle connection}$  と二つの  $s s - \text{saddle c}$

10

20

30

40

50

o n n e c t i o n をもつパターンを規定するパターン語 I I、および  
 3) 吸い込み湧き出し対をもたないパターンを規定するパターン語 O、  
 である。

【 0 2 3 4 】

そして、語表現形成部 1 0 2 c の操作語付与部 1 0 2 e は、パターン語付与部 1 0 2 d  
 により付与されたパターン語に対して、5 種類の操作語  $A_0$ 、 $A_2$ 、 $B_0$ 、 $B_2$ 、C のう  
 ちのいずれか一語を付与する (ステップ S A - 2)。より具体的には、5 種類の操作語は

1) 一本の  $ss$ -orbit を、一つの  $saddle\ point$ 、それを結び内部に  
 穴をもつ  $homoclinic\ saddle\ connection$  と二つの  $ss$ - $saddle\ connection$  に置き換える操作を規定した操作語  $A_0$ 、

2) 一本の  $ss$ -orbit を、二つの  $ss$ - $saddle\ connection$  と新たに追加した境界上の二つの  
 $saddle$  に置き換える操作を規定した操作語  
 $A_2$ 、

3) 一本の  $closed\ orbit$  を、一つの穴と  $saddle\ point$  を追加  
 して 8 の字をした 2 本の  $homoclinic\ saddle\ connection$  に  
 置き換える操作を規定した操作語  $B_0$ 、

4) 一本の  $closed\ orbit$  を、新たに追加した穴の境界上に二つ  
 $saddle$  をつけて一本の  $saddle\ connection$  でつなぐような軌道に置  
 き換える操作を規定した操作語  $B_2$ 、および、

5) 既に  $2k$  個 ( $k > 0$ ) の  $saddle$  をもつ境界に、新たに二つの  
 $saddle$  を付け加えて一本の  $saddle\ connection$  でつなぎ内部に新た  
 に付け加えた穴を置く操作を規定した操作語 C、

である。なお、上記の操作は、穴を追加する場合の操作を規定したものであることから  
 、ある流線図に操作語を割り当てていくアルゴリズム B においては、当該流線図に対して  
 上記操作の逆の操作 (逆の置き換え操作) を行うことになる。

【 0 2 3 5 】

ここで、操作語付与部 1 0 2 e は、上記の操作が  $ss$ -orbit や  $closed\ o$   
 $rbit$  等の存在を前提にしていることから、以下の制約条件に従って操作語を付与して  
 もよい。すなわち、操作語付与部 1 0 2 e は、5 種類の操作語を付与する場合に、

1) 一本の  $ss$ -orbit が存在することを条件に、操作語  $A_0$  または  $A_2$  を付与し

2) 一本の  $closed\ orbit$  が存在することを条件に、操作語  $B_0$  または  $B_2$   
 を付与し、

3)  $saddle$  を持つ境界が存在することを条件に、操作語 C を付与してもよい

【 0 2 3 6 】

そして、語表現形成部 1 0 2 c の操作語付与部 1 0 2 e は、穴の数が N 個に達したか否  
 かを判定する (ステップ S A - 3)。例えば、操作語付与部 1 0 2 e は、穴が 1 つの単連  
 結外部領域  $D(0)$  におけるパターン語 I、I I に対して、穴が N 個となるまで ( $N -$   
 1) 個の操作語を付与し終えたか否かを判定する。また、操作語付与部 1 0 2 e は、穴が  
 2 つの二重連結外部領域  $D(1)$  におけるパターン語 O に対して、穴が N 個となるまで  
 ( $N - 2$ ) 個の操作語を付与し終えたか否かを判定する。なお、アルゴリズム B において  
 は予め穴の数を設定していない。アルゴリズム B の場合は、操作語付与部 1 0 2 e は、流  
 線図に対する操作語に従った置き換え操作によって、流線図が初期パターン (I、I I、  
 または O) に達したか否かで、穴の数が N 個に達したか否かを判定してもよい。

【 0 2 3 7 】

穴の数が N 個に達していない場合 (ステップ S A - 3、No)、語表現形成部 1 0 2 c  
 の操作語付与部 1 0 2 e は、これまでに作成した文字列に対して、更に操作語を付与する  
 (ステップ S A - 2)。

10

20

30

40

50

## 【 0 2 3 8 】

一方、穴の数がN個に達した場合（ステップSA - 3 , Y e s ）、語表現形成部 1 0 2 c の操作語付与部 1 0 2 e は、これまでに作成した文字列を語表現としてパターン遷移ファイル 1 0 6 c に格納して処理を終える。

## 【 0 2 3 9 】

以上が、本実施形態における流体遷移経路取得装置 1 0 0 の語表現アルゴリズムの基本処理の一例である。このように語表現を形成させることによって、シミュレーション結果がどの流れパターンに対応するか語表現にて表すことができる。

## 【 0 2 4 0 】

## [ アルゴリズム B ]

つづいて、上述した語表現形成部 1 0 2 c による基本処理を基礎として、流線図から語表現を求めるアルゴリズム B の処理の詳細について、以下に図 3 6 ~ 図 4 3 を参照して説明する。

## 【 0 2 4 1 】

## [ B - 1 . パターン語の割り当て処理 ]

上述した基本処理のステップ SA - 1 におけるパターン語の割り当て処理について図 3 6 を参照して以下に説明する。図 3 6 は、パターン語の割り当て処理の一例を示すフローチャートである。

## 【 0 2 4 2 】

ここで、与えられた流線図は、図 6 に示したように円内の領域として描画の便宜上記載したが、本アルゴリズムは、もともと一様流を持つ非有界な領域における流れの判定アルゴリズムである。数値シミュレーションや実際の計測によって得られる流れは非有界な流れ場（から必要な部分を切り出した）の流線図であることから、円内の領域への変換が必要であるかどうか問題になるが、本願発明者らによる鋭意検討の結果、本アルゴリズムを適用するにあたり、そのような変換は不要であることがわかった。それに基づいて、与えられた流線図に対して以下の処理を施せば、その流線図が I 系列か II 系列か O 系列かがわかる。すなわち、以下の処理を実施する場合に、流線図をステレオ射影法等によって円内の領域へ変換することは不要である。

## 【 0 2 4 3 】

図 3 6 に示すように、パターン語付与部 1 0 2 d は、流線図から語表現を求めるアルゴリズム B において、与えられた流線図において、`ss - - saddle connection` が存在するか否かを判定する（ステップ SA - 1 1 ）。

## 【 0 2 4 4 】

`ss - - saddle connection` が存在すると判定した場合（ステップ SA - 1 1 , Y e s ）、パターン語付与部 1 0 2 d は、パターン語 I を付与する（ステップ SA - 1 2 ）。すなわち、与えられた流線図は I 系列と判定される。

## 【 0 2 4 5 】

一方、`ss - - saddle connection` が存在しない場合（ステップ SA - 1 1 , N o ）、パターン語付与部 1 0 2 d は、流線図において `ss - saddle connection` が存在するか否かを判定する（ステップ SA - 1 3 ）。

## 【 0 2 4 6 】

そして、`ss - saddle connection` が存在すると判定した場合（ステップ SA - 1 3 , Y e s ）、パターン語付与部 1 0 2 d は、パターン語 II を付与する（ステップ SA - 1 5 ）。すなわち、与えられた流線図は II 系列と判定される。

## 【 0 2 4 7 】

一方、`ss - saddle connection` が存在しない場合（ステップ SA - 1 3 , N o ）、パターン語付与部 1 0 2 d は、パターン語 O を付与する（ステップ SA - 1 4 ）。すなわち、与えられた流線図は O 系列と判定される。

## 【 0 2 4 8 】

以上が、パターン語の割り当て処理の一例である。

10

20

30

40

50

## 【 0 2 4 9 】

[ B - 2 . I 系列における操作語の割り当て処理 ]

つづいて、アルゴリズム B における I 系列の操作語の割り当て処理の一例について、図 3 7 および図 3 8 を参照して説明する。図 3 7 および図 3 8 は、アルゴリズム B における I 系列の操作語の割り当て処理の一例を示すフローチャートである。

## 【 0 2 5 0 】

図 3 7 に示すように、流線解析部 1 0 2 b は、シミュレーション結果ファイル 1 0 6 a に記憶された、数値シミュレーションや実験データから、流線解析により流線図を作成する (ステップ S B - 1)。具体的には、流線解析部 1 0 2 b は、数値シミュレーション結果から、`saddle point` や `-saddle` などすべて計算した後、その点における流れ関数の値と同じ値を持つ流れ関数の等高線をすべて描画し、また、境界 (`boundary`) 上の流れ関数の値と同じ値を持つ流れ関数の等高線をすべて描画することにより流線図の作成が可能となる。そのほか、流線解析部 1 0 2 b は、`Computational Homology` (非特許文献 1) に記載の技術等を用いて、流れ場から条件を満たす特徴的な構造を抽出してもよい。なお、本実施形態において、流線解析部 1 0 2 b は、作成した流線図データを流線図ファイル 1 0 6 b に格納する。なお、データ管理上、流線解析部 1 0 2 b は、得られたすべての線や `saddle point`, `ss-orbits`, `-saddle`, `boundary` に番号をつけて流線図データを扱ってもよい。これにより、それらの包含関係をつけてその順位をつけてデータ構造を決めることによって、以降の前処理や各系列のアルゴリズムを計算機上で扱いやすくなる。

## 【 0 2 5 1 】

そして、流線解析部 1 0 2 b は、流線図に対して前処理を施す (ステップ S B - 2)。例えば、流線解析部 1 0 2 b は、与えられた流線図に対して以下の三つの前処理を施す。なお、これらの操作を施した回数をエラー数と呼び、語表現にてどの程度流線を表すことができているかの指標となる。例えば、渦潮では、平面上の流体の動きにとどまらず、平面の垂直方向にも海流が移動している。また、航空機等の物体について、一樣流に沿った二次元断面と水平でない方向にも、障害物にぶつかった気体等が流れ込む場合がある。そこで、以下の前処理を行うことで、平面状の流れと近似して、前処理を行った回数 (エラー回数) だけ、真から外れていることの指標としている。

1. `-saddle` の安定多様体、不安定多様体あるいは極限集合が、`sink, source` の `limit cycle` を含むならば、それを閉じて `sink, source, limit cycle` を消去する。
2. `sink` の (吸引) 領域を、`center/disk` と `homoclinic (-)saddle connection` に置き換える。
3. `source` の (発散) 領域を、`center/disk` と `homoclinic (-)saddle connection` に置き換える。

## 【 0 2 5 2 】

そして、操作語付与部 1 0 2 e は、流線解析部 1 0 2 b により前処理が施された流線図について、`-saddle` が存在するか判定する (ステップ S B - 3)。

## 【 0 2 5 3 】

`-saddle` が存在する場合 (ステップ S B - 3, `Yes`)、操作語付与部 1 0 2 e は、ちょうど 2 つの `-saddle` が存在する境界で、`ss-saddle connection` を持つものがあるか否かを判定する (ステップ S B - 4)。

## 【 0 2 5 4 】

ちょうど二つの `-saddle` が存在する境界を含む `ss-saddle connection` を持つものが  $k$  個ある場合 (ステップ S B - 4, `Yes`)、操作語付与部 1 0 2 e は、操作語  $A_2$  を  $k$  個付与し (ステップ S B - 5)、流線解析部 1 0 2 b は、流線図上において、これら二つの `-saddle` と境界 (`boundary`) を消去して、一本の `ss-orbit` に置き換える操作を  $k$  回行う (ステップ S B - 6)。

## 【0255】

一方、ちょうど二つの  $-saddle$  が存在する境界を含む  $ss - -saddle$  connection を持つものがない場合 (ステップSB-4, No)、操作語付与部102eは、ちょうど二つの  $-saddle$  が存在する境界で、同じ境界上の  $-saddle$  connection を持つものがあるか否かを判定する (ステップSB-7)。

## 【0256】

ちょうど二つの  $-saddle$  が存在する境界を含む  $-saddle$  connection を持つものが  $k$  個ある場合 (ステップSB-7, Yes)、操作語付与部102eは、操作語  $B_2$  を  $k$  個付与し (ステップSB-8)、流線解析部102bは、流線図上において、同じ境界上の  $-saddle$  connection で結ばれた  $-saddle$  と境界 (boundary) を消去して一本の closed orbit に置き換える操作を  $k$  回行う (ステップSB-9)。

## 【0257】

一方、ちょうど二つの  $-saddle$  が存在する境界を含む  $-saddle$  connection を持つものがない場合 (ステップSB-7, No)、操作語付与部102eは、4つ以上の  $-saddle$  を持つ境界の中に、同じ境界上の  $-saddle$  connection で、その内側が center/disk であるものがあるか否かを判定する (ステップSB-10)。

## 【0258】

$-saddle$  を4つ以上含む境界上の  $-saddle$  connection で、その内側が center/disk であるような境界が  $k$  個ある場合 (ステップSB-10, Yes)、操作語付与部102eは、操作語  $C$  を  $k$  個付与し (ステップSB-11)、流線解析部102bは、流線図上において、同じ境界上の  $-saddle$  connection と、それによって結ばれている二つの  $-saddle$  と、それらに囲まれる center/disk を消去する操作を  $k$  回行う (ステップSB-12)。

## 【0259】

一方、 $-saddle$  を4つ以上含む境界上の  $-saddle$  connection で、その内側が center/disk であるような境界がない場合 (ステップSB-10, No)、もっとも内側にある Figure eight (すなわち  $-saddle$  connection で、その内側の少なくとも片方が center/disk であるもの) が存在するので、その数を  $k$  個とし、操作語付与部102eは、操作語  $B_0$  を  $k$  個付与し (ステップSB-13)、流線解析部102bは、流線図上において、もっとも内側にある Figure eight から saddle point と boundary を一つ消去して、center/disk を囲む closed orbit に置き換える操作を  $k$  回行う (ステップSB-14)。ここで、「Figure eight」とは、一つのサドル点とそれをつなぐ二つの homoclinic saddle connection からなり、各 homoclinic saddle connection はその内部に center/disk を囲んでいるような (8の字のような形をした) 流れの構造を指す。

## 【0260】

そして、以上の処理を行った後、処理をステップSB-3に戻し、まだ  $-saddle$  が存在する場合は (ステップSB-3, Yes)、流体遷移経路取得装置100は、上述した処理を繰り返す。

## 【0261】

一方、 $-saddle$  がなくなった場合は (ステップSB-3, No)、図38に示すように、操作語付与部102eは、saddle point (サドル点) が存在するか否かを判定する (ステップSB-15)。

## 【0262】

saddle point が存在する場合 (ステップSB-15, Yes)、操作語付

与部102eは、Figure eightパターンに存在するsaddle pointがあるか否かを判定する(ステップSB-16)。

【0263】

Figure eightパターンに存在するsaddle pointがk個ある場合(ステップSB-16, Yes)、操作語付与部102eは、操作語B<sub>0</sub>をk個付与し(ステップSB-17)、流線解析部102bは、流線図上において、もっとも内側にあるFigure eightパターンを一つのcenter/diskまわりのclosed orbitに置き換える操作をk回行う(ステップSB-18)。

【0264】

一方、Figure eightパターンに存在するsaddle pointがない場合(ステップSB-16, No)、ss-saddle connectionで、かつhomoclinic saddle connectionを持ち、その内側がcenter/diskであるものが存在するので、その数をk個とし、操作語付与部102eは、操作語A<sub>0</sub>を付与し(ステップSB-19)、流線解析部102bは、saddle point(サドル点)とそれを結ぶhomoclinic saddle connectionおよび、それらに囲まれるcenter/diskを消去する操作をk回行う(ステップSB-20)。

【0265】

そして、以上の処理を行った後、処理をステップSB-15に戻し、まだsaddle pointが存在する場合は(ステップSB-15, Yes)、流体遷移経路取得装置100は、上述した処理を繰り返す。

【0266】

一方、saddle pointがもはやない場合は(ステップSB-15, No)、流体遷移経路取得装置100は、アルゴリズムBにおけるI系列の操作語の割り当て処理を終え、語表現形成部102cにより形成された語表現は、遷移情報取得部102gの制御により、その時点で物体が受ける力に対応付けて、パターン遷移ファイル106cに格納される。なお、語表現形成部102cの極大語表現部102fは、得られた文字列の中から一つA<sub>2</sub>を選んで、それをIと置き換えて文字列の先頭に移動させ、残りの文字列をルールに従って並び替えれば、極大語(maximal word)に変換することができる。

【0267】

[B-3. II系列における操作語の割り当て処理]

つづいて、アルゴリズムBにおけるII系列の操作語の割り当て処理の一例について、図39を参照して説明する。図39は、アルゴリズムBにおけるII系列の操作語の割り当て処理の一例を示すフローチャートである。なお、I系列の操作語の割り当て処理のステップSB-1およびステップSB-2と同様に、流線解析により流線図の作成と前処理が行われていてもよい。

【0268】

図39に示すように、操作語付与部102eは、与えられた流線図について、-saddleが存在するか判定する(ステップSC-1)。

【0269】

-saddleが存在する場合(ステップSC-1, Yes)、操作語付与部102eは、ちょうど2つの-saddleが存在する境界で、その境界上の-saddle connectionを持つものがあるか否かを判定する(ステップSC-2)。

【0270】

ちょうど2つの-saddleが存在する境界を含む-saddle connectionを持つものがk個ある場合(ステップSC-2, Yes)、操作語付与部102eは、操作語B<sub>2</sub>をk個付与し(ステップSC-3)、流線解析部102bは、流線図上において、同じ境界上の-saddleと-saddle connectionを一本のclosed orbitに置き換える操作をk回行う(ステップSC-4)。

## 【0271】

一方、ちょうど2つの `-saddle` が存在する境界を含む `-saddle connection` を持つものがない場合 (ステップSC-2, No)、操作語付与部102eは、4つ以上の `-saddle` を持つ境界の中に、同じ境界上の `-saddle connection` で、その内側が `center/disk` であるものがあるか否かを判定する (ステップSC-5)。

## 【0272】

`-saddle` を4つ以上含む境界上の `-saddle connection` で、その内側が `center/disk` であるような境界が  $k$  個ある場合 (ステップSC-5, Yes)、操作語付与部102eは、操作語Cを  $k$  個付与し (ステップSC-6)、  
10  
流線解析部102bは、流線図上において、同じ境界上の `-saddle connection` と、それによって結ばれている二つの `-saddle` と、それらに囲まれる `center/disk` を消去する操作を  $k$  回行う (ステップSC-7)。

## 【0273】

一方、`-saddle` を4つ以上含む境界上の `-saddle connection` で、その内側が `center/disk` であるような境界がない場合 (ステップSC-5, No)、もっとも内側にある `Figure eight` が存在するので、その数を  $k$  個とし、操作語付与部102eは、操作語B<sub>0</sub>を  $k$  個付与し (ステップSC-8)、  
20  
流線解析部102bは、流線図上において、もっとも内側にある `Figure eight` パターンを、一つの `center/disk` を囲む `closed orbit` に置き換える操作を  $k$  回行う (ステップSC-9)。

## 【0274】

そして、以上の処理を行った後、処理をステップSC-1に戻し、まだ `-saddle` が存在する場合は (ステップSC-1, Yes)、流体遷移経路取得装置100は、上述した処理を繰り返す。

## 【0275】

一方、`-saddle` がもはやない場合は (ステップSC-1, No)、操作語付与部102eは、`saddle point` (サドル点) が存在するか否かを判定する (ステップSC-10)。

## 【0276】

`saddle point` が存在する場合 (ステップSC-10, Yes)、操作語付与部102eは、`Figure eight` パターンに存在する `saddle point` があるか否かを判定する (ステップSC-11)。  
30

## 【0277】

`Figure eight` パターンに存在する `saddle point` が  $k$  個ある場合 (ステップSC-11, Yes)、操作語付与部102eは、操作語B<sub>0</sub>を  $k$  個付与し (ステップSC-12)、流線解析部102bは、流線図上において、もっとも内側にある `Figure eight` パターンを一つの `center/disk` まわりの `closed orbit` に置き換える操作を  $k$  回行う (ステップSC-13)。  
40

## 【0278】

一方、`Figure eight` パターンに存在する `saddle point` がない場合 (ステップSC-11, No)、`ss-saddle connection` で、かつ `homoclinic saddle connection` を持ち、その内側が `center/disk` であるものが存在するので、その数を  $k$  個とし、操作語付与部102eは、操作語A<sub>0</sub>を  $k$  個付与し (ステップSC-14)、流線解析部102bは、`saddle point` (サドル点) とそれを結ぶ `homoclinic saddle connection` および、それらに囲まれる `center/disk` を消去する操作を  $k$  回行う (ステップSC-15)。

## 【0279】

そして、以上の処理を行った後、処理をステップSC-10に戻し、まだ `saddle`   
50

pointが存在する場合は(ステップSC-10, Yes)、流体遷移経路取得装置100は、上述した処理を繰り返す。

【0280】

一方、saddle pointがもはやない場合は(ステップSC-10, No)、流体遷移経路取得装置100は、アルゴリズムBにおけるII系列の操作語の割り当て処理を終える。なお、得られた文字列の中から一つA<sub>0</sub>を選んで、それをIIと置き換えて文字列の先端に移動し、残りの文字列をルールに従って並び替えれば極大語(maximal word)に変換することが可能である。

【0281】

[B-4.0系列における操作語の割り当て処理]

つづいて、アルゴリズムBにおけるO系列の操作語の割り当て処理の一例について、図40を参照して説明する。図40は、アルゴリズムBにおけるO系列の操作語の割り当て処理の一例を示すフローチャートである。なお、I系列の操作語の割り当て処理のステップSB-1およびステップSB-2と同様に、流線解析により流線図の作成と前処理が行われていてもよい。

【0282】

図40に示すように、操作語付与部102eは、与えられた流線図について、-saddleが存在するか判定する(ステップSD-1)。

【0283】

-saddleが存在する場合(ステップSD-1, Yes)、操作語付与部102eは、ちょうど2つの-saddleが存在する境界で、同じ境界上の-saddle connectionを持つものがあるか否かを判定する(ステップSD-2)。

【0284】

ちょうど2つの-saddleが存在する境界を-saddle connectionを持つものがk個ある場合(ステップSD-2, Yes)、操作語付与部102eは、操作語B<sub>2</sub>をk個付与し(ステップSD-3)、流線解析部102bは、流線図上において、同じ境界上の-saddle connectionで結ばれた-saddleと境界(boundary)を消去して一本のclosed orbitに置き換える操作をk回行う(ステップSD-4)。

【0285】

一方、ちょうど2つの-saddleが存在する境界を含む-saddle connectionを持つものがない場合(ステップSD-2, No)、操作語付与部102eは、4つ以上の-saddleを持つ境界の中に、同じ境界上の-saddle connectionで、その内側がcenter/diskであるものがあるか否かを判定する(ステップSD-5)。

【0286】

-saddleを4つ以上含む境界上の-saddle connectionで、その内側がcenter/diskであるような境界がk個ある場合(ステップSD-5, Yes)、操作語付与部102eは、操作語Cをk個付与し(ステップSD-6)、流線解析部102bは、流線図上において、同じ境界上の-saddle connectionと、それによって結ばれている二つの-saddleと、それらに囲まれるcenter/diskを消去する操作をk回行う(ステップSD-7)。

【0287】

一方、-saddleを4つ以上含む境界上の-saddle connectionで、その内側がcenter/diskであるような境界がない場合(ステップSD-5, No)、もっとも内側にあるFigure eightが存在するので、その数をk個とし、操作語付与部102eは、操作語B<sub>0</sub>をk個付与し(ステップSD-8)、流線解析部102bは、流線図上において、もっとも内側にあるFigure eightパターンを、一つのcenter/diskを囲むclosed orbitに置き換える操作をk回行う(ステップSD-9)。

10

20

30

40

50

## 【0288】

そして、以上の処理を行った後、処理をステップSD-1に戻し、まだ - saddle が存在する場合は(ステップSD-1, Yes)、流体遷移経路取得装置100は、上述した処理を繰り返す。

## 【0289】

一方、 - saddle がもはやない場合は(ステップSD-1, No)、操作語付与部102eは、saddle point (サドル点)が存在するか否かを判定する(ステップSD-10)。

## 【0290】

saddle point がk個存在する場合(ステップSD-10, Yes)、操作語付与部102eは、操作語B<sub>0</sub>をk個付与し(ステップSD-11)、流線解析部102bは、流線図上において、もっとも内側にあるFigure eightパターンを、一つのcenter/diskまわりのclosed orbitに置き換える操作をk回行う(ステップSD-12)。

## 【0291】

そして、以上の処理を行った後、処理をステップSD-10に戻し、まだsaddle pointが存在する場合は(ステップSD-10, Yes)、流体遷移経路取得装置100は、上述した処理を繰り返す。

## 【0292】

一方、saddle point がもはやない場合は(ステップSD-10, No)、流体遷移経路取得装置100は、アルゴリズムBにおけるO系列の操作語の割り当て処理を終える。なお、得られた文字列の先頭にOをつけて、それをルールに従って並び替えれば極大語(maximal word)に変換することが可能である。

## 【0293】

以上が、流線図から語表現を求めるアルゴリズムBの処理の詳細な例である。これにより、任意の流線図に対応する語表現を適切に求めることができる。なお、以上のアルゴリズムBの処理は、一例に過ぎず、本発明は、上記のアルゴリズムに限定されるものではない。例えば、アルゴリズムBの処理の他の例として、以下の処理を行ってもよいものである。

## 【0294】

[B-5.I, II系列における操作語の割り当て処理(亜種アルゴリズム)]

ここで、アルゴリズムBにおける操作語I, IIの割り当て処理の他の例(亜種アルゴリズム)について、図41および図42を参照して説明する。図41および図42は、アルゴリズムB(I, II-Word algorithm)におけるI, II系列の操作語の割り当て処理の他の例を示すフローチャートである。なお、上述した割り当て処理のステップSB-1およびステップSB-2と同様に、流線解析により流線図の作成と前処理が行われていてもよい。また、以下の操作語の割り当て処理において、操作語を付与する場合は、後ろから前に付与するものとする。

## 【0295】

図41および図42に示すように、操作語付与部102eは、流線解析部102bにより前処理が施された流線図について、吸い込み湧き出し対(1-source-sink point)に繋がっていないsaddleが存在する、または、 - saddle connectionが存在するか判定する(ステップSI-1)。

## 【0296】

吸い込み湧き出し対(1-source-sink point)に繋がっていないsaddleが存在する、または、 - saddle connectionが存在する場合(ステップSI-1, Yes)、操作語付与部102eは、ちょうど2つの - saddleが存在する境界で、 - saddle connectionを持つものがあるか否かを判定する(ステップSI-2)。

## 【0297】

ちょうど2つの  $-saddle$  が存在する境界で、  $-saddle\ connection$  を持つものが  $k$  個ある場合 (ステップ  $SI-2$ ,  $Yes$ )、操作語付与部 102e は、操作語  $B_2$  を  $k$  個付与し (ステップ  $SI-3$ )、流線解析部 102b は、流線図上において、同じ境界上の  $-saddle\ connection$  で結ばれた  $-saddle$  と境界 ( $boundary$ ) を消去して一本の  $closed\ orbit$  に置き換える操作を  $k$  回行う (ステップ  $SI-4$ )。

【0298】

ちょうど2つの  $-saddle$  が存在する境界で、  $-saddle\ connection$  を持つものがない場合であって (ステップ  $SI-2$ ,  $No$ )、もっとも内側にある  $Figure\ eight$  パターンがある場合 (ステップ  $SI-5$ ,  $Yes$ )、操作語付与部 102e は、操作語  $B_0$  を付与し、操作語付与部 102e は、流線図上において、もっとも内側にある  $Figure\ eight$  パターンを一つの  $center/disk$  まわりの  $closed\ orbit$  に置き換える操作を行う (ステップ  $SI-6$ )。この操作 (操作語  $B_0$  を付与し、 $closed\ orbit$  に置き換える操作) は、可能な限り繰り返し実行される。

【0299】

一方、もっとも内側にある  $Figure\ eight$  パターンに存在する  $saddle\ point$  がない場合 (ステップ  $SI-5$ ,  $No$ )、すなわち  $-saddle$  を4つ以上含む境界上の  $-saddle\ connection$  で、その内側が  $center/disk$  であるような境界がある場合、操作語付与部 102e は、操作語  $C$  を付与し、流線解析部 102b は、流線図上において、その境界上の  $-saddle\ connection$  と、それによって結ばれている二つの  $-saddle$  と、それらに囲まれる  $center/disk$  を消去する操作を繰り返し行う (ステップ  $SI-7$ )。この操作 (操作語  $C$  を付与し、 $center/disk$  を消去する操作) は、可能な限り繰り返し実行される。

【0300】

そして、以上の処理を行った後、処理をステップ  $SI-1$  に戻し、まだ吸い込み湧き出し対 ( $1-source-sink\ point$ ) に繋がっていない  $saddle$  が存在する、または、  $-saddle\ connection$  が存在する場合は (ステップ  $SI-1$ ,  $Yes$ )、流体遷移経路取得装置 100 は、上述した処理を繰り返す。

【0301】

一方、吸い込み湧き出し対 ( $1-source-sink\ point$ ) に繋がっていない  $saddle$  のみが存在し、かつ、  $-saddle\ connection$  がもはやない場合は (ステップ  $SI-1$ ,  $No$ )、図 42 に示すように、操作語付与部 102e は、 $ss-saddle$  が存在するか判定する (ステップ  $SH-1$ )。

【0302】

そして、 $ss-saddle$  が存在しない場合 (ステップ  $SH-1$ ,  $No$ )、流線解析部 102b は、 $saddle\ point$  (サドル点) とそれを結ぶ  $homoclinic\ saddle\ connection$  および、それらに囲まれる  $center/disk$  を消去する操作を 1 回行う (ステップ  $SH-2$ )。

【0303】

そして、 $ss-saddle$  が  $k$  個あるとき、操作語付与部 102e は、操作語  $A_0$  を  $k$  個付与する (ステップ  $SH-3$ )。

【0304】

そして、流線解析部 102b は、 $saddle\ point$  (サドル点) とそれを結ぶ  $homoclinic\ saddle\ connection$  および、それらに囲まれる  $center/disk$  を消去する操作を  $k$  回行う (ステップ  $SH-4$ )。

【0305】

そして、パターン語付与部 102d は、パターン語  $II$  を付与し (ステップ  $SH-5$ )、流体遷移経路取得装置 100 は、アルゴリズム  $B(I, II-Word\ algori$

thm)におけるI, II系列の操作語の割り当て処理を終える。なお、得られた文字列は極大語(maximal word)である。

【0306】

一方、上記のステップSH-1において、ss - saddleが存在する場合(ステップSH-1, Yes)、流線解析部102bは、流線図上において、これら二つの - saddleと境界(boundary)を消去して、一本のss-orbitに置き換える操作を1回行う(ステップSH-7)。

【0307】

そして、ss - saddleがk個あるとき、操作語付与部102eは、操作語A<sub>2</sub>をk個付与する(ステップSH-8)。

10

【0308】

そして、流線解析部102bは、流線図上において、これら二つの - saddleと境界(boundary)を消去して、一本のss-orbitに置き換える操作をk回行う(ステップSH-9)。

【0309】

そして、操作語付与部102eは、ss - saddleがk個あるとき、操作語A<sub>0</sub>をk個付与する(ステップSH-10)。

【0310】

そして、流線解析部102bは、saddle point(サドル点)とそれを結ぶhomoclinic saddle connectionおよび、それらに囲まれるcenter/diskを消去する操作をk回行う(ステップSH-11)。

20

【0311】

そして、パターン語付与部102dは、パターン語Iを付与し(ステップSH-12)、流体遷移経路取得装置100は、アルゴリズムB(I, II-Word algorithm)におけるI, II系列の操作語の割り当て処理を終える。なお、得られた文字列は極大語(maximal word)である。

【0312】

[B-6. O系列における操作語の割り当て処理(亜種アルゴリズム)]

つづいて、アルゴリズムBにおけるO系列の操作語の割り当て処理(亜種アルゴリズム)の一例について、図43を参照して説明する。図43は、アルゴリズムB(O-Word algorithm)におけるO系列の操作語の割り当て処理の他の例を示すフローチャートである。なお、上述した割り当て処理のステップSB-1およびステップSB-2と同様に、流線解析により流線図の作成と前処理が行われていてもよい。また、以下の操作語の割り当て処理において、操作語を付与する場合は、後ろから前に付与するものとする。

【0313】

図43に示すように、操作語付与部102eは、与えられた流線図について、saddleまたは - saddleが存在するか判定する(ステップSJ-1)。

【0314】

saddleまたは - saddleが存在する場合(ステップSJ-1, Yes)、操作語付与部102eは、ちょうど2つの - saddleが存在する境界で、同じ境界上の - saddle connectionを持つものがあるか否かを判定する(ステップSJ-2)。

40

【0315】

ちょうど2つの - saddleが存在する境界を繋ぐ - saddle connectionを持つものがk個ある場合(ステップSJ-2, Yes)、操作語付与部102eは、操作語B<sub>2</sub>をk個付与する(ステップSJ-3)。

【0316】

そして、流線解析部102bは、流線図上において、その境界上の - saddle connectionで結ばれた - saddleと境界(boundary)を消去し

50

て一本の `closed orbit` に置き換える操作を  $k$  回行う (ステップ `SJ - 4`)。

【0317】

一方、ちょうど2つの `-saddle` が存在する境界を繋ぐ境界上の `-saddle connection` を持つものがない場合 (ステップ `SJ - 2`, `No`)、操作語付与部102eは、もっとも内側にある `Figure eight` があるか否かを判定する (ステップ `SJ - 5`)。

【0318】

もっとも内側にある `Figure eight` があるもの (すなわち、`-saddle connection` で、その内側の少なくとも片方 `center/disk` であるもの) がある場合 (ステップ `SJ - 5`, `Yes`)、操作語付与部102eは、操作語 `B0` を付与し、流線解析部102bは、流線図上において、一つの `center/disk` を囲む `closed orbit` に置き換える操作を行う (ステップ `SJ - 6`)。なお、この操作 (操作語 `B0` を付与し、`closed orbit` に置き換える操作) は、可能な限り繰り返し実行される。

【0319】

一方、もっとも内側にある `Figure eight` がない場合 (ステップ `SJ - 5`, `No`)、すなわち `-saddle` を4つ以上含む境界上の `-saddle connection` で、その内側が `center/disk` であるような境界がある場合、操作語付与部102eは、操作語 `C` を付与し、流線解析部102bは、流線図上において、その境界上の `-saddle connection` と、それによって結ばれている二つの `-saddle` と、それらに囲まれる `center/disk` を消去する (ステップ `SJ - 7`)。なお、この操作 (操作語 `C` を付与し、`center/disk` を消去する操作) は、可能な限り繰り返し実行される。

【0320】

そして、以上の処理を行った後、処理をステップ `SJ - 1` に戻し、まだ `saddle` または、`-saddle` が存在する場合は (ステップ `SJ - 1`, `Yes`)、流体遷移経路取得装置100は、上述した処理を繰り返す。

【0321】

一方、`saddle` または、`-saddle` がもはやない場合は (ステップ `SJ - 1`, `No`)、流体遷移経路取得装置100は、アルゴリズム `B (O-Word algorithm)` における `O` 系列の操作語の割り当て処理を終える。なお、得られた文字列の先頭に `O` をつけると、それは極大語 (`maximal word`) である。

【0322】

以上が、流線図から語表現を求めるアルゴリズム `B` の処理 (亜種アルゴリズム) の詳細な例である。これにより、任意の流線図に対応する語表現を適切に求めることができる。

【0323】

[ 極大語表現 ]

得られる語表現には冗長性がある場合があるので、パターン語の組み合わせから全文字列を生成したのち、各文字列が極大語になっているか否かを判定し、冗長性のない極大語表現を得る原理と方法について説明する。

【0324】

すなわち、操作語を付与する場合の制約条件に従えば、原則的にはすべての構造安定な流れの位相構造は、操作語を列挙することで表現することができる。ただし、注意すべき点は、「一つの流れパターンを表現する語は複数ある」ということである。また一方で「一つの語表現で表される流れのパターンも複数ある」という点である。この実例は、`IA0A2` と `IA2A0` 等に見ることができる。語表現という観点からすれば、後者の点は特に大きな問題ではない。ある一つの語がある流れパターンの集合 (グループ) を表現するにすぎないからである。一方、前者の点は一つの流れを複数の語が表現すると冗長であり、たいへん紛らわしいので問題である。そこで、「極大語表現 (`maximal word representation`)」というものをを用いてこの問題を解決することがで

きる。

【0325】

この極大語表現は、I系列，II系列，O系列で与えられている操作を表す文字列の順序の入れ替えによって、それが表現している流れの集合がどうなるかを調べることによって導入される。例えば、文字  $IA_0A_2$  と  $IA_2A_0$  なる二つの語表現について、これらが表す流れのパターンは同じであることが示されるので  $A_0$  と  $A_2$  の入れ替えによって表現されるパターンは変化しない。そこで、「 $A_0$  のほうが  $A_2$  より先に語表現の中で現れる」というルールを追加して、重複する  $IA_2A_0$  という表現を排除する。このような文字の入れ替えに関して起こる、語表現されるパターンの変化を象徴的に  $A_0A_2 = A_2A_0$  のように表現することにする。このように語を入れ替えても、それが表すパターンが変化しないような組み合わせが、Lemma 3.5 と Lemma 3.6 に与えられる（公表論文（2013）参照）。 10

【0326】

一方で、語を入れ替えることによって、それが表現するパターンの集合が変化する場合もある。例えば  $IB_0A_0$  と  $IA_0B_0$  については、前者が表すパターンの集合は後者が表すパターンの集合に含まれる包含関係がある。すなわち集合の記号を使えば、 $(IB_0A_0) \subset (IA_0B_0)$  となる。このように入れ替えによって、一方が一方のパターンの集合を含んでしまう場合は、含まれる側の語表現は排除して、より大きな語表現のみを採用する。この関係式を象徴的に  $B_0A_0 \subset IA_0B_0$  と表現することにする。このような包含関係を生むような語の入れ替えの組み合わせは Lemma 3.7 で与えられる（公表論文（2013）参照）。 20

【0327】

これらの語の入れ替えによる包含関係式をまとめたものが下の表である。なお、 $B_2C \not\subset CB_2$  は、 $B_2$  と  $C$  が入れ替えても包含関係が成立しないので、この二つは入れ替えることができないことを表している。

【表3】

	$A_0$	$A_2$	$B_0$	$B_2$	$C$
$A_0$	=	=	≤	≤	=
$A_2$		=	=	=	≤
$B_0$			=	≤	≥
$B_2$				=	
$C$					=

【0328】

なお、ある適切なアルゴリズムを1つ固定すると、これらの語表現の入れ替えによりできる極大語表現は、一つのパターンに対して、必ず一つしかないということを数学的に証明可能である（公表論文（2013）Lemma 3.8参照）。

【0329】

さらに、これに基づいて極大語表現の標準形を求めることができる。O系列に対する極大語表現の標準形を与えたのが Theorem 3.3 であり、I系列に対する極大語表現の標準形を与えたのが Theorem 3.4 であり、II系列に対するそれは Theorem 3.5 で与えられている（公表論文（2013）参照）。 40

【0330】

上記の理論に基づいて、文字列が極大語になっているか否かを判定し、アルゴリズム B において極大語表現になるように書き換えたり、アルゴリズム B（亜種）において極大語表現のみを書き出したりすることができる。これにより、重複なく文字列を得ることができるので、位相上、一つの流れパターンについて、一つの語表現を割り当てることができ、冗長性を排除することができる。

【0331】

以上で、本実施の形態の詳細な説明を終える。

#### 【0332】

なお、本実施の形態によれば、一例として航空機等の構造物設計の最適化手法において得られた遷移情報を利用することができる。例えば、上述の実施形態により、流れパターンの遷移順序や中間状態の流れパターン等が得られるので、流体遷移経路取得装置100は、パターン遷移ファイル106cに記憶されたパラメータの範囲や遷移順序等の情報に基づく制約の下で、シミュレーション部102aにより最適な構造物が探索されるよう制御してもよい。例えば、理想の流れパターンまでの遷移ルートが得られた場合において、現在の流れパターンの次の流れパターンがシミュレーションで得られていない間は、シミュレーション部102aは、焼きなまし法において、ローカルミニマムを抜け出せるように、設計変数に対して大きな変更を許容するように、グローバルパラメータT（温度）を高く設定してもよい。このほか、航空機等の設計において理想的な流れパターンに導くために、遷移ルート上の語表現との一致不一致に従って、シミュレーション部102aは、設定された所望のパターンを規定する探索範囲が当該所望のパターンになるよう調整してもよい。例えば、上記と同様に、シミュレーション部102aは、焼きなまし法において、探索範囲が所望のパターンと不一致の場合は、設計変数に対して大きな変更を許容するようにグローバルパラメータT（温度）を高く設定し、一方、探索範囲が所望のパターンと一致している場合は、設計変数に対して小さな変更を求めるようにグローバルパラメータT（温度）を低く設定してもよい。このように、河川や海洋、飛行など物体配置と流れの相互作用の最適状態を、短時間および低コストで高精度の計算を行うことが可能となる。また、目的に応じた流線パターンの特定によって、構造物設計の省力化を図ることができる。

#### 【0333】

また、本実施の形態によれば、橋脚の配置の設計、防波堤の配置の設計、港湾の汚染物質の効率的除去、風力発電の翼や航空機の形状の設計、オイルフェンスなどにおいて最適な構造への探索ルートを遷移経路として効率的に同定することができる。

#### 【0334】

[他の実施形態]

さて、これまで本発明の実施形態について説明したが、本発明は、上述した実施形態以外にも、特許請求の範囲に記載した技術的思想の範囲内において種々の異なる実施形態にて実施されてよいものである。

#### 【0335】

特に上記の実施形態においては、本発明を、三次元流体のシミュレーションにおける断面（構造物の断面等）について適用した例について説明したが、これに限られず、二次元流体のシミュレーションに適用してもよいものである。

#### 【0336】

例えば、流体遷移経路取得装置100がスタンドアローンの形態で処理を行う場合を一例に説明したが、流体遷移経路取得装置100は、クライアント端末からの要求に応じて処理を行い、その処理結果を当該クライアント端末に返却するようにしてもよい。

#### 【0337】

また、実施形態において説明した各処理のうち、自動的に行われるものとして説明した処理の全部または一部を手動的に行うこともでき、あるいは、手動的に行われるものとして説明した処理の全部または一部を公知の方法で自動的に行うこともできる。

#### 【0338】

このほか、上記文献中や図面中で示した処理手順、制御手順、具体的名称、各処理の登録データや検索条件等のパラメータを含む情報、画面例、データベース構成については、特記する場合を除いて任意に変更することができる。

#### 【0339】

また、流体遷移経路取得装置100に関して、図示の各構成要素は機能概念的なものであり、必ずしも物理的に図示の如く構成されていることを要しない。

## 【0340】

例えば、流体遷移経路取得装置100の各装置が備える処理機能、特に制御部102にて行われる各処理機能については、その全部または任意の一部を、CPU(Central Processing Unit)および当該CPUにて解釈実行されるプログラムにて実現してもよく、また、ワイヤードロジックによるハードウェアとして実現してもよい。尚、プログラムは、後述する記録媒体に記録されており、必要に応じて流体遷移経路取得装置100に機械的に読み取られる。すなわち、ROMまたはHDなどの記憶部106などには、OS(Operating System)として協働してCPUに命令を与え、各種処理を行うためのコンピュータプログラムが記録されている。このコンピュータプログラムは、RAMにロードされることによって実行され、CPUと協働して制御部102を構成する。 10

## 【0341】

また、このコンピュータプログラムは、流体遷移経路取得装置100に対して任意のネットワーク300を介して接続されたアプリケーションプログラムサーバに記憶されていてもよく、必要に応じてその全部または一部をダウンロードすることも可能である。

## 【0342】

また、本発明に係るプログラムを、コンピュータ読み取り可能な記録媒体に格納してもよく、また、プログラム製品として構成することもできる。ここで、この「記録媒体」とは、メモリーカード、USBメモリ、SDカード、フレキシブルディスク、光磁気ディスク、ROM、EPROM、EEPROM、CD-ROM、MO、DVD、および、Blu-ray Disc等の任意の「可搬用の物理媒体」を含むものとする。 20

## 【0343】

また、「プログラム」とは、任意の言語や記述方法にて記述されたデータ処理方法であり、ソースコードやバイナリコード等の形式を問わない。なお、「プログラム」は必ずしも単一的に構成されるものに限られず、複数のモジュールやライブラリとして分散構成されるものや、OS(Operating System)に代表される別個のプログラムと協働してその機能を達成するものをも含む。なお、実施形態に示した各装置において記録媒体を読み取るための具体的な構成、読み取り手順、あるいは、読み取り後のインストール手順等については、周知の構成や手順を用いることができる。

## 【0344】

記憶部106に格納される各種のデータベース等(シミュレーション結果ファイル106a、流線図ファイル106b、パターン遷移ファイル106c等)は、RAM、ROM等のメモリ装置、ハードディスク等の固定ディスク装置、フレキシブルディスク、および、光ディスク等のストレージ手段であり、各種処理やウェブサイト提供に用いる各種のプログラム、テーブル、データベース、および、ウェブページ用ファイル等を格納する。 30

## 【0345】

また、流体遷移経路取得装置100は、既知のパーソナルコンピュータ、ワークステーション等の情報処理装置として構成してもよく、また、当該情報処理装置に任意の周辺装置を接続して構成してもよい。また、流体遷移経路取得装置100は、該情報処理装置に本発明の方法を実現させるソフトウェア(プログラム、データ等を含む)を実装することにより実現してもよい。 40

## 【0346】

更に、装置の分散・統合の具体的な形態は図示するものに限られず、その全部または一部を、各種の付加等に応じて、または、機能負荷に応じて、任意の単位で機能的または物理的に分散・統合して構成することができる。すなわち、上述した実施形態を任意に組み合わせ実施してもよく、実施形態を選択的に実施してもよい。

## 【0347】

## 『実施の形態2』

実施の形態2に係る流体遷移経路取得装置、流体遷移経路取得方法、および、プログラムを図44~図66を参照して説明する。実施の形態2では、実施の形態1と共通する部 50

分の説明を省略し、異なる点についてのみ説明する。

【0348】

実施の形態1で説明したように、語表現に対しては複数の流れパターンが対応する場合がある。そのため、実施の形態1のように、語表現のみを使用して遷移パターンXを特定する方法では、起こりうる遷移の候補（必要条件）を与えるだけであって、それに対応する中間状態が実際に実現されるかどうかは、その部分語に対応して得られている構造が実際に存在するかを流線構造のパターンマッチングで確認する必要がある。

【0349】

そこで、実施の形態2では、流れパターンと完全に1対1に対応する新たな表現方法である正規表現を提案すると共に、語表現に加えて正規表現を使用して遷移パターンXを特定することにより、パターンマッチングをしないで自動で遷移パターンXを特定する方法を提案する。詳細を後述するように、実施の形態2では、流線パターンと正規表現は完全に1対1で対応することを利用して、遷移パターンXに対応する局所の流線構造の変化に対して、それらを正規表現の一部表現の一部（部分表現という）の変化として予め記述できることに注意する。

【0350】

[流れパターンの正規表現方法]

実施の形態2に係る流れパターンの正規表現作成方法について説明する。実施の形態2に係る流れパターンの正規表現作成方法では、実施の形態1の語表現理論を一部使用している。本実施の形態2に係る流れパターンの正規表現作成方法はコンピュータ等の装置により実行可能である。図44は、実施の形態2に係る流れパターンの正規表現方法の概略を説明するためのフローチャートである。

【0351】

図44に示すように、本実施の形態に係る流れパターンの正規表現方法は、位相幾何学的にN（但し、Nは1以上の整数）個の穴を有する多重連結外部領域における流れパターンの正規表現を作成ものであり、大別すると、流れパターンに1対1に対応するグラフ表現を作成するグラフ表現作成工程（ステップS21）と、ステップS12のグラフ表現作成工程で作成されたグラフ表現から正規表現を作成する正規表現作成工程（ステップS22）と、を備えている。

【0352】

グラフ表現は、流れパターンで規定される構造安定なハミルトンベクトル場Hに対して、固有のルート付き、ラベル付き、向き有りツリー $T_H = (V, E)$ を割り当て（但し、Vは頂点と呼ばれる点の集合、Eは、頂点の間を結ぶエッジの集合である）、平面グラフとして可視化したものであってもよい。

【0353】

また、グラフ表現は、親の頂点をv、その子の頂点をw、親の頂点vに割り当てられたラベルを $l(v)$ 、子の頂点wに割り当てられたラベルを $l(w)$ 、vの子頂点集合（v）とした場合、vの子頂点集合（v）を所定の順序関係のルールに従って並び替え、w（v）について、 $l(v)$ から $l(w)$ への矢印を左から右に並べて描画されたものを含むことにしてもよい。

【0354】

また、流れパターンは、（1）一つの穴を有する単連結外部領域において位相幾何学的に採り得る2種類の流れパターンのうちの、吸い込み湧き出し対をもち、二つの $ss$ - $saddle\ connection$ をもつパターンI、（2）上記一つの穴を有する単連結外部領域において位相幾何学的に採り得る2種類の流れパターンのうちの、吸い込み湧き出し対をもち、一つの $saddle\ point$ 、それを結ぶ $homoclinic\ saddle\ connection$ と二つの $ss$ - $saddle\ connection$ をもつパターンII、（3）二つの穴を有する二重連結外部領域において吸い込み湧き出し対を持たないパターンO、からなるパターン語の1又は複数であることにしてもよい。

10

20

30

40

50

## 【0355】

また、語表現は、一つの穴を有する単連結外部領域において位相幾何学的に採り得る2種類の流れパターンに加えて、二つの穴を有する二重連結外部領域において吸い込み湧き出し対を持たないパターンを追加した、合計3種類の流れパターンを規定するパターン語に対して、上記流れパターンに一つの穴を加える場合に位相幾何学的に採り得る5種類の操作を規定した操作語のうちのいずれか一語を、追加された穴の数だけ付与することにより形成された記号語であることとしてもよい。

## 【0356】

図45は、図44のグラフ表現作成工程の一例を説明するためのフローチャートである。図45において、グラフ表現作成工程では、まず、流れパターンが吸い込み湧き出し対を持つ場合は、流れパターンをその吸い込み湧き出し対に最も近い反時計回りの  $ss-orbit$  を含む領域が一番外側領域になるように変換する(ステップS31)。流れパターンは、例えば、上述のパターン語の1又は複数から開始し、流れパターンに一つの穴を加える場合に位相幾何学的に採り得る5種類の操作を規定した操作語のうちのいずれか一語を付与する操作を、穴の数がN個となるまで繰り返して作成された穴の数がN個の流れパターン図としてもよい。具体的には、後述するように、I-word, II-word の  $ss-saddle\ connection\ diagram$  (流れパターン図)のルートが、図48に示すようになるように変換する。次に、変換した流れパターンの  $(ss-)saddle\ connection\ diagram$  に現れる軌道を領域全体から抽出する(ステップS32)。領域全体から  $(ss-)saddle\ connection\ diagram$  に現れる軌道をすべて除外して得られる連結成分に頂点を設定し、一番外側にある連結成分をルートとする(ステップS33)。続いて、カレント成分をルートに設定する(ステップS34)。カレント成分と互いに境界を接するような連結成分をカレント成分の子とし、境界にあたる軌道に応じてラベルを割り当て、それらを所定のラベルの順序関係に従って並べる(ステップS35)。カレント成分の子をカレント成分に設定して、子がなくなるまでステップS35を繰り返し実行する(ステップS36)。

## 【0357】

以下、実施の形態2の流れパターンの正規表現方法をその原理と共に、詳細に説明する。

## 【0358】

## (2. グラフ表現作成工程)

上記図44のグラフ表現作成工程(ステップS21)について詳細に説明する。まず、実施の形態2で使用しているグラフ理論について説明する。

## 【0359】

## (2-1. グラフ理論)

グラフ  $T = (V, E)$  とは、「vertex (頂点)」と呼ばれる点の集合(頂点集合)  $V$  とその頂点の間を結ぶ「edge (エッジ)」と呼ばれる集合  $E$  のペアとして与えられる集合である。一般にグラフは多様な構造を持ちうるが、本実施の形態のグラフ表現理論では、グラフ全体の集合におけるある特定の構造をもった以下のグラフの集合を考える。

## 【0360】

1) ツリー, 木 (Tree) とは、任意の二つ頂点が一本の edge によってのみ結合されているようなグラフを指す。

2) ルート付き (Rooted) グラフとは、ある特定の頂点(以下、ルート (root) と呼ぶ)が存在しているグラフを指す。ルート付きグラフに対しては、このルートから各頂点  $v \in V$  へのエッジの連結による最短経路を考えることができるので、これを  $v$  の高さ (height) と呼び、記号を  $ht(v)$  と書く。これによりルート付きツリー  $T$  に対しては  $ht(T) := \max_{v \in V} ht(v)$  によって、ツリー  $T$  自体の高さを考えることができる。

3) グラフが向き有り (directed) であるとは、すべてのエッジに親子の順序

が入っているようなものを指す。向き有りグラフにおける、頂点  $v \in V$  から  $w \in V$  へのエッジは、 $v \rightarrow w \in E$  と表わす。このとき、 $v$  は  $w$  の親、 $w$  は  $v$  の子と呼ぶ。  $(v)$  と書いて、頂点  $v \in V$  の子供全体の集合を表す。すなわち、 $(v) := \{w \in V \mid v \rightarrow w \in E\}$ 。また、その集合に含まれる子供頂点の数  $\#(v)$  を持って、 $v$  の  $out-degree$  とよび、逆に  $v$  に入ってくるエッジの数を  $v$  の  $in-degree$  と呼ぶ。

【0361】

4) グラフがラベル付き (labeled) であるとは、全ての頂点に特定のラベルが割り当てられているようなものを指す。

【0362】

本実施の形態においては、ルート付き、ラベル付き、向き有りのツリーを考える。またそのルートは  $in-degree$  がゼロ、すなわちそこに入ってくるエッジが存在しないような頂点を考える。頂点のラベルとしては、 $\{o, o_0, o_2, +, +_0, +_2, -, -_0, -_2\}$  のいずれかを割り当てるものとする。このとき、ラベルが  $o$  ( $o_0, o_2, +, +_0, +_2, -, -_0, \text{あるいは} -_2$ ) となっている頂点集合の部分集合を  $V_o$  ( $V_{o_0}, V_{o_2}, V_+, V_{+_0}, V_{+_2}, V_-, V_{-_0}, \text{あるいは} V_{-_2}$ ) と表す。頂点  $v$  に対して、 $l(v)$  と書けばそれは頂点に割り当てられたラベルを表すことにする。以後の便宜のため、以下のような集合を定義しておく。 $V_o = V_{o_0} \cup V_{o_2}, V_+ = V_{+_0} \cup V_{+_2}, V_- = V_{-_0} \cup V_{-_2}, V_0 = V_{o_0} \cup V_{+_0} \cup V_{-_0}, V_2 = V_{o_2} \cup V_{+_2} \cup V_{-_2}$ 、ただし、 $U$  の記号は、disjoint union を表している。加えて、頂点  $v$  の子頂点集合は、 $(v)$  は以下のように分割することができる。

【0363】

$$o_0(v) = (v) \cap V_{o_0}, o_2(v) = (v) \cap V_{o_2}, +_0(v) = (v) \cap V_{+_0}, -_0(v) = (v) \cap V_{-_0}, +_2(v) = (v) \cap V_{+_2}, -_2(v) = (v) \cap V_{-_2}, -(v) = (v) \cap V_-, +_-(v) = (v) \cap V_{+_-}, -_-(v) = (v) \cap V_{-_-}$$

である。

【0364】

さらに、頂点  $v \in V$  に対して「符合」を  $sgn(v)$  と書けば、 $v \in V_{+U} \cup V_0$  ならば  $sgn(v) = +$ 、 $v \in V_-$  ならば  $sgn(v) = -$  を与えるものとする。以後ラベルを並べて流れの表現を与えるので、これらのラベルの出現順序には以下のような順序関係のルール (1) を定めておく。

【0365】

$$o_0 > o_2 > +_0 > -_0 > +_2 > -_2 \cdots (1)$$

【0366】

(2-2. 二次元構造安定なハミルトンベクトル場のツリー表現)

本実施の形態のグラフ表現作成工程に係る二次元構造安定なハミルトンベクトル場のツリー表現について説明する。以下、O-word で表現される流れパターンのグラフ表現と、I, II-word で表現される流れパターンのグラフ表現について説明する。

【0367】

(2-2-1. O-word で表現される流れパターンのグラフ表現)

$H$  を二次元領域  $D_z(M)$  上の O-word で表現される構造安定なハミルトンベクトル場とし、 $D$  をその saddle connection diagram とする。このハミルトンベクトル場  $H$  に対して固有のルート付き、ラベル付き、及び向き有りのツリー  $T_H = (V, E)$  を割り当てる方法とその平面グラフとしての可視化アルゴリズムを以下に説明する。

【0368】

まず、領域全体  $D_z(M)$  から  $D$  をすべて取り除くと、いくつかの (無限の周期軌道を含む) 円環開集合である連結成分からなる集合  $C_H = D_z(M) \setminus D$  が構成できる。この各連結成分を頂点集合  $V$  とする。ルートの頂点はこれらの連結成分のうちもっとも外側にある連結成分とし、そのラベルとして含まれている周期軌道が反時計回りであるときは +、時計回りであるときは - を割り当てる。

10

20

30

40

50

【0369】

次にエッジは以下のように作成する。二つの頂点  $v, w \in V$  に対して、これらの頂点に対応する連結成分の閉包の共通部分（つまり成分の共通境界）が1次元  $\dim(\text{cl}(v) \cap \text{cl}(w)) = 1$ 、かつ、 $v$  が  $w$  の外側の成分となっている場合に、その二つの間に向き有りエッジ  $v \rightarrow w \in E$  を構成する。さらに、この共通部分（境界）集合  $\text{cl}(v) \cap \text{cl}(w)$  が *saddle connection* であり、子連結成分  $w$  が反時計回り（あるいは、時計回り）の周期軌道を持つとき、 $w$  のラベルとして  $+_0$ （あるいは  $-_0$ ）を割り当てるものとする。同様に、その共通部分（境界）集合  $\text{cl}(v) \cap \text{cl}(w)$  が *-saddle connection* であり、 $w$  内の周期軌道の向きが反時計回り（あるいは時計回り）であれば、 $w$  のラベルを  $+_2$ （あるいは  $-_2$ ）とする。

10

【0370】

$C_H$  の内部には *ss-orbit* は一つも存在しないので、連結成分  $v$  の子頂点集合  $(v)$  は、 $(v) = +_0(v) \cup -_0(v) \cup +_2(v) \cup -_2(v)$  となることに注意する。 $V_{0_0} = V_{0_2} = \dots$  でもあるので、頂点集合  $V$  の部分集合  $V_0 = V_{+0} \cup V_{-0}$  および  $V_2 = V_{+2} \cup V_{-2}$  となっている。これらの部分頂点集合に入っている元の数はいずれも全ての構造安定な流れパターンが操作  $B_0, B_2, C$  によって構成されていることから見積もることができる。

【0371】

図46は、操作  $B_0, B_2, C$  によって生成されるすべての流線パターンとそれに対応して連結部分集合（頂点集合）に励起される親子関係を示している。 $(a)$  は  $B_0$ 、 $(b)$  は  $B_0$ 、 $(c)$  は  $B_0 B_0$ 、 $(d)$  は  $B_2 C^{k-1}$ 、 $k \geq 1$ 、 $(e)$  は  $B_2 C^l$ 、 $l \geq 1$ 、 $(f)$  は  $B_2^2 C^{k+l-1}$ 、 $k, l \geq 1$ 、 $(g)$  は  $B_0 B_2 C^k$ 、 $k \geq 1$ 、 $(h)$  は  $B_0 B_2 C^l$ 、 $l \geq 1$  を示している。図46において、 $v$  は親連結部分集合を表し、その子連結部分集合は  $w, y, z$  などのように表現されている。破線は親連結部分の集合を表すため、そこに含まれている周期軌道を一本だけ向きとともに描いている。

20

【0372】

図46(a)に示すように、操作  $B_0$  によって作られた外向き8の字パターンが構成できる。 $v$  と *homoclinic saddle connection* を境界として共有する二つの連結成分  $w_1 \in V_0$  および  $w_2 \in V_0$  で、その符号が同じ、つまり  $\text{sgn}(v) = \text{sgn}(w_1) = \text{sgn}(w_2)$  となるものが存在する。他方、 $B_0$  で作られたパターンが図46(b)に示すように内向き8の字パターンであったとき、親成分  $v$  をどの連結成分にとるかによって、二種類の  $v$  と  $w \in V_0$  の二つのエッジ（一つは  $\text{sgn}(v) = \text{sgn}(w)$ 、もう一つは  $\text{sgn}(v) \neq \text{sgn}(w)$  となっている）が構成できる。

30

【0373】

図46(c)に示すように、操作  $B_0 B_0$  によっては二種類の親子エッジ関係が形成される。左側のパターンでは、親連結成分  $v$  から、 $\text{sgn}(v) = \text{sgn}(w_1) = \text{sgn}(w_2)$  かつ  $\text{sgn}(v) \neq \text{sgn}(w_3)$  となる三つの子連結成分  $w_1, w_2, w_3 \in V_0$  へのエッジが構成できる。

【0374】

右側のパターンでは、親連結成分  $v$  から  $\text{sgn}(v) = \text{sgn}(w_1) \neq \text{sgn}(w_2)$  となる二つの子連結成分  $w_1, w_2 \in V_0$  へのエッジが構成できる。以下同様に、図46(d) ~ (f) に示すように、各操作  $B_2 C^{k-1}, B_2 C^l, B_2^2 C^{k+l-1}$  ( $k \geq 1, l \geq 1$ ) によって  $k$  個の  $v$  と同じ向きの周期軌道を含む連結成分と逆向きの周期軌道を含む  $l$  個の連結成分間の親子関係のエッジが順次構成される。

40

【0375】

図46(g)は、操作  $B_0 B_2 C^k$  によって構成された流線パターンであり、これにより  $v$  から  $w_1, w_2 \in V_0$ 、あるいは、 $v$  から  $w \in V_0$  への同じ符号を持つ領域へのエッジと、 $k$  個の反対の符号を持つ子連結成分  $z_j \in V_0$  ( $j = 1, \dots, k$ ) へのエッジが構成される。

【0376】

50

最後に、操作  $B_0 B_2 C^1 (l-1)$  によって作られる図 46 (h) の流線パターンに  
対応しては、 $sgn(v) = sgn(w)$  となる  $w \in V_0$  への一本のエッジと、同じ符  
合を持つ  $l$  本の  $y_j \in V_0 (j = 1, \dots, l)$  へのエッジができる。

【0377】

これ以外に、操作  $B_0, B_2, C$  によって新しい親子関係を生成するものは存在しない  
ので、以上から、子連結成分の集合に含まれる元の数  $\#_{+0}(v), \#_{-0}(v)$   
2 であり、子頂点集合に含まれる元の数  $\#_{+2}(v), \#_{-2}(v)$  については任意の  
非負整数を選ぶことができる。

【0378】

次に、与えられた `saddle connection diagram` から得られる 10  
グラフ表現をどのように平面グラフとして描画するかを説明する。まず、全ての連結部分  
 $v \in V$  に対して、その子連結部分集合  $(v)$  に含まれる元をラベルに関する順序関係の  
ルール (1) に応じて並び替えておく。ただし、複数の同じラベル  $+_0$  (あるいは  $-_0$ ) が  
含まれているときはサイクリックな順序で並べる (このことは、 $\#_{+0}(v), \#_{-0}$   
 $(v) \geq 2$  ということから一義的に実現できる。)。一方、ラベル  $+_2$  および  $-_0$  に対応す  
る子連結部分集合  $+_2(v)$  および  $-_2(v)$  については、その並べ方は以下のような  
ルールに従うものとする。

【0379】

図 46 にある  $y_j$  と書かれた連結部分に対してその順序をサイクリックに並べる。すな  
わち、この中から特定の連結部分を  $y_1$  として選んで、後は反時計回りに連結成分を並べ 20  
る。同じ図中  $z_j$  と書かれた子連結成分については単に反時計回りに並べることができる  
。

【0380】

以下で説明する (2-2-1-1 . 0 系列における `saddle connection`  
`diagram` のツリーへの変換処理) 及び (2-2-2-1 . I, II 系列にお  
ける `ss-saddle connection diagram` のツリーへの変換処理)  
について、以下のように定義する。  $N$  で非負整数のなす集合とし、  $N$  で非負整数のなす  
有限列の集合とする (すなわち、 $N = N \cup N^2 \cup N^3 \dots$ )。  $N$  上に以下のように  
半順序  $<$  を定義する。  $N$  の元  $s = s_1 \dots s_n, t = t_1 \dots t_m$  に対して、「  $n$   
 $< m$ 」または「  $n = m$  かつ  $s_1 = t_1, \dots, s_{k-1} = t_{k-1}$  かつ  $s_k < t_k$  とな 30  
る自然数  $k > 0$  が存在する事である」が成り立つ時、  $s < t$  と定義する。以下では、頂点  
集合  $V$  から  $N$  への単射関数  $S : V \rightarrow N$  を与える。このとき、頂点  $v$  に対して、  $S(v)$   
を頂点  $id$  と呼ぶ。ここで、単射性から、頂点とその頂点  $id$  を同一視する。さらに、  
`root` の頂点  $id$  は 0 と置く (頂点と  $id$  を同一視するため)。また、以下の構成から  
、頂点  $id$  は、ツリーの高さ優先探索の順番に対応していることが分かる。以下、  
{  
+, - } を表し、  $\mu = -$  とし、  $G$  でツリー、  $s, s', t, u$  で頂点  $id$ 、  $T$  で頂点  $i$   
 $d$  の部分集合を表す。また、以下で、図 46, 49 を参照するが、流れの向きは無視する  
ものとする。

【0381】

(2-2-1-1 . 0 系列における `saddle connection diagram` のツリーへの変換処理) 40

図 47 - A ~ 図 47 - E は、0 系列における `saddle connection d`  
`iagram` のツリーへの変換処理を説明するためのフローチャートである。コンピュー  
タ等の装置により、図 47 - A ~ 図 47 - E に示す、0 系列における `saddle co`  
`nnection diagram` のツリーへの変換処理を実行可能である。

【0382】

図 47 - A ~ 図 47 - E において、 `input` を `saddle connection`  
`diagram D` とし、 `saddle connection diagram D`  
を `outermost` に `root` があるよう変換し (ステップ S101)、  $s = 0, T =$   
{ 0 } と置く (ステップ S102)。 `root = 0` の外側境界が反時計回りであるか否か 50

を判断する(ステップS103)、 $root = 0$ の外側境界が反時計回りである場合は(ステップS103の「Yes」)、 $dir = +$ , ツリー $G = (0, +)$ とし(ステップS104)、 $root = 0$ の外側境界が反時計回りでない場合、すなわち、時計回りである場合は(ステップS103の「No」)、 $dir = -$ , ツリー $G = (0, -)$ として(ステップ105)、ステップS106に移行する。

#### 【0383】

ステップS106では、 $root = 0$ が図46(a)の形(パターン)をしているか否かを判断する。 $root = 0$ が図46(a)の形をしている場合は(ステップ106の「Yes」)、 $w_1, w_2$ の頂点 $id$ を $00, 01$ と定め、ツリー $G$ を、図46(a)のツリーのラベルを $id$ とラベルの組に置き換えたツリー $G$ (すなわち、 $G$ を $(00, \circ)$  ( $0, \circ$ ) ( $01, \circ$ ))と定め、集合 $T$ に $\{00, 01\}$ を追加する(ステップS107)。すなわち、 $T = \{0, 00, 01\}$ と置き換える。この置換操作を、 $T = T \cup \{00, 01\}$ と表す。この後、処理はステップS114に移行する。

10

#### 【0384】

他方、ステップS106において、 $root = 0$ が図46(a)の形をしていない場合は(ステップ106の「No」)、ステップS108に移行する。

#### 【0385】

ステップS108では、 $root = 0$ が図46(b)の左の形をしているか否かを判断する。 $root = 0$ が図46(b)の左の形をしている場合には(ステップ108の「Yes」)、 $w$ の頂点 $id$ を $00$ と定め、ツリー $G$ を、図46(b)のツリーのラベルを $id$ とラベルの組に置き換えたツリー(すなわち、 $G$ を $(0, \circ)$  ( $00, \circ$ ))と定め、集合 $T$ に $\{00\}$ を追加する(ステップS109)。すなわち、 $T = T \cup \{00\}$ とする。この後、処理はステップS114に移行する。

20

#### 【0386】

他方、ステップS108において、 $root = 0$ が図46(b)の左の形をしていない場合は(ステップS108の「No」)、ステップS110に移行する。

#### 【0387】

ステップS110において、 $root = 0$ が図46(d)の形をしているか否かを判断する。 $root = 0$ が図46(d)の形をしている場合は(ステップS110の「Yes」)、 $y_1, \dots, y_k$ の頂点 $id$ を $00, \dots, 0k-1$ と定め、ツリー $G$ を、図46(d)のツリーのラベルを $id$ とラベルの組に置き換えたツリーと定め、集合 $T$ に $\{00, \dots, 0k-1\}$ を追加する(ステップS111)。すなわち、 $T = T \cup \{00, \dots, 0k-1\}$ とする。この後、処理はステップS114に移行する。

30

#### 【0388】

他方、ステップS110において、 $root = 0$ が図46(d)の形をしていない場合は(ステップS110の「No」)、ツリー $G$ を  $G$  と定め(ステップS112)、このツリー $G$ を $output$ して(ステップS113)、処理を終了する。

#### 【0389】

ステップS114において、 $T$ の中に $s$ より大きい元 $t$ が存在するか否かを判断する。 $s$ が $T$ の中で最大元の場合は(ステップS114の「No」)、ツリー $G$ の頂点 $id$ を全て取り除いて、残りのツリーを $G$ とし(ステップS115)、ツリー $G$ を $output$ して(ステップS113)、処理を終了する。

40

#### 【0390】

他方、ステップS114において、 $s$ が $T$ の中で最大元でない場合は(ステップS114の「Yes」)、 $s' = \min\{t \in T \mid s < t\}$ (すなわち、 $s'$ を $T$ の中で $s$ の次に大きい元)として、 $s$ を $s'$ と置換して、 $(s, *)$  ( $s', *$ )とする(ステップ116)。この後、処理はステップS117に移行する。

#### 【0391】

ステップS117において、頂点 $s$ の外側境界が1つの $homoclinic\ saddle\ connection$ と $saddle$ からなり、頂点 $s$ の内部境界 $s$ が図46(

50

a) の形をしているか否かを判断する。頂点  $s$  の外側境界が1つの *homoclinic saddle connection* と *saddle* からなり、頂点  $s$  がの内部境界が図46(a)の形をしている場合は(ステップ117の「Yes」)、 $w_1, w_2$ の頂点  $id$  を  $s_0, s_1$  と定め、ツリー  $G$  を、図46(a)のツリーのラベルを  $id$  とラベルの組に置き換えたツリーと定め、 $T$  に  $\{s_0, s_1\}$  を追加する(ステップS118)。この後、処理はステップS114に戻る。

【0392】

他方、ステップS117において、頂点  $s$  の外側境界が1つの *homoclinic saddle connection* と *saddle* でない、もしくは、頂点  $s$  の内部境界が図46(a)の形をしていない場合は(ステップS117の「No」)、ステップS119に移行する。 10

【0393】

ステップS119において、頂点  $s$  の外側境界が1つの *homoclinic saddle connection* と *saddle* からなり、頂点  $s$  の内部境界が図46(b)の左の形をしているか否かを判断する。頂点  $s$  の外側境界が1つの *homoclinic saddle connection* と *saddle* からなり、頂点  $s$  の内部境界が図46(b)の左の形をしている場合は(ステップS119の「Yes」)、 $w$ の頂点  $id$  を  $s_0$  と定め、ツリー  $G$  を、図46(b)の左のツリーのラベルを  $id$  とラベルの組に置き換えたツリーと定め、 $T$  に  $\{s_0\}$  を追加する(ステップS120)。この後、処理はステップS114に戻る。 20

【0394】

他方、ステップS119において、頂点  $s$  の外側境界が1つの *homoclinic saddle connection* と *saddle* でない、もしくは、頂点  $s$  の内部境界が図46(b)の左の形をしていない場合は(ステップS119の「No」)、ステップS121に移行する。

【0395】

ステップS121において、頂点  $s$  の外側境界が1つの *homoclinic saddle connection* と *saddle* からなり、頂点  $s$  の内部境界が図46(d)の形をしているか否かを判断する。頂点  $s$  の外側境界が1つの *homoclinic saddle connection* と *saddle* からなり、頂点  $s$  の内部境界が図46(d)の形をしている場合は(ステップ121の「Yes」)、 $y_1, \dots, y_k$ の頂点  $id$  を  $\{s_0, \dots, s_{k-1}\}$  と定め、ツリー  $G$  を、図46(d)のツリーのラベルを  $id$  とラベルの組に置き換えたツリーと定め、 $T$  に  $\{s_0, \dots, s_{k-1}\}$  を追加する(ステップS122)。この後、処理はステップS114に戻る。 30

【0396】

他方、ステップS121において、頂点  $s$  の外側境界が1つの *homoclinic saddle connection* と *saddle* でない、もしくは、頂点  $s$  の内部境界が図46(d)の形をしていない場合は(ステップS121の「No」)、ステップS123に移行する。

【0397】

ステップS123において、頂点  $s$  が図46(c)の左の形をしているか否かを判断する。頂点  $s$  が図46(c)の左の形をしている場合は(ステップS123の「Yes」)、ステップS124に移行する。 40

【0398】

ステップS124において、頂点  $s$  のラベル  $\circ$  の  $\theta$  が+であるか(すなわち、 $s$ の中の流れは反時計回りであるか)否かを判断する。頂点  $s$  のラベル  $\circ$  の  $\theta$  が+である(すなわち、 $s$ の中の流れは反時計回りである)場合は(ステップS124の「Yes」)、 $w_1, w_2, w_3$ の頂点  $id$  を  $s_0, s_1, s_2$  と定め、ツリー  $G$  を、図46(c)の左のツリーのラベルを  $id$  とラベルの組に置き換えたツリーと定め、 $T$  に  $\{s_0, s_1, s_2\}$  を追加する(ステップS125)。この後、処理は、ステップS114に戻る。 50

## 【0399】

他方、ステップS124において、頂点 $s$ のラベル $o$ の $+$ でない場合、すなわち、頂点 $s$ のラベル $o$ の $-$ である（すなわち、 $s$ の中の流れは時計回りである）場合は（ステップS124の「No」）、 $w_1, w_2, w_3$ の頂点 $id$ を $s_1, s_2, s_0$ と定め、ツリー $G$ を、図46(c)の左のツリーのラベルを $id$ とラベルの組に置き換えたツリーと定め、 $T$ に $\{s_0, s_1, s_2\}$ を追加する（ステップS126）。この後、処理は、ステップS114に戻る。

## 【0400】

他方、ステップS123において、頂点 $s$ が図46(c)の左の形をしていない場合は（ステップS123の「No」）、ステップS127に移行する。

10

## 【0401】

ステップS127において、頂点 $s$ が図46(c)の右の形をしているか否かを判断する。頂点 $s$ が図46(c)の右の形をしている場合は（ステップS127の「Yes」）、ステップS128に移行する。

## 【0402】

ステップS128において、頂点 $s$ のラベル $o$ の $+$ である（すなわち、 $s$ の中の流れは反時計回りである）か否かを判断する。頂点 $s$ のラベル $o$ の $+$ である（すなわち、 $s$ の中の流れは反時計回りである）場合は（ステップS128の「Yes」）、 $w_1, w_2$ の頂点 $id$ を $s_0, s_1$ と定め、ツリー $G$ を、図46(c)の右のツリーのラベルを $id$ とラベルの組に置き換えたツリーと定め、 $T$ に $\{s_0, s_1\}$ を追加する（ステップS129）。この後、処理はステップS114に戻る。

20

## 【0403】

他方、ステップS128において、頂点 $s$ のラベル $o$ の $+$ でない場合、すなわち、頂点 $s$ のラベル $o$ の $-$ である（すなわち、 $s$ の中の流れは時計回りである）場合は（ステップS128の「No」）、 $w_1, w_2$ の頂点 $id$ を $s_1, s_0$ と定め、ツリー $G$ を、図46(c)の右のツリーのラベルを $id$ とラベルの組に置き換えたツリーと定め、 $T$ に $\{s_0, s_1\}$ を追加する（ステップS130）。この後、処理はステップS114に戻る。

## 【0404】

他方、ステップS127において、頂点 $s$ が図46(c)の右の形をしていない場合は（ステップS127の「No」）、ステップS131に移行する。

30

## 【0405】

ステップS131において、頂点 $s$ が図46(h)の形をしているか否かを判断する。頂点 $s$ が図46(h)の形をしている場合は（ステップS131の「Yes」）、 $y_1, \dots, y_1, w$ の頂点 $id$ を $s_1, \dots, s_1, s_0$ と定め、ツリー $G$ を、図46(h)のツリーのラベルを $id$ とラベルの組に置き換えたツリーと定め、 $T$ に $\{s_0, \dots, s_1\}$ を追加する（ステップS132）。この後、処理はステップS114に戻る。

## 【0406】

他方、ステップS131において、頂点 $s$ が図46(h)の形をしていない場合は（ステップS131の「No」）、ステップS133に移行する。

40

## 【0407】

ステップS133において、頂点 $s$ が図46(g)の左の形をしているか否かを判断する。頂点 $s$ が図46(g)の左の形をしている場合（ただし、 $k=0$ の場合も含む）は（ステップS133の「Yes」）、 $w_1, w_2, z_1, \dots, z_k$ の頂点 $id$ を $s_0, s_1, s_2, \dots, s_{k+1}$ と定め、ツリー $G$ を、図46(g)の左のツリーのラベルを $id$ とラベルの組に置き換えたツリーと定め、 $T$ に $\{s_0, \dots, s_{k+1}\}$ を追加する（ステップS134）。この後、処理はステップS114に戻る。

## 【0408】

他方、ステップS133において、頂点 $s$ が図46(g)の左の形をしていない場合は（ステップS133の「No」）、ステップS135に移行する。

50

## 【0409】

ステップS135において、頂点 $s$ が図46(g)の右の形をしているか否かを判断する。頂点 $s$ が図46(g)の右の形をしている場合(ただし、 $k=0$ の場合も含む)は(ステップS135の「Yes」)、 $w, z_1, \dots, z_k$ の頂点 $id$ を $s_0, s_1, \dots, s_k$ と定め、ツリー $G$ を、図46(g)の右のツリーのラベルを $id$ とラベルの組に置き換えたツリーと定め、 $T$ に $\{s_0, \dots, s_k\}$ を追加する(ステップS136)。この後、処理はステップS114に戻る。

## 【0410】

他方、ステップS135において、頂点 $s$ が図46(g)の右の形をしていない場合は(ステップS135の「No」)、ステップS138に移行する(この場合、ステップS137に示すように、頂点 $s$ は図46(f)の形をしている)。

## 【0411】

ステップS138において、頂点 $s$ のラベル $o$ の $g$ が+である(すなわち、 $s$ の中の流れは反時計回りである)か否かを判断する。頂点 $s$ のラベル $o$ の $g$ が+である(すなわち、 $s$ の中の流れは反時計回りである)場合は(ステップS138の「Yes」)、 $y_1, \dots, y_k, z_1, \dots, z_l$ の頂点 $id$ を $s_0, \dots, s_{k-1}, s_k, \dots, s_{l+k-1}$ と定め、ツリー $G$ を、図46(f)のツリーのラベルを $id$ とラベルの組に置き換えたツリーと定め、 $T$ に $\{s_0, \dots, s_{l+k-1}\}$ を追加する(ステップS139)。この後、処理はステップS114に戻る。

## 【0412】

ステップS138において、頂点 $s$ のラベル $o$ の $g$ が+でない場合、すなわち、頂点 $s$ のラベル $o$ の $g$ が-である(すなわち、 $s$ の中の流れは時計回りである)場合は(ステップS138の「No」)、 $y_1, \dots, y_k, z_1, \dots, z_l$ の頂点 $id$ を $s_1, \dots, s_{l+k-1}, s_0, \dots, s_{l-1}$ と定め、ツリー $G$ を、図46(f)のツリーのラベルを $id$ とラベルの組に置き換えたツリーと定め、 $T$ に $\{s_0, \dots, s_{l+k-1}\}$ を追加する(ステップS140)。この後、処理はステップS114に戻る。

## 【0413】

以上の操作が、O系列におけるsaddle connection diagramのツリーへの変換処理である。

## 【0414】

(2-2-2.I-wordおよびII-wordによって表現される流れのグラフ表現)

$H$ を $D_z(M)$ 内に1-source-sink pointを持つ構造安定なハミルトンベクトル場、 $D$ をそのss-saddle connection diagramとする。このとき、 $C_H = D_z(M) \setminus D$ は、closed orbitを含む円環回領域またはss-orbitを含む開円板領域となる連結成分からなる。これに対して、ルート付き、ラベル付き向き有りツリーを以下のように構成する。O-wordの時と同様に、各 $C_H$ の連結成分を頂点集合に対応づける。ルートとなる連結成分は $C_H$ の中で1-source-sink pointに最も近い開円板領域で、その閉包は1-source-sink pointを含みかつ内部に時計回りのss-orbitを含むものを選ぶ。この連結成分にラベル $o$ を割り当てる。このような決め方によりルートは一義的に決定することができる。

## 【0415】

図48は、ルートとなる連結成分を $C_H = D_z(M) \setminus D$ から選ぶ方法を説明するための図である。ここで、 $D$ はI-wordあるいはII-wordで表現できるss-saddle connection diagramとする。破線はルートとなる連結成分に含まれるss-orbitを一本、その向きとともに書いたものである。

## 【0416】

図48において、(a)は、語表現 $IA_0A_0$ で表現されたss-saddle co

connection diagramであり、 $ss - saddle connection$ の流れの向きは右から左である。(b)は、語表現  $IA_0A_0$ を持つ  $ss - saddle connection diagram$ で、 $ss - saddle connection$ の向きは左から右である。(c)は、語表現  $IIA_0A_0$ を持つ  $ss - saddle connection diagram$ で、その最も外側にある連結成分に含まれた周期軌道の向きが時計回り。(d)は、語表現  $IIA_0A_0$ は(c)と同じであるが周期軌道の向きが反対である。各  $ss - saddle connection diagram$ の下には、ルートとなっている連結成分内にある点を無限大に写すような等角写像によってできる  $ss - saddle connection diagram$ の像を示している。この写像による像では、ルートに含まれる  $ss - orbit$ はすべて反時計回りになっている。 10

【0417】

例えば、図48(a)に示すような、 $IA_0A_0$ なる語表現を持つ  $ss - saddle connection diagram$ を考えると、 $1 - source - sink point$ の真上にある連結成分(破線で書いた曲線が含まれる領域)がルートになる。もし、同じ  $ss - saddle connection diagram$ が同じ形でもその流れの向きが、図48(b)のように反対になれば、その定義からルートは  $1 - source - sink point$ の真下にある連結成分となる。図48(c)の語表現  $IIA_0A_0$ を持つ  $ss - saddle connection diagram$ に対しては、 $1 - source - sink point$ の真上の連結成分が、向きを逆転すると(図48(d))、その真下の連結成分がルートとなる。このルートとなっている連結成分にある点の一つを選び、それを無限遠点に写すような等角写像で  $ss - saddle connection diagram$ を写すと、その像において、ルートの連結成分は最も外側の連結成分となり、さらにその中で  $ss - orbit$ は常に反時計回りになることに注意する(図48の各図の下の部分参照)。 20

【0418】

こうして得られ連結成分からなる頂点集合に対して、頂点間の向き付けエッジを、ルート連結成分が最も外側になるよう等角写像で写したものを使って図48に示したように定義する。二つの連結成分  $v, w \in V$  の閉包の共通部分の次元が1、すなわち  $\dim(c_1(v) \cap c_1(w)) = 1$  かつ  $v$  が  $w$  の外側にあるとき、 $v$  から  $w$  への向き付けエッジを構成する。 $ss - orbit$ を持つ連結成分  $w \in V$  に対して、もし  $c_1(v) \cap c_1(w)$  が  $ss - saddle connection$ (あるいは  $ss - saddle connection$ )を含む場合、その子頂点  $w$  には  $o_0$ (あるいは  $o_2$ )のラベルを割り当てる。内部に反時計回りの  $closed orbit$ を持つ連結成分  $w \in V$  に対して、もし  $c_1(v) \cap c_1(w)$  が  $saddle connection$ (あるいは  $saddle connection$ )となっている場合、子の連結成分  $w$  にはラベル  $+0$ (あるいは  $+2$ )を付与する。同様にして、ラベル  $-0$ および  $-2$ を時計回りの  $closed orbit$ を持つ連結成分に付与する。 30

【0419】

この結果、ハミルトンベクトル場  $H$  の  $ss - saddle connection diagram$  に対して固有のルート付き、ラベル付き、向き有りツリー  $T_H = (V, E)$  を対応させることができる。 $I - word$ あるいは  $II - word$ の語表現を持つ構造安定なハミルトンベクトル場  $W$  のグラフ表現  $T_H = (V, E)$  を平面グラフとして可視化する方法は以下の通りである。 40

【0420】

まず、子連結成分の集合に関して、 $(v) = o_0(v) \cup +_1(v) \cup -_1(v)$  となっていることに注意する。いま、 $(v)$ に入っている元は予め順序関係のルール(1)に従って並びかえられており、また同じラベルを持つ  $+_2(v) \cup -_2(v)$ の元については、 $O - word$ の可視化の時と同様にサイクリックに反時計回りに並べられているとしておく。 $V_+$ や  $V_-$ に入っている  $closed orbit$ を持つ連結成分 50

v に対する平面グラフへの可視化は、フローチャート（図 47-A から図 47-E）を用いればよいので、後は  $V_0$  に入っている連結成分に対するグラフの描画について考えればよい。

【0421】

図 49 は、操作  $A_0$ 、 $A_2$ 、 $C$  によって生成される  $ss$ -saddle connection diagram の局所構造とそれに対応して得られるグラフ表現の可視化を示したものである。図 49 において、親連結成分  $v$  は  $o_0$ （ $o_0$  または  $o_2$ ）と表現されている。

【0422】

図 49 において、(a) は  $A_0$ 、(b) は  $A_0$ 、(c) は  $A_0 A_0$ 、(d) は  $A_2 C^k$  (k=0)、(e) は  $A_2 C^1$  (1=1)、(f) は  $A_2^2 C^{k+1}$  (k, 1=1)、(g) は  $A_0 A_2 C^k$  (k=0)、(h) は  $A_0 A_2 C^1$  (1=1) によって構成される局所的な  $ss$ -saddle connection diagram とそれに対応して生成される連結成分の親子関係、親連結成分  $v$  に含まれる反時計回りの  $ss$ -orbit は破線で示している。親連結成分のラベルは  $o_*$ （ただし、 $*$  は  $0$  あるいは  $2$  のいずれか）と表現されている。 $ss$ -orbit の方向は常に反時計回りになるようにルートを定めているので、その子になる連結成分に含まれる軌道の流れる方向は自動的に決まる。

【0423】

より具体的に説明すると、図 49 (a) にある外向き  $homoclinic$  saddle connection に対して、親連結成分  $v$  は二つの子連結成分  $w = V_{o_0}$  と  $y = V_{+0}$  を持つので、 $o_*$  から  $o_0$  と  $+0$  への二本の矢印を描画する。図 49 (b) にあるような内向き  $homoclinic$  saddle connection に対しては、親をどの連結成分に選ぶかに応じて、 $o_0$  あるいは  $-0$  への矢印を描くことができる。操作  $A_0 A_0$  で作られる構造に対しては、図 49 (c) に示すように二種類のパターンが作られるので、それに応じて  $o_0$ 、 $+0$ 、 $-0$  への三本の矢印を描くか  $o_0$  と  $-0$  への二本のエッジを描くことができる。

【0424】

操作  $A_2 C^k$  (k=0) で作られる図 49 (d) のような  $k$  個の  $closed$  orbit を含む連結成分  $\{z_1, \dots, z_k\}$  を持つ局所的な  $ss$ -saddle connection diagram の局所構造に対応して、 $o_2$  および  $k$  個の  $+2$  の矢印を描く。操作  $A_2 C^1$  (1=1) で作られる 1 個の時計回りの  $closed$  orbit を含む子連結成分  $\{y_1, \dots, y_1\}$  を持つ局所流線構造（図 49 (e)）に対しては、1 個の矢印と  $-2$  を描けばよい。図 3 (f) には、 $A_2^2 C^{k+1}$  (k, 1=1) で作られる一個の子連結成分  $w = V_{o_2}$  と 1 個の子の連結成分  $\{y_1, \dots, y_1\}$  と  $k$  個の子連結成分  $\{z_1, \dots, z_k\}$  を持つ局所構造と、それに対応して  $k$  個の  $+2$  と 1 個の  $-2$  への矢印が描けることが示されている。最後に、操作  $A_0 A_2 C^k$  (k=0) で与えられる図 49 (g)（あるいは図 49 (h) のような  $A_0 A_2 C^1$  (1=1)）の構造に対しては、 $o_2$ 、 $-0$ （あるいは  $o_0$ 、 $+0$ ）の矢印を描いてその右側に  $k$  個の  $+2$ （あるいは 1 個の  $-2$ ）への矢印を描く。

【0425】

(2-2-3-1. I, II 系列における  $ss$ -saddle connection diagram のツリーへの変換処理)

図 50-A ~ 図 50-D は、I, II 系列における  $ss$ -saddle connection diagram のツリーへの変換処理を説明するためのフローチャートである。図 50-A ~ 図 50-D に示す、I, II 系列における  $ss$ -saddle connection diagram のツリーへの変換処理は、コンピュータ等の装置によって実行可能である。

【0426】

図 50-A ~ 図 50-D において、input を  $ss$ -saddle connect

10

20

30

40

50

ion diagram  $D$ として、所定の座標変換をして、図48に示すような、outermostにrootがあるよう変換し(ステップS141)、 $u = 0$ ,  $T = \{0\}$ , ツリー $G = (0, o)$ と置く(ステップS142)。

【0427】

ステップS143において、root 0が図49(a)の形をしているか否かを判断する。root 0が図49(a)の形をしている場合は(ステップS143の「Yes」)、 $w, y$ の頂点idを1, 00と定め、ツリー $G$ を、図49(a)のツリーのラベルをidとラベルの組に置き換えたツリー(すなわち、 $G$ を $(1, o_0)$   $(0, o)$   $(00, +_0)$ )と定め、 $T$ に $\{1, 00\}$ を追加する(すなわち、 $T = \{0\}$ を $T = \{0, 1, 00\}$ と置換する)(ステップS144)。この後、処理はステップS149に移行する。 10

【0428】

他方、ステップS143において、root 0が図49(a)の形をしていない場合は(ステップS143の「No」)、ステップS145に移行する。

【0429】

ステップS145において、root 0が図49(b)の左の形をしているか否かを判断する。root 0が図49(b)の左の形をしている場合は(ステップS145の「Yes」)、 $w$ の頂点idを1と定め、ツリー $G$ を、図49(b)のツリーのラベルをidとラベルの組に置き換えたツリー(すなわち、 $G$ を $(0, o)$   $(1, o_0)$ )と定め、 $T$ に $\{1\}$ を追加する(ステップS146)。この後、処理はステップS149に移行する。 20

【0430】

他方、ステップS145において、root 0が図49(b)の左の形をしていない場合は(ステップS145の「No」)、ステップS148に移行する(この場合、ステップS147に示すように、root 0が図49(d)の形をしている)。

【0431】

ステップS148において、 $w, z_1, \dots, z_k$ の頂点idを1, 00,  $\dots, 0k-1$ と定め、ツリー $G$ を、図49(d)のツリーのラベルをidとラベルの組に置き換えたツリーと定め、 $T$ に $\{1, 00, \dots, 0k-1\}$ を追加し、ステップS149に移行する。 30

【0432】

ステップS149において、 $T$ の中に $u$ より大きい元 $t$ が存在するか否かを判断する。 $u$ が $T$ の中で最大元の場合は(ステップS149の「No」)、ツリー $G$ の頂点idを全て取り除いて、残りのツリーを $G$ とおき(ステップS150)、ツリー $G$ をoutputして(ステップS151)、処理を終了する。

【0433】

他方、ステップS149において、 $u$ が $T$ の中で最大元でない場合には(ステップS149の「Yes」)、 $u' = \min\{t \in T \mid u < t\}$ (すなわち、 $u'$ を $T$ の中で $u$ の次に大きい元)として、 $u$ を $u'$ と置換する(ステップS152)。この後、処理はステップS153に移行する。 40

【0434】

ステップS153において、 $u$ が自然数であるか(すなわち、 $o, o_0, o_2$ のidに対応するか)否かを判断する。 $u$ が自然数でない場合は(ステップS153の「No」)、O-wordの処理である図47-BのS114に移行する。

【0435】

他方、ステップS153において、 $u$ が自然数の場合は(ステップS153の「Yes」)、ステップS155に移行する。

【0436】

ステップS155において、頂点 $u$ の外側境界が外向きhomoclinic  $ss$ -saddle connectionと、丸囲み $S$ (吸い込み湧き出し対:図4参照)か 50

らなり、 $u$ の内側境界が図49(a)の形をしているか否かを判断する。頂点 $u$ の外側境界が1つのhomoclinic ss-saddle connectionと丸囲み $S$ からなり、 $u$ の内側境界が図49(a)の形をしている場合は(ステップS155の「Yes」)、 $w, y$ の頂点 $id$ を $u+1, u_0$ と定め、ツリー $G$ を図49(a)のツリーのラベルを $id$ とラベルの組に置き換えたツリー(すなわち、 $G$ を $(u+1, o_0)$  ( $u, o_0$ ) ( $u_0, +_0$ ))と定め、 $T$ を $TU\{u+1, u_0\}$ と置換する(ステップS156)。この後、処理はステップS149に戻る。

【0437】

他方、ステップS155において、頂点 $u$ の外側境界が外向きhomoclinic ss-saddle connectionと丸囲み $S$ からなっていない、または、 $u$ の内側境界が図49(a)の形をしていない場合は(ステップS155の「No」)、ステップS157に移行する。

【0438】

ステップS157において、頂点 $u$ の外側境界が外向きhomoclinic ss-saddle connectionと丸囲み $S$ からなり、 $u$ の内側境界が図49(b)の左の形をしているか否かを判断する。頂点 $u$ の外側境界が1つのhomoclinic ss-saddle connectionと丸囲み $S$ からなり、 $u$ の内側境界が図49(b)の左の形をしている場合は(ステップS157の「Yes」)、 $w$ の頂点 $id$ を $u+1$ と定め、ツリー $G$ を、図49(b)の左のツリーのラベルを $id$ とラベルの組に置き換えたツリーと定め、 $T$ に $\{u+1\}$ を追加する(ステップS158)。この後、処理はステップS149に戻る。

【0439】

他方、ステップS157において、頂点 $u$ の外側境界が外向きhomoclinic ss-saddle connectionと丸囲み $S$ からなっていない、または、 $u$ の内側境界が図49(b)の左の形をしていない場合は(ステップS157の「No」)、ステップS159に移行する。

【0440】

ステップS159において、頂点 $u$ の外側境界が外向きhomoclinic ss-saddle connectionと丸囲み $S$ からなり、 $u$ の内側境界が図49(d)の形をしているか否かを判断する。頂点 $u$ の外側境界が1つのhomoclinic ss-saddle connectionと丸囲み $S$ からなり、 $u$ が図49(d)の形をしている場合は(ステップS159の「Yes」)、 $w, z_1, \dots, z_k$ の頂点 $id$ を $u+1, u_0, \dots, u_{k-1}$ と定め、ツリー $G$ を、図49(d)のツリーのラベルを $id$ とラベルの組に置き換えたツリーと定め、 $T$ に $\{u+1, u_0, \dots, u_{k-1}\}$ を追加する(ステップS160)。この後、処理はステップS149に戻る。

【0441】

他方、ステップS159において、頂点 $u$ の外側境界が外向きhomoclinic ss-saddle connectionと丸囲み $S$ からなっていない、または、 $u$ の内側境界が図49(d)の形をしていない場合は(ステップS159の「No」)、ステップS161に移行する。

【0442】

ステップS161において、頂点 $u$ が図49(c)の左の形をしているか否かを判断する。頂点 $u$ が図49(c)の左の形をしている場合は(ステップS161の「Yes」)、 $w, y_1, y_2$ の頂点 $id$ を $u+1, u_0, u_1$ と定め、ツリー $G$ を、図49(c)の左のツリーのラベルを $id$ とラベルの組に置き換えたツリーと定め、 $T$ に $\{u+1, u_0, u_1\}$ を追加する(ステップS162)。この後、処理はステップS149に戻る。

【0443】

ステップS161において、頂点 $u$ が図49(c)の左の形をしていない場合は(ステップS161の「No」)、ステップS163に移行する。

【0444】

ステップS 1 6 3において、頂点 $u$ が図4 9 ( c )の右の形をしているか否かを判断する。頂点 $u$ が図4 9 ( c )の右の形をしている場合は(ステップS 1 6 3の「Yes」)、 $w_1, w_2$ の頂点 $id$ を $u + 1, u_0$ と定め、ツリー $G$ を、図4 9 ( c )の右のツリーのラベルを $id$ とラベルの組に置き換えたツリーと定め、 $T$ に $\{u + 1, u_0\}$ を追加する(ステップS 1 6 4)。この後、処理はステップS 1 4 9に移行する。

【0 4 4 5】

他方、ステップS 1 6 3において、頂点 $u$ が図4 9 ( c )の右の形をしていない場合は(ステップS 1 6 3の「No」)、ステップS 1 6 5に移行する。

【0 4 4 6】

ステップS 1 6 5において、頂点 $u$ が図4 9 ( g )の形をしているか否かを判断する。10  
頂点 $u$ が図4 9 ( g )の形をしている場合は(ステップS 1 6 5の「Yes」)、 $w, y, z_1, \dots, z_k$ の頂点 $id$ を $u + 1, u_0, u_1, \dots, u_k$ と定め、ツリー $G$ を、図4 9 ( g )のツリーのラベルを $id$ とラベルの組に置き換えたツリーと定め、 $T$ に $\{u + 1, u_0, \dots, u_k\}$ を追加する(ステップS 1 6 6)。この後、処理はステップS 1 4 9に戻る。

【0 4 4 7】

他方、ステップS 1 6 5において、頂点 $u$ が図4 9 ( g )の形をしていない場合は(ステップS 1 6 5の「No」)、ステップS 1 6 7に移行する。

【0 4 4 8】

ステップS 1 6 7において、頂点 $u$ が図4 9 ( h )の左の形をしているか否かを判断する。20  
頂点 $u$ が図4 9 ( h )の左の形をしている場合は(ステップS 1 6 7の「Yes」)、 $w, z, y_1, \dots, y_l$ の頂点 $id$ を $u + 1, u_0, u_1, \dots, u_l$ と定め、ツリー $G$ を、図4 9 ( h )の左のツリーのラベルを $id$ とラベルの組に置き換えたツリーと定め、 $T$ に $\{u + 1, u_0, u_1, \dots, u_l\}$ を追加する(ステップS 1 6 8)。ステップS 1 4 9に戻る。

【0 4 4 9】

ステップS 1 6 7において、頂点 $u$ が図4 9 ( h )の左の形をしていない場合は(ステップS 1 6 7の「No」)、ステップS 1 6 9に移行する。

【0 4 5 0】

ステップS 1 6 9において、頂点 $u$ が図4 9 ( h )の右の形をしているか否かを判断する。30  
頂点 $u$ が図4 9 ( h )の右の形をしている場合は(ステップS 1 6 9の「Yes」)、 $w, y_1, \dots, y_l$ の頂点 $id$ を $u + 1, u_0, \dots, u_l - 1$ と定め、ツリー $G$ を、図4 9 ( h )の右のツリーのラベルを $id$ とラベルの組に置き換えたツリーと定め、 $T$ に $\{u + 1, u_0, \dots, u_l - 1\}$ を追加する(ステップS 1 7 0)。この後、処理はステップS 1 4 9に戻る。

【0 4 5 1】

他方、ステップS 1 6 9において、頂点 $u$ が図4 9 ( h )の右の形をしていない場合は(ステップS 1 6 9の「No」)、ステップS 1 7 1に移行する。

【0 4 5 2】

ステップS 1 7 1において、頂点 $u$ が図4 9 ( f )の形をしているか否かを判断する。40  
頂点 $u$ が図4 9 ( f )の形をしている場合は(ステップS 1 7 1の「Yes」)、 $w, z_1, \dots, z_k, y_1, \dots, y_l$ の頂点 $id$ を $u + 1, u_0, \dots, u_{k-1}, u_k, \dots, u_{l+k-1}$ と定め、ツリー $G$ を、図4 9 ( f )のツリーのラベルを $id$ とラベルの組に置き換えたツリーと定め、 $T$ に $\{u + 1, u_0, \dots, u_{l+k-1}\}$ を追加する(ステップS 1 7 2)。この後、処理はステップS 1 4 9に戻る。

【0 4 5 3】

ステップS 1 7 1において、頂点 $u$ が図4 9 ( f )の形をしていない場合は(ステップS 1 7 1の「No」)、ステップS 1 7 3に移行する。

【0 4 5 4】

ステップS 1 7 3において、頂点 $u$ が図4 9 ( b )の右の形をしているか否かを判断する。50

る。頂点  $u$  が図 49 (b) の右の形をしている場合は (ステップ S 173 の「Yes」)、 $y$  の頂点  $id$  を  $u_0$  と定め、ツリー  $G$  を、図 49 (b) の右のツリーのラベルを  $id$  とラベルの組に置き換えたツリーと定め、 $T$  に  $\{u_0\}$  を追加する (ステップ S 174)。この後、処理はステップ S 149 に戻る。

【0455】

他方、ステップ S 173 において、頂点  $u$  が図 49 (b) の右の形をしていない場合は (ステップ S 173 の「No」)、ステップ S 175 に移行する。

【0456】

ステップ S 175 において、頂点  $u$  が図 49 (e) の形をしているか否かを判断する。頂点  $u$  が図 49 (e) の形をしている場合は (ステップ S 175 の「Yes」)、 $y_1, \dots, y_l$  の頂点  $id$  を  $u_0, \dots, u_{l-1}$  と定め、ツリー  $G$  を、図 49 (e) のツリーのラベルを  $id$  とラベルの組に置き換えたツリーと定め、 $T$  に  $\{u_0, \dots, u_{l-1}\}$  を追加する (ステップ 176)。この後、処理はステップ S 149 に戻る。

【0457】

他方、ステップ S 175 において、頂点  $u$  が図 49 (e) の形をしていない場合は (ステップ S 175 の「No」)、ステップ S 149 に戻る (この場合、ステップ S 177 に示すように、頂点  $u$  は、図 49 (a) の形をしている)。

【0458】

以上の操作が、I, II 系列における  $ss$ -saddle connection diagram から のツリーへの変換処理である。

【0459】

(2-2-3. グラフ表現とその正規表現)

以上のことから、1-source-sink point を持つ  $ss$ -saddle connection diagram に対して、そのルートを一義的に決定でき、また、そこから操作  $A_0, A_2, B_0, B_2, C$  によって構成される  $ss$ -saddle connection diagram の局所構造と、そこから導入される連結成分の間の親子関係は図 46 と図 49 の中で全て表現されているので、以下のことが示されたことになる。

【0460】

Proposition 3.1: 各 1-source-sink point を持つ構造安定なハミルトンベクトル場の流線位相構造には固有のルート付き、ラベル付き、向き有りツリー表現が対応する。

【0461】

1-source-sink point を持たない構造安定なハミルトンベクトル場については、ルートの選び方は一義的ではない。なぜなら、内部に  $-saddle$  をもたない円境界を含む任意の連結成分に対して、ある連続写像が存在して、それによってその連結成分を常に最も外側の連結成分にすることができるからである。したがって、saddle connection diagram については、その連結成分の数だけ異なるグラフ表現が存在することになる。このような曖昧さを取り除くために、こうした連続写像によって移りあてできるグラフ表現はそれぞれ別ということにする。すなわち、二つの構造安定なハミルトンベクトル場  $V_1$  と  $V_2$  に対して、 $V_1 \sim V_2$  なる同値関係を、ある同相写像  $D_2(M)$  上の同相写像が存在して  $V_1$  と  $V_2$  の各軌道が向きを変えることなく互いに写りあい  $V_1$  と  $V_2$  の外側境界が対応していることによって定義する。このとき、 $\sim$  は同値関係を定め、この同値類に対して固有のルート付き、ラベル付き、向き有りツリーを与えることができる。

【0462】

Proposition 3.2: 構造安定なハミルトニアンベクトル場の  $\sim$  による同値類の流線位相構造には固有のルート付き、ラベル付き、向き有りツリー表現が対応する。

【0463】

10

20

30

40

50

( 3 . 正規表現作成工程 )

上記図 2 の正規表現作成工程 ( ステップ S 2 ) について詳細に説明する。さて、グラフ理論でよく知られた事実として、任意のルート付き、ラベル付き、向き有りツリーには固有の「正規表現 ( regular expression )」なるものを考えることができる。  $T_H = ( V , E )$  を上記方法で与えられた構造安定なハミルトンベクトル場  $H$  に対して与えられたグラフ表現とする。このグラフ表現に対して、その正規表現は以下のようにして帰納的に与えられる。まず、ルート以外のすべての頂点の  $in - degree$  はすべて 1 であることに注意する。もし、  $ht ( T_H ) = 0$  ならグラフはルートのみ、すなわち  $V = \{ v_0 \}$  であり、その正規表現は  $l ( v_0 )$  である。いま、高さ  $ht ( T_H ) = n - 1$  の正規表現  $N$  があった時に、そこにある頂点集合  $T_{n-1} = \{ v_1 , v_2 , \dots , v_m \}$  とすると、各頂点  $v_i$  の子頂点集合  $( v_i ) = \{ v_{i1} , v_{i2} , \dots , v_{im_i} \}$  とそれに対応するラベル  $l_i = l ( v_i ) ( i = 1 , \dots , m )$  を使うと、  $N$  に対して  $l_i$  を  $l_i ( l_{i1} , l_{i2} , \dots , l_{im_i} )$  に置き換えることによって新しい正規表現が構成できる。ただし、  $l_{ik} = l ( v_{ik} ) ( k = 1 , \dots , m_i )$  である。このようにして構成された  $T_H$  の正規表現を  $N_{T_H}$  とすると、その構成手法から以下の命題を得る。

【 0 4 6 4 】

Proposition 3.3 : ルート付き、ラベル付き、向き有りツリー  $T$  から正規表現  $N_T$  への写像  $N_T = f_N ( T )$  は全単射である。

【 0 4 6 5 】

Proposition 3.1 と Proposition 3.2 の主張していることは、言い換えれば、  $( ss - ) saddle connection diagram H$  からそのグラフ表現  $T_H$  への写像  $T_H = f_T ( H )$  は単射 ( 1 対 1 対応 ) となるので、上の Proposition 3.3 と合わせれば、合成写像  $N_T = f_N ( f_T ( H ) )$  も単射になることがわかる。すなわち、同じ語表現を持つ構造安定なハミルトンベクトル場に対して異なる正規表現が与えられ、語表現で区別できないパターンも正規表現を使えば全て区別が可能となる。その実施例として、図 5 1 - A に同じ語表現  $I A_0 C$  で与えられる構造安定な流線パターンのグラフ表現の可視化とその正規表現を示す。( 2 - 2 - 2 . I - word および II - word によって表現される流れのグラフ表現 ) で説明したようにルートの連結成分は  $1 - source - sink point$  の真下あるいは真上にあるものを選んでい。これからもわかるように全ての正規表現は異なっている。

【 0 4 6 6 】

図 5 1 - A は、  $I A_0 C$  なる語表現をもつ構造安定な流線パターンのグラフ表現とその正規表現を示している。ルートはその定義から  $1 - source - sink point$  の真下の連結成分に対応している。グラフ表現を得るために、ルート連結成分を最も外側の連結成分へと写したものをその右側に描いている。

【 0 4 6 7 】

( 3 - 1 . ツリーの正規表現への変換処理 )

図 5 1 - B は、ツリーの正規表現への変換処理を説明するためのフローチャートである。図 5 1 - B に示す、ツリーの正規表現への変換処理は、コンピュータ等の装置により実行可能である。以下の処理では、前処理として、ツリーの全ての点に  $id$  が与える。ただし、異なる点の  $id$  は異なるものとする。図 5 1 - B において、  $input$  をツリー  $G$  とする ( ステップ S 1 7 8 )。  $V$  をツリー  $G$  の頂点集合、  $s = 0$ 、  $T = \{ 0 \}$ 、  $X$  を空集合、正規表現  $N = ( s , \quad ) ( \quad )$  と置く ( ステップ S 1 7 9 )。

【 0 4 6 8 】

ステップ S 1 8 0 において、  $s$  の子を左から読んだ結果を  $( s^{(1)} , \quad^{(1)} ) , \dots , ( s^{(h)} , \quad^{(h)} )$  とする。このとき、正規表現  $N$  の中の  $( s , \quad ) ( \quad )$  を  $* ( s^{(1)} , \quad^{(1)} ) ( \quad ) , \dots , ( s^{(h)} , \quad^{(h)} ) ( \quad )$  と置換し、  $T$  に  $\{ s^{(1)} , \dots , s^{(h)} \}$ 、  $X$  に  $\{ s \}$  を追加する。

【 0 4 6 9 】

10

20

30

40

50

ステップS181において、 $V = X$ であるか否かを判断する。 $V = X$ である場合は(ステップS181の「Yes」)、正規表現Nをoutputして、処理を終了する。

【0470】

他方、ステップS181において、 $V = X$ でない場合には(ステップS181の「No」)、 $s' - T - X$ を一つ選び(注: 選び方に依らない)、 $(s, *)$ を $(s', '*)$ と置換して(ステップS182)、ステップS180に戻る。

【0471】

以上の操作が、ツリーの正規表現への変換処理である。

【0472】

つづいて、上述した本実施の形態の流れパターンの正規表現方法をコンピュータにより実施するための装置構成について説明する。なお、以上の本実施の形態による方法を、人またはコンピュータにより実施してもよく、以下の実施形態による処理等を人により実施する場合に用いてもよいものである。

【0473】

[実施の形態2の流体遷移経路取得装置の構成]

次に、実施の形態2に係る流体遷移経路取得装置の構成について図52を参照して説明する。図52は、本実施の形態2が適用される流体遷移経路取得装置101の一例を示すブロック図であり、該構成のうち本実施形態2に関係する部分のみを概念的に示している。図52において、図29に示す実施の形態1の流体遷移経路取得装置100と同等機能を有する部位には同一符号を付して、共通する部分の説明を省略し、異なる点についてのみ説明する。実施の形態2の流体遷移経路取得装置101が実施の形態1の流体遷移経路取得装置100と異なる点は、正規表現形成部120を備えている点と、遷移情報取得部102g2が、図29の遷移情報取得部102gの処理に加えて、正規表現も使用して遷移情報を取得する点と、シミュレーション部102a2が、図29のシミュレーション部102aの処理に加えて、さらに、語表現と正規表現を使用して設計パラメータの候補を選択する設計パラメータ工程選択処理を実行する点である。

【0474】

実施の形態2の記憶部106は、さらに、流体遷移経路取得装置101で上述の正規表現作成方法を実行するために必要な各種のデータ(例えば、図2~図6, 図46, 図48~図49, 図51-Aに示すものをデータ化したもの等)、データベース、およびテーブル等を格納する。

【0475】

実施の形態2の制御部102は、さらに、上述の正規表現作成方法を実行する正規表現形成部120を備えている。正規表現形成部120は、グラフ表現形成部120a、正規表現作成部120bを含んでいる。

【0476】

グラフ表現形成部120aは、上述のグラフ表現作成工程(ステップS21)を実行するためのグラフ表現作成手段であり、例えば、図47-A~図47-Eに示す、O系列におけるsaddle connection diagramのツリーへの変換処理、および図50-A~図50-Dに示す、I, II系列におけるss-saddle connection diagramのツリーへの変換処理等を実行することにより、位相幾何学的にN(但し、Nは1以上の整数)個の穴を有する多重連結外部領域における流れパターンに1対1に対応するグラフ表現を作成する。ここで、グラフ表現は、流れパターンで規定される構造安定なハミルトンベクトル場Hに対して、固有のルート付き、ラベル付き、向き有りツリー $T_H = (V, E)$ を割り当て(但し、Vは頂点と呼ばれる点の集合、Eは、頂点の間を結ぶエッジの集合である)、平面グラフとして可視化したものであってもよい。また、グラフ表現は、親の頂点をv、その子の頂点をw、親の頂点vに割り当てられたラベルを $l(v)$ 、子の頂点wに割り当てられたラベルを $l(w)$ 、vの子頂点集合 $(v)$ とした場合、vの子頂点集合 $(v)$ を所定の順序関係のルールに従って並び

10

20

30

40

50

替え、 $w$  ( $v$ ) について、 $l(v)$  から  $l(w)$  への矢印を左から右に並べて描画されたものを含んでいてもよい。また、流れパターンは、(1) 一つの穴を有する単連結外部領域において位相幾何学的に採り得る 2 種類の流れパターンのうちの、吸い込み湧き出し対をもち、二つの  $ss - saddle\ connection$  をもつパターン I、(2) 上記一つの穴を有する単連結外部領域において位相幾何学的に採り得る 2 種類の流れパターンのうちの、吸い込み湧き出し対をもち、一つの  $saddle\ point$ 、それを結ぶ  $homoclinic\ saddle\ connection$  と二つの  $ss - saddle\ connection$  をもつパターン II、(3) 二つの穴を有する二重連結外部領域において吸い込み湧き出し対を持たないパターン O、の 1 又は複数であってもよい。また、流れパターンが吸い込み湧き出し対を持つ場合は、流れパターンをその吸い込み湧き出し対に最も近い反時計回りの  $ss - orbit$  を含む領域が一番外側領域になるように変換し、変換した流れパターンの  $(ss -) saddle\ connection\ diagram$  に現れる軌道を領域全体から抽出し、領域全体から  $(ss -) saddle\ connection\ diagram$  に現れる軌道をすべて除外して得られる連結成分に頂点を設定し、一番外側にある連結成分をルートとし、カレント成分と互いに境界を接するような連結成分をカレント成分の子として、境界にあたる軌道に応じてラベルを割り当て、当該ラベルを所定の順序関係に従って並べ、カレント成分の子をカレント成分に設定して、子がなくなるまで繰り返すことにしてもよい。また、かかる流れパターンは、パターン語の 1 又は複数から開始し、流れパターンに一つの穴を加える場合に位相幾何学的に採り得る 5 種類の操作を規定した操作語のうちのいずれか一語を付与する操作を、穴の数が  $N$  個となるまで繰り返して作成された流れパターン図であることにしてもよい。

#### 【0477】

また、正規表現作成部 120b は、上述の正規表現作成工程 (ステップ S22) を実現するための正規表現作成手段であり、例えば、図 51-B に示す、ツリーの正規表現への変換処理等を実行することにより、グラフ表現作成部 120a で作成されたグラフ表現から正規表現を作成する。

#### 【0478】

シミュレーション部 102a2 は、さらに、設計パラメータ候補選択処理 (図 56 参照) を実行する。設計パラメータ候補選択処理では、流体中の物体に対して設計パラメータの候補を選択する場合に、設計パラメータの上限及び下限を設定し、当該設計パラメータの上限と下限で規定されるパラメータ領域から複数のパラメータを選択し、選択した複数のパラメータに対して、それぞれ流れの実験及び/又は数値計算を行い、実験及び/又は数値計算の結果に対して、語表現及び/又は正規表現を割り当て、割り当てた語表現及び/又は正規表現のうち、最適状態を示す語表現及び/又は正規表現を有する設計パラメータを、上記設計パラメータの候補として選択することにしてもよい。

#### 【0479】

また、設定パラメータ候補選択処理では、割り当てた語表現及び/又は正規表現が、最適状態を示す語表現及び/又は正規表現を有しない場合でも、流れパターンが 1 回の遷移で、語表現及び/又は正規表現が、最適状態を示す語表現及び/又は正規表現を有する場合は、設計パラメータの候補として選択することにしてもよい。さらに、設計パラメータ候補選択処理では、さらに、選択した設計パラメータを使用して最適化設計を行うことにしてもよい。

#### 【0480】

遷移情報取得部 102g2 は、語表現に加えて、流れパターンに 1 対 1 に完全に対応する正規表現も使用して遷移ルートを取得してもよい。遷移情報取得部 102g2 は、指定された構造安定な流れパターンの語表現を基準としてパターン遷移情報に基づいて取得した遷移ルートの候補が複数ある場合には、構造安定な流れパターンに 1 対 1 に対応する正規表現を使用して遷移ルートを 1 つに特定することにしてもよい。また、遷移情報取得部 102g2 は、指定された 2 つの構造安定な流れパターン間の語表現の操作語の変化を基

準として上記変化情報に基づいて取得した遷移ルートの候補が複数ある場合は、2つの構造安定な流れパターンの語表現（例えば、 $W_1$ 、 $W_2$ ）に対応する正規表現（例えば、 $N_1$ 、 $N_2$ ）をそれぞれ取得し、複数の遷移ルートの候補について、その遷移が起こるための部分表現が、一方の構造安定な流れパターンの語表現（例えば、 $W_1$ ）に対応する正規表現（例えば、 $N_1$ ）に含まれていない場合は、遷移ルートの候補から除外することにしてもよい。また、遷移情報取得部102g2は、除外されなかった遷移ルートの候補が複数ある場合は、当該除外されなかった複数の遷移ルートの候補に対応する正規表現をそれぞれ取得し、除外されなかった複数の選択ルートの候補のうち、その正規表現が、他方の構造安定な流れパターンの語表現（例えば、 $W_2$ ）に対応する正規表現（ $N_2$ ）と一致するものを遷移パターンとして特定することにしてもよい。

10

#### 【0481】

図53は、実施の形態2に係る流体遷移経路取得装置101における、指数の差を用いた遷移ルート探索処理の一例を示すフローチャートである。図53において、図31と同様な処理を行うステップには同一のステップ番号を付している。なお、以下の例では、パターン遷移情報として、h - 不安定およびp - 不安定な流線パターンの摂動とその部分語表現に関して得られた図26～図28のリストを用いている。

#### 【0482】

図53において、まず、遷移情報取得部102g2は、2つの構造安定な流線パターンを指定させる（ステップS-11）。

#### 【0483】

そして、遷移情報取得部102g2は、2つの構造安定な流線パターンに対応する語表現 $W_1$ 、 $W_2$ を取得する（ステップS-12）。例えば、流線図が指定された場合、遷移情報取得部102g2は、語表現形成部102cの処理により、対応する語表現 $W_1$ 、 $W_2$ を取得する。

20

#### 【0484】

そして、遷移情報取得部102g2は、語表現 $W_1$ と $W_2$ の差 $d$ を計算する（ステップS-13）。すなわち、遷移情報取得部102g2は、適当な $*$ をI、II、Oから選んで、 $d = \text{ind}^*(W_1) - \text{ind}^*(W_2)$ を計算する。

#### 【0485】

そして、遷移情報取得部102g2は、差 $d$ をもつ遷移パターン $X$ を、パターン遷移情報（図26～図28の表）から導出する（ステップS-14）。なお、差 $d$ をもつ遷移パターン $X$ が一致しない場合は、二つの構造安定な流線パターンは一回の遷移で互いに移りあえない旨を示す遷移情報としてもよく、あるいは、複数回の遷移で移りあえる遷移ルートを探してもよい。例えば、 $k$ 回の遷移で移りあえるとして、遷移情報取得部102g2は、 $d = \text{ind}^*(W_1) - \text{ind}^*(W_2) = d_1 + d_2 + \dots + d_k$ となるような、遷移パターン $X_1, X_2, \dots, X_k$ の組み合わせを導出してもよい。なお、遷移するときの隣り合う流線パターン同士は、語表現が同一（部分列を共有）でなければならない。

30

#### 【0486】

そして、遷移情報取得部102g2は、差 $d$ をもつ遷移パターン $X$ をリストから全て探しだし（ステップS-14）、各遷移パターン $X$ に対応する部分列 $S_1$ と $S_2$ を取得する（ステップS-15）。なお、上述した複数回の遷移を仮定する場合、遷移パターン $X_1, X_2, \dots, X_k$ について、それぞれ部分列 $S_{11}$ と $S_{21} \sim S_{1k}$ と $S_{2k}$ を求める。

40

#### 【0487】

そして、遷移情報取得部102g2は、部分列 $S_1$ と $S_2$ に対して、これらがそれぞれ $W_1$ と $W_2$ の部分語となっているかを調べ、部分語となっている場合は、遷移パターン $X$ の候補とする（ステップS-16）。すなわち、 $S_1 = W_1$ かつ $S_2 = W_2$ かを調べる。もしこれが成り立っていた場合は $X$ を遷移の候補として取得し、そうでなければ棄却する。

50

## 【0488】

さらに、遷移情報取得部102g2は、遷移パターンXの候補が複数ある場合は、正規表現形成部120の処理により、 $W_1$ 、 $W_2$ の語表現を持つ流線構造の正規表現 $N_1$ 、 $N_2$ を取得する(ステップS-17)。

## 【0489】

遷移情報取得部102g2は、複数の遷移パターンの候補について、その遷移が起こるための部分表現が正規表現 $N_1$ の中に存在しないものを候補から除外する(ステップS-18)。

## 【0490】

遷移情報取得部102g2は、遷移パターンの候補が1つか否かを判断する(ステップS-19)、遷移パターンの候補が1つの場合は(ステップS-19の「Yes」)、それを遷移パターンとして特定する(ステップS-20)。

## 【0491】

他方、遷移パターンの候補が1つでない場合は(ステップS-19の「No」)、遷移情報取得部102g2は、正規表現形成部120の処理により、遷移パターンXの候補について、その正規表現をそれぞれ取得する(ステップS-21)。

## 【0492】

遷移情報取得部102g2は、遷移パターンXの候補のうち、その正規表現が、正規表現 $N_2$ と一致するものを遷移パターンとして特定する(ステップS-22)。

## 【0493】

このように、実施の形態2では、複数の遷移パターンの候補がある場合に、パターンマッチングを行うことなく、 $N_1$ の正規表現に含まれる部分表現の比較と、遷移パターンの正規表現と $N_2$ との比較によって、遷移が実際に起こったかどうかを判定でき、遷移パターンを1つに特定することができる。

## 【0494】

## [実施例]

図54および図55を参照して、図32~35で説明した実施例と同様の条件において、語表現と正規表現を使用して遷移パターンを特定する実施例を説明する。図54は、一様流中におかれた一枚平板の $t = 5.5$ から $t = 7.7$ までの時間発展とその流線パターンの位相構造、その極大語表現、およびその正規表現である。図55は、時刻 $t = 5.5$ から $7.7$ の時間発展の間に起こった遷移を示す図である。

## 【0495】

図54において、 $t = 5.5$ のときの流線パターンの正規表現 $N_0 = 0 (0_2 (-2 (-0, -0, +2)))$ 、 $t = 6.6$ のときの流線パターンの正規表現 $N_1 = 0 (0_0 (0_2, -0 (-0, -0), +2))$ 、および $t = 7.7$ のときの流線パターンの正規表現 $N_2 = 0 (0_0 (0_0 (0_2, -0, +2), -0))$ をさらに割り当てている。どのような遷移が起こったかどうかを本実施の形態2のアルゴリズム(指数の差を用いた遷移ルート探索処理等)に従って与えることにする。実施の形態2のアルゴリズムでは、遷移パターンの特定を語表現と正規表現の比較においてのみ行うことが可能である。

## 【0496】

まず、時刻 $t = 5.5$ と $t = 6.6$ の極大語表現が $W_0 = I C C B_0$ および $W_1 = I A_0 C B_0$ であるので、まずその指数の差 $d$ をとると、 $d = \text{ind}_I(W_1) - \text{ind}_I(W_0) = (1, 0, 0, 0, -1)$ となるが、このような指数の差を生成する遷移 $X$ は、図26~図28のリストから、 $X = I_{-1}, I M_{1,s}, I C M_{1,i}$ の三つあることがわかる。

## 【0497】

$X = I M_{1,s}$ の遷移の方法にしたがって対応する正規表現を与えると、 $N_{I M_{1,s}} = 0 (0_0 (0_2, -0 (-0, -0), +2))$ を得る。これを比べると $N_1 = N_{I M_{1,s}}$ となるので、正規表現の1対1対応より実際に起こった遷移は $X = I M_{1,s}$ であることが判定できる。

10

20

30

40

50

## 【0498】

次に、時刻  $t = 6.6$  から  $t = 7.7$  に対して、その極大語表現は  $W_1 = I A_0 C B_0$  と  $W_2 = I A_0 A_0 C$  であるので、その指数の差をとると  $d = \text{ind}_I(W_2) - \text{ind}_I(W_1) = (1, 0, -1, 0, 0)$  であるので、図26～図28のリストから  $X$  を探すと、 $X = I C D_0, A_0 E_0, s$  および  $I C$  (2) を得られる。

## 【0499】

$X = I C$  (2) に対応する部分語  $S_1$  と  $S_2$  は  $W_2$  と  $W_1$  に含まれないので、これは除外される。

## 【0500】

一方、 $X = A_0 E_0, s$  および  $X = I C D_0$  については、いずれも  $S_1$ 、 $W_2$  かつ  $S_2$ 、 $W_1$  が成り立つので、これらは起こりうる遷移の候補である。 $X = A_0 E_0$  の遷移に従って対応する正規表現は  $N_2$  と等しくなるので、正規表現の1対1対応より、起こる遷移は  $X = A_0 E_0, s$  であることが特定できる。

10

## 【0501】

[ 語表現と正規表現を使った流体中の物体の設計方法 (設計パラメータ候補選択処理) ]

例えば、橋や橋脚など流体中におかれた物体 (以下設計対象と呼ぶ) の形状や配置、またその周囲の流れの制御などを通じて設計の対象にとって最適なパラメータを定めるような設計手法について、語表現と正規表現を使ってどのように設計を行うかを説明する。

## 【0502】

前提1: 設計対象には変更可能な設計パラメータがある (形状・配置・流れの制御装置など)。

20

前提2: 設計対象を設計する上で、問題に応じた「最適な状態」が設定されており、その最適状態が流線構造の特徴として記述できているものとする。例えば、剥離渦を閉じこめる状態を最適状態とすると、翼であれば揚力の最大化、橋脚であれば抗力の最小化などが期待できる。

前提3: これらの設計において、設計パラメータを変えて実験および数値計算 (そしてそれにおいて得られる流線パターンの語表現・正規表現) ができるものとする。以下、二次元の流れに限定する。三次元の場合は断面をとって考えたりして二次元化することなどで設計が可能になる場合もある (三次元の場合はすべての場合でできるとは限らないことに注意する)。

30

## 【0503】

従来の最適化設計においては、初期状態から始めて、設計パラメータを経験や試行錯誤、あるいは既知の最適化手法などによる最適化が行われている。ある種の最適化が実現できても、それは局所的な最適化であったり物理的に不安定であったりして実際の設計に耐えうるかどうか分からないところがある。

## 【0504】

本実施の形態による設計パラメータの探索では、かかる状況に対して、最初から理想的な状況を流線パターンの語表現や正規表現として設定しておいて、それが実現されるようなパラメータ領域を探索することができるようになる。こうして最適な設定を実現する設計パラメータの「候補」をできるだけ多くかつ速やかに探すことができるようになる。それらの候補から始めて、既知の最適化手法を行うことで多くのかつ実現性の高い設計パラメータが得られる可能性が高くなる。

40

## 【0505】

図56は、語表現と正規表現を使用した流体中の物体の設計方法、すなわち、上述の設計パラメータ候補選択処理を説明するためのフローチャートである。図56に示すフローチャートは、シミュレーション部102a2により実行される。

## 【0506】

図56において、まず、とりうる設計パラメータの上限と下限を定める (ステップS311)。次に、上記ステップS311で定めたパラメータ領域 (設計パラメータの上限と下限で規定される領域を「パラメータ領域」と称する) を分割して、パラメータ領域から

50

N個のパラメータの組み合わせサンプル（設計パラメータ $P_i$  ( $i = 1, \dots, N$ )）を選択する（ステップS312）。なお、サンプルの選択は、これまでの経験や計算結果などを踏まえて適当に選んでも良いし、先験的な情報がないときは、パラメータ領域を等分してサンプリングしてもよい。

【0507】

以下では、渦閉じこめ状態を表す語表現として「C」が語表現に含まれることを設計の目的とする例を説明する。各設計パラメータ $P_i$  ( $i = 1, \dots, N$ )に対してそれぞれ流れの実験や数値計算を行う（ステップS313）。得られた各結果に語表現と正規表現の割り当てを行う（ステップS314）。その語表現が最適状態を表すICの部分語を持つ、あるいはそれに対応する正規表現を持つ構造表現か否かを判断する（ステップS315）。その語表現が最適状態を表すICの部分語を持つ、あるいはそれに対応する正規表現を持つ構造表現の場合は（ステップS315の「Yes」）、設計パラメータの候補として採用する（ステップS316）。他方、その語表現が最適状態を表すICの部分語を持つ、あるいはそれに対応する正規表現を持つ構造表現でない場合は（ステップS315の「No」）、一回の遷移で、その語表現が最適状態を表すICの部分語を持つ、あるいはそれに対応する正規表現を持つ構造表現か否かを判断する（ステップS320）。一回の遷移で、その語表現が最適状態を表すICの部分語を持つ、あるいはそれに対応する正規表現を持つ構造表現の場合は（ステップS320の「Yes」）、設計パラメータの候補として採用する（ステップS316）。一回の遷移（構造安定な流れパターンから構造不安定な中間状態の流れパターンへの1回の遷移）で、その語表現が最適状態を表すICの部分語を持つ、あるいはそれに対応する正規表現を持つ構造表現でない場合は（ステップS320の「No」）、設計パラメータの候補には採用しない。

【0508】

ステップS317では、設計パラメータの候補があるか否かを判断し（ステップS317）、設計候補のパラメータがある場合には（ステップS317の「Yes」）、設計パラメータの候補に対して既存の最適化手法を適用する（ステップS319）。なお、既存の最適化手法を適用するだけでなく、最適化過程の各段階において、常に語表現や正規表現を計算してモニタリングすることで、定量的な流れの最適化に加えて、理想的な流線構造の最適化も同時に行うような最適化設計も可能である。

【0509】

他方、設計パラメータの候補がない場合には（ステップS317の「No」）、パラメータ領域を更に細かく分割して（ステップS318）、ステップS313～S317の処理を実行する。

【0510】

図57及び図58は、上記の語表現と正規表現を使用した流体中の物体の設計方法を説明するための具体例の一例を説明するための図である。図57において、一様流中におかれた物体400の背後に渦構造が二つ（渦1, 渦2）存在するような状況があったとする。一様流の速さ（あるいは物体の進行速度）を $U$ とし、物体400は角速度 $G$ で回転できるものとする。渦の強さと位置は流れにおいて既に与えられているとして、このうち渦1を「閉じこめて」、物体400にかかる揚力を最大化し、渦2は流れに沿って物体から遠ざかることができるような装置を、「 $U$ や $G$ のパラメータ」を探索して最適化することを考える。渦閉じこめ状態の語表現は「C」によって遠ざかる渦は「A<sub>0</sub>に」よって表現できるので、ターゲットとなる状況の語表現としてはIA<sub>0</sub>Cを達成するものを本設計手法の適用によりパラメータ領域を絞り込む。

【0511】

本設計パラメータについて、 $U$ は0から1.1まで変化でき、 $G$ は $-1.6 \times 2$  から $1.6 \times 2$  まで変化できるものとする（上記ステップS311で設計パラメータの上限、下限を定める）。これらのパラメータ区間を5等分して設計パラメータ領域を分割し（上記ステップS312）する。そして、上記ステップS313～S320を実行した結果が、図58の(a)～(f)である。このパラメータ領域のうち、この設計手法によって

最適化設計は「 $0.5 \leq U \leq 0.9, G = -0.8 \times 2$ 」(図58の(a)~(c))に対応)および「 $0.3 \leq U \leq 0.7, G = 0$ 」(図58の(d)~(f))に対応)の間で達成されている。これらのパラメータ候補の絞り込みにより、さらにこれらのパラメータ領域の分割を繰り返して、揚力などの定量的な量の最大化をするような最良パラメータ領域を探することで、渦閉じ込めをして揚力を最大化するための物体400の速度と各回転速度を知ることができる。

#### 【0512】

以上説明したように、実施の形態2によれば、遷移ルートの候補が複数ある場合には、流れパターンに1対1に対応する正規表現を使用して遷移ルートを1つに特定することとしたので、選択ルートの候補が複数ある場合でもパターンマッチングを行うことなく、遷移ルートを特定することが可能となる。 10

#### 【0513】

また、実施の形態2によれば、遷移ルートの候補が複数ある場合は、2つの構造安定な流れパターンの語表現に対応する正規表現をそれぞれ取得し、複数の遷移ルートの候補について、その遷移が起こるための部分表現が、一方の構造安定な流れパターンの語表現に対応する正規表現に含まれていない場合は、遷移ルートの候補から除外することとしたので、遷移ルートの候補の部分表現と正規表現を比較するだけで、実際に遷移する可能性のない遷移ルートの候補を除外することが可能となる。

#### 【0514】

また、実施の形態2によれば、除外されなかった遷移ルートの候補が複数ある場合は、当該除外されなかった複数の遷移ルートの候補に対応する正規表現をそれぞれ取得し、上記除外されなかった複数の選択ルートの候補のうち、その正規表現が、他方の構造安定な流れパターンの語表現に対応する正規表現と一致するものを遷移パターンとして特定することとしたので、正規表現同士を比較するだけで、遷移ルートを1つに特定することが可能となる。 20

#### 【0515】

また、実施の形態2によれば、位相幾何学的にN(但し、Nは1以上の整数)個の穴を有する多重連結外部領域における流れパターンの正規表現を作成する正規表現作成方法であって、流れパターンに1対1に対応するグラフ表現を作成するグラフ表現作成工程と、グラフ表現作成工程で作成されたグラフ表現から正規表現を作成する正規表現作成工程と、を含むこととしたので、流れパターンと1対1に対応させることが可能な新たな表現方法を提供することが可能となる。 30

#### 【0516】

また、実施の形態2によれば、グラフ表現は、流れパターンで規定される構造安定なハミルトンベクトル場Hに対して、固有のルート付き、ラベル付き、及び向き有りのツリー $T_H = (V, E)$ を割り当て(但し、Vは頂点と呼ばれる点の集合、Eは、頂点の間を結ぶエッジの集合である)、平面グラフとして可視化したものである。構造安定なハミルトンベクトル場に対して、固有のルート付き、ラベル付き、及び向き有りのツリーを平面グラフとして可視化したものをグラフ表現として提供することが可能となる。

#### 【0517】

また、実施の形態2によれば、グラフ表現は、親の頂点をv、その子の頂点をw、親の頂点vに割り当てられたラベルを $l(v)$ 、子の頂点wに割り当てられたラベルを $l(w)$ 、vの子頂点集合 $C(v)$ とした場合、vの子頂点集合 $C(v)$ を所定の順序関係のルールに従って並び替え、w $\in C(v)$ について、 $l(v)$ から $l(w)$ への矢印を左から右に並べて描画することとしたので、親子の連結関係が視認しやすいグラフ表現を提供することが可能となる。 40

#### 【0518】

また、実施の形態2によれば、流れパターンは、(1)一つの穴を有する単連結外部領域において位相幾何学的に採り得る2種類の流れパターンのうちの、吸い込み湧き出し対をもち、二つの $s-s$ - $s$ addle connectionをもつパターンI、(2) 50

一つの穴を有する単連結外部領域において位相幾何学的に採り得る2種類の流れパターンのうちの、吸い込み湧き出し対をもち、一つのsaddle point、それを結ぶhomoclinic saddle connectionと二つのss-saddle connectionをもつパターンII、(3)二つの穴を有する二重連結外部領域において吸い込み湧き出し対を持たないパターンOの1又は複数であることとしたので、基本となる全ての流れパターンに対して正規表現を付与することができ、具体的な流れパターンの正規表現を扱えるようになる。

【0519】

また、実施の形態2によれば、正規表現作成工程で作成された正規表現を語表現に変換する語表現変換工程を備えているので、正規表現を語表現に変換することが可能となる。 10

【0520】

また、実施の形態2によれば、語表現は、一つの穴を有する単連結外部領域において位相幾何学的に採り得る2種類の流れパターンに加えて、二つの穴を有する二重連結外部領域において吸い込み湧き出し対を持たないパターンを追加した、合計3種類の流れパターンを規定するパターン語に対して、位相幾何学的に採り得る5種類の操作を規定した操作語のうちのいずれか一語を、追加された穴の数だけ付与することにより形成された記号語であることとしたので、正規表現を、基本となる全ての流れパターンと位相幾何学的に採り得る5種類の操作を規定した語表現に変換することが可能となる。

【0521】

また、実施の形態2によれば、語表現と同様に、流れ場における構造物設計を行うにあたって、構造物に対して採り得る流れパターンを経験や直感に頼ることなく容易に扱うことができる、流れパターンの正規表現作成方法、正規表現作成装置、および、プログラムを提供することができる。また、語表現と正規表現の両方を使用することで、語表現だけでは特定の流れを限定できないものを限定することができ、流れの最適制御の理論をより発展させることができる。 20

【0522】

また、実施の形態2によれば、語表現と正規表現は、例えば、橋脚の設計、防波堤の配置、港湾の汚染物の除去、風力発電のブレードの設計、列車のパンタグラフの構造、オイルフェンスの最適配置などのように、構造物設計や配置を伴う様々な分野において極めて有用である。また、スポーツ用品の構造設計などのようにスポーツ力学等の分野に応用することも可能である。 30

【産業上の利用可能性】

【0523】

以上詳述に説明したように、本発明によれば、流れパターンの遷移に関する知見を得ることができる、流体遷移経路取得装置、流体遷移経路取得方法、および、プログラムを提供、ならびに記録媒体を提供することができる。例えば、飛行物体の設計、列車のパンタグラフの構造、レーシングカー等の自動車の構造、スキージャンプなどのスポーツ用品の設計、高速船の設計、気象予報など、構造物の形状や配置の設計や制御、流体の変化予測などを伴う様々な分野において極めて有用である。特に、流れ場とその中に含まれる多数の構造物の配置設計が重要な分野(橋脚の設計、防波堤の配置、港湾の汚染物質の除去、風力発電のブレードの設計、航空機翼の設計、オイルフェンスの最適配置など)において極めて有用である。 40

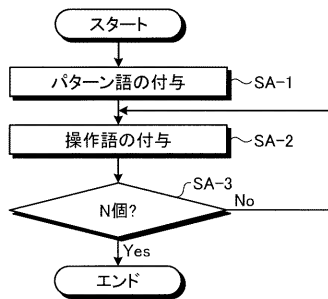
【符号の説明】

【0524】

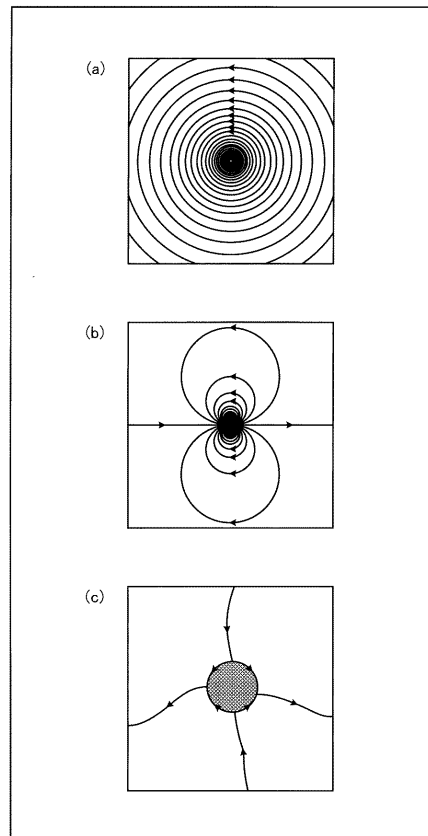
- 100, 101 流体遷移経路取得装置
- 102 制御部
- 102a, 102a2 シミュレーション部
- 102b 流線解析部
- 102c 語表現形成部
- 102d パターン語付与部

- 1 0 2 e 操作語付与部
- 1 0 2 f 極大語表現部
- 1 0 2 g , 1 0 2 g 2 遷移情報取得部
- 1 0 4 通信制御インターフェース部
- 1 0 6 記憶部
- 1 0 6 a シミュレーション結果ファイル
- 1 0 6 b 流線図ファイル
- 1 0 6 c パターン遷移ファイル
- 1 0 8 入出力制御インターフェース部
- 1 1 2 入力装置
- 1 1 4 出力装置
- 1 2 0 正規表現形成部
- 1 2 0 a グラフ表現作成部
- 1 2 0 b 正規表現作成部
- 1 2 0 c 語表現作成部
- 2 0 0 外部システム
- 3 0 0 ネットワーク

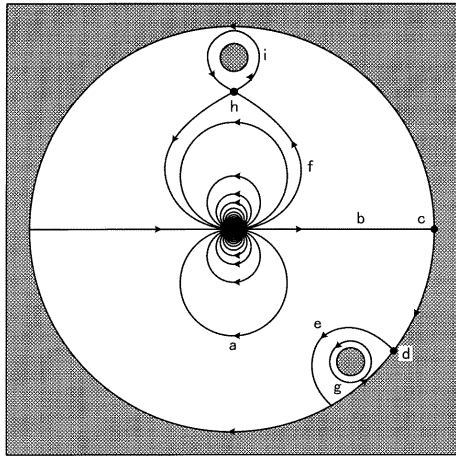
【 図 1 】



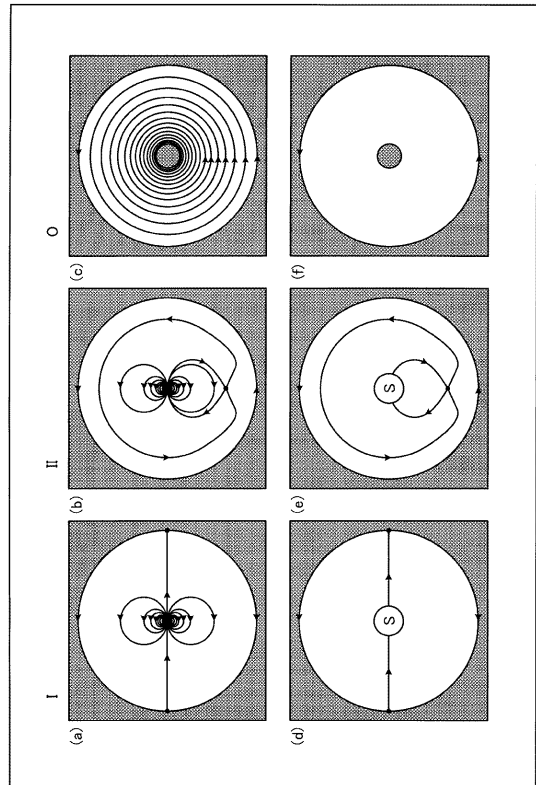
【 図 2 】



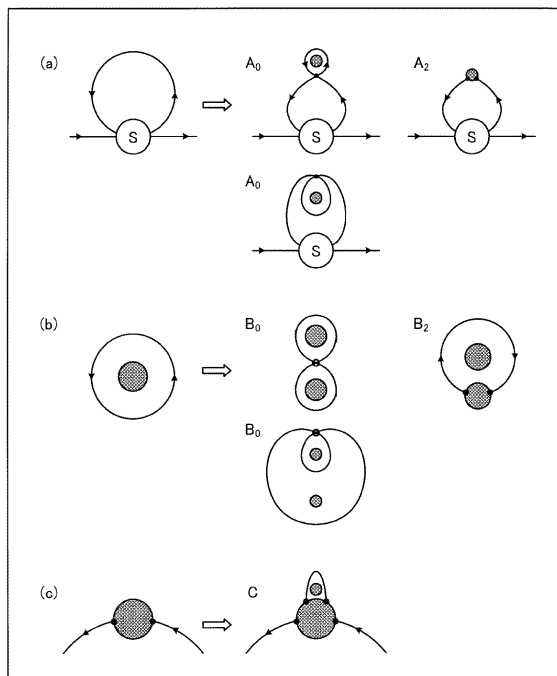
【 図 3 】



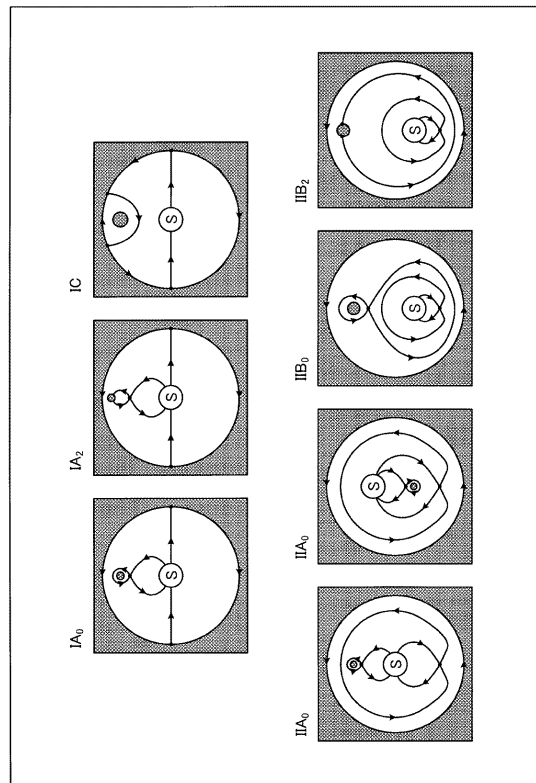
【 図 4 】



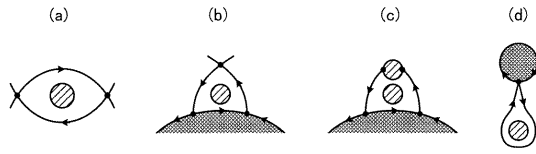
【 図 5 】



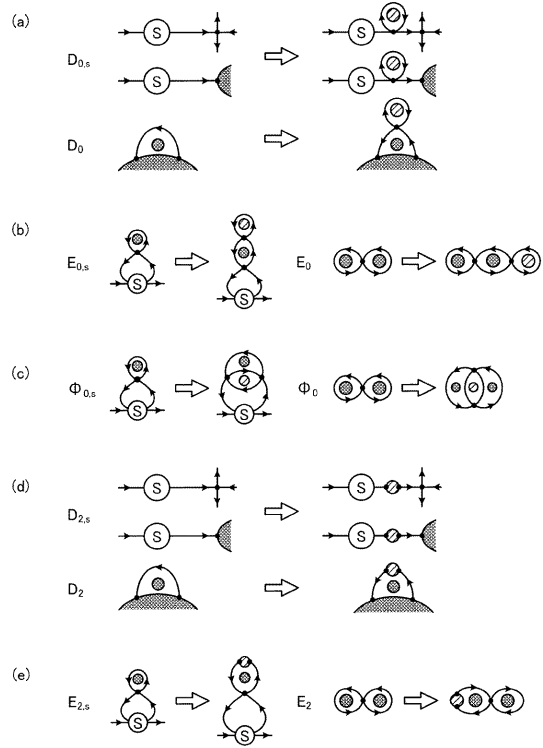
【 図 6 】



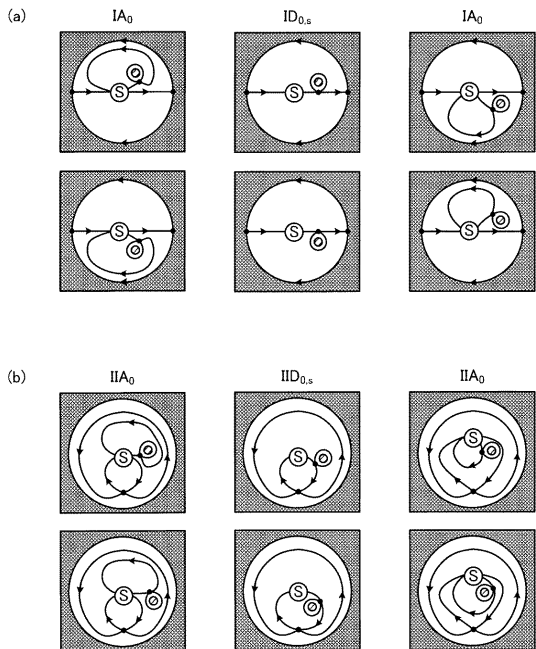
【 図 7 】



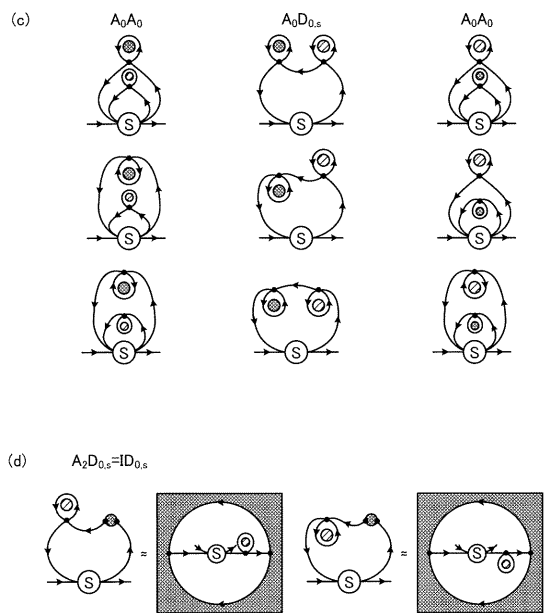
【 図 8 】



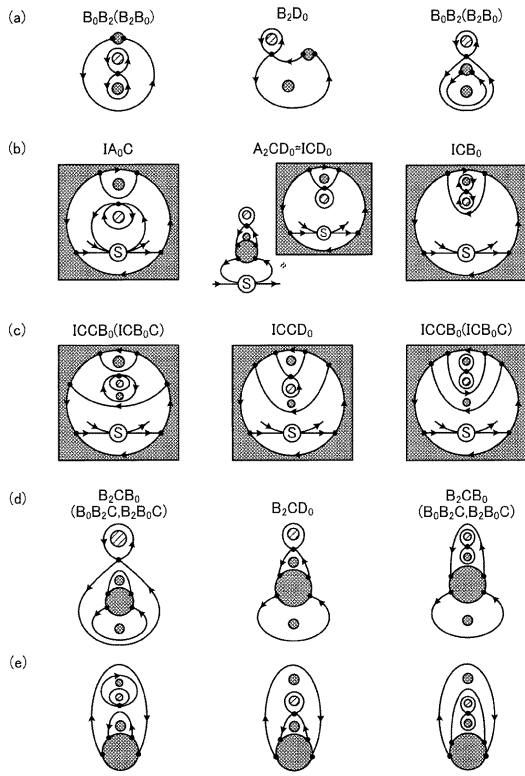
【 図 9 - 1 】



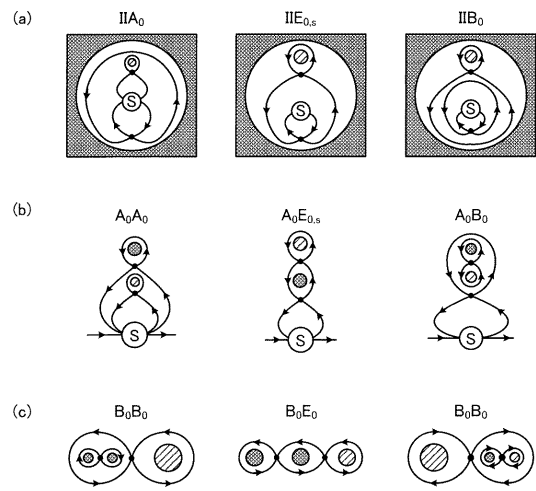
【 図 9 - 2 】



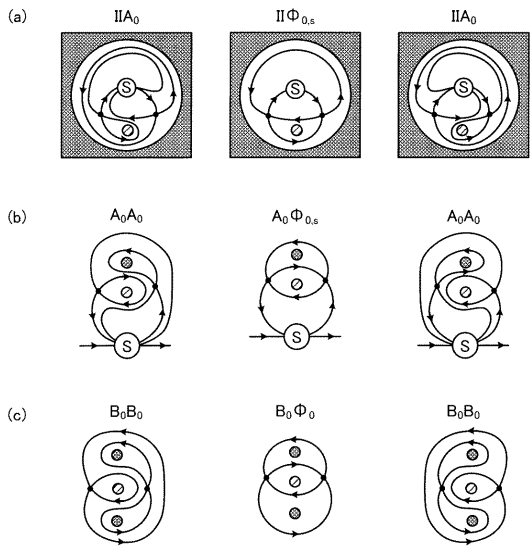
【 図 1 0 】



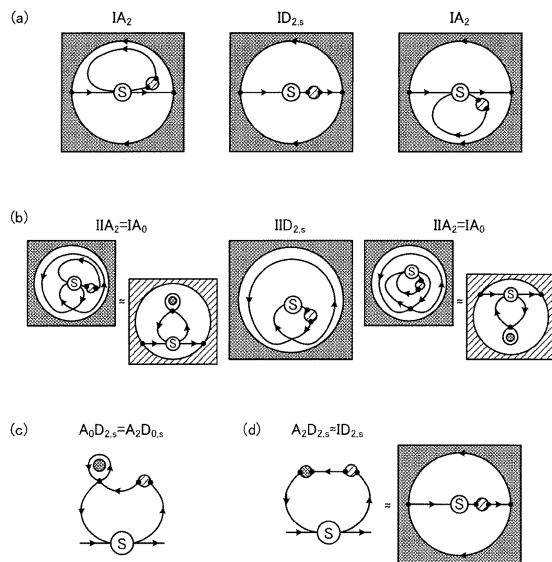
【 図 1 1 】



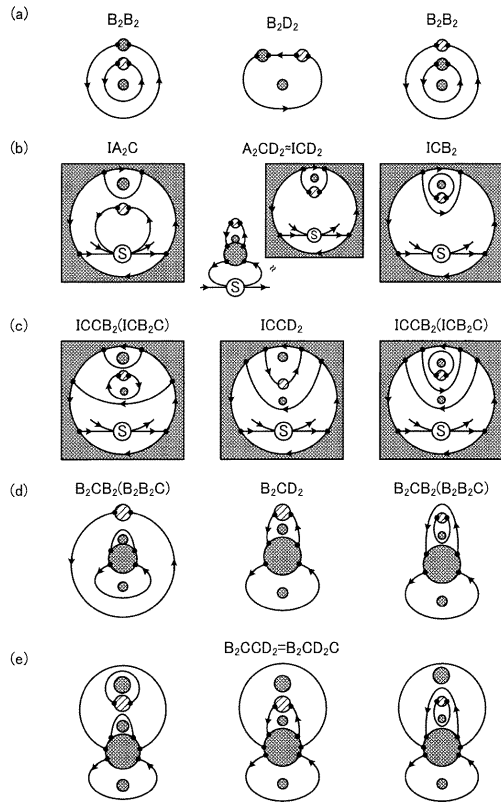
【 図 1 2 】



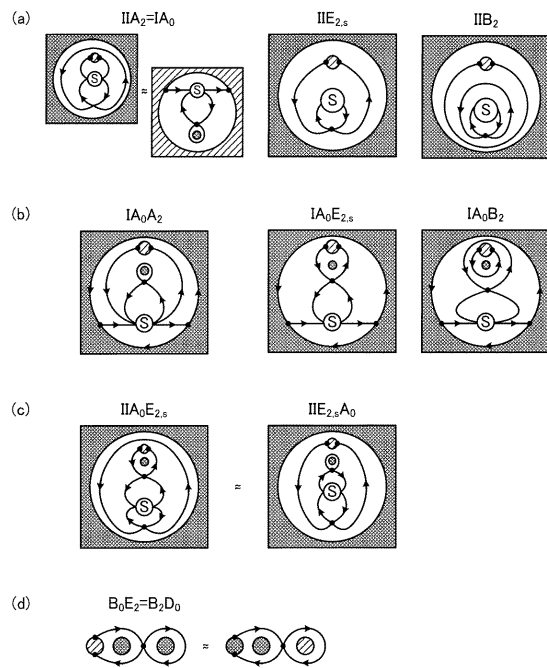
【 図 1 3 】



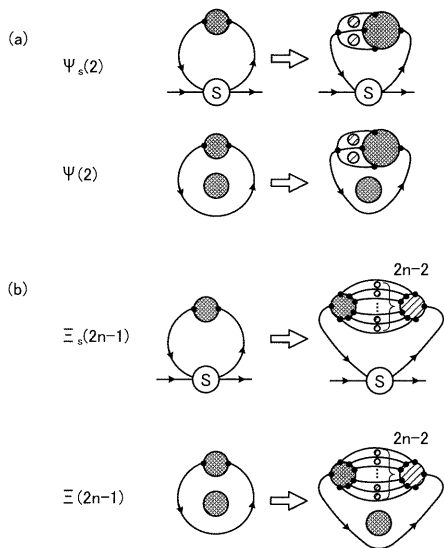
【 図 1 4 】



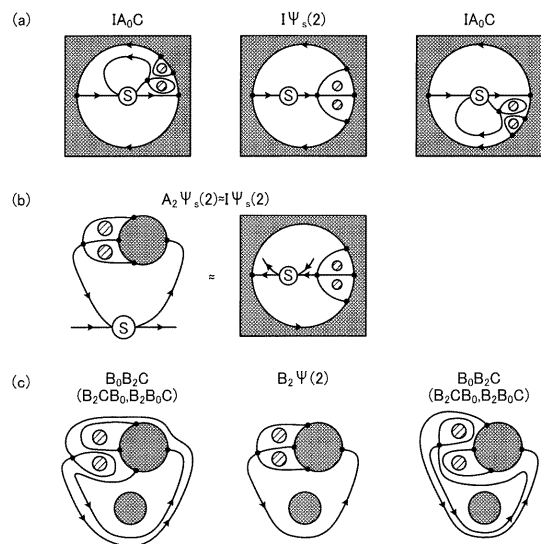
【 図 1 5 】



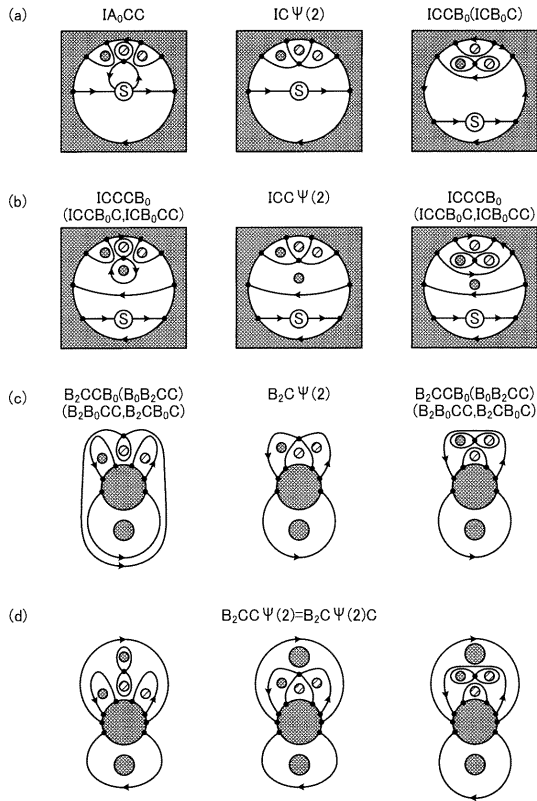
【 図 1 6 】



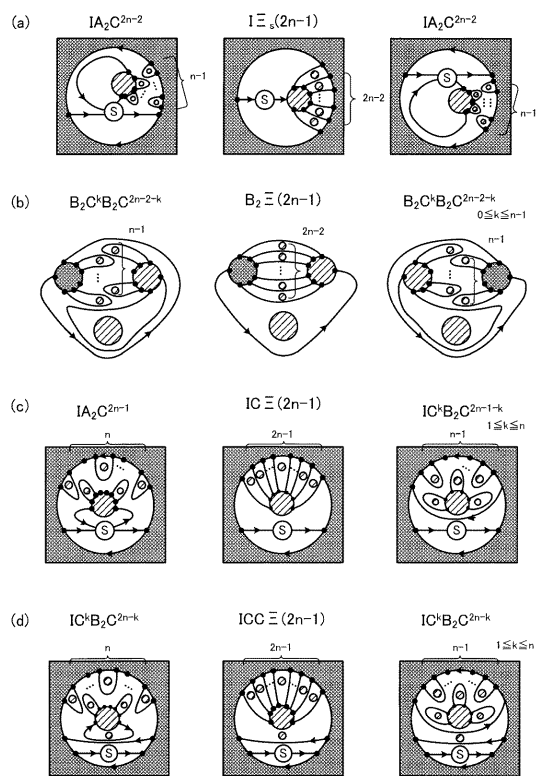
【 図 1 7 】



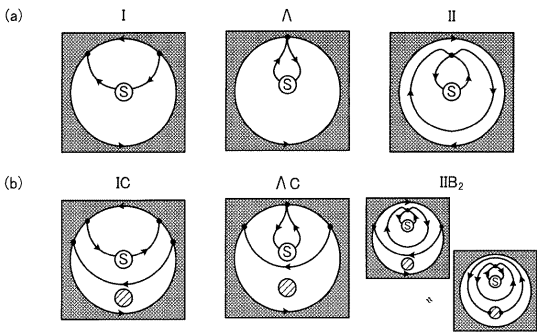
【 図 1 8 】



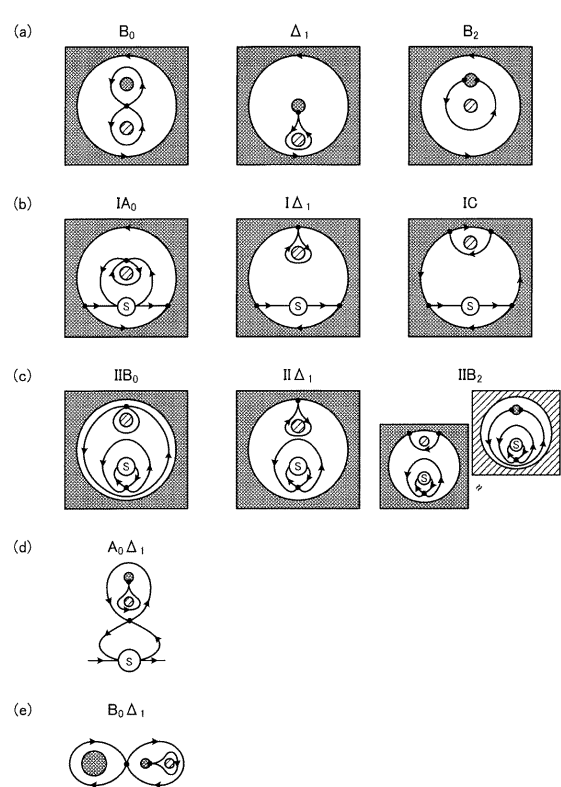
【 図 1 9 】



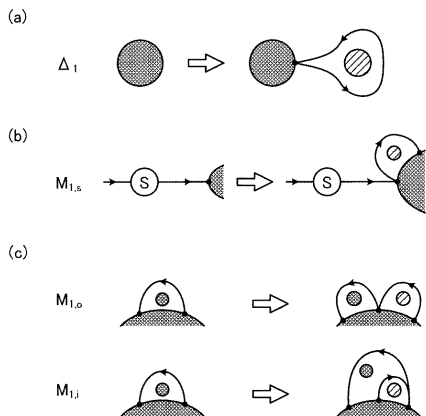
【 図 2 0 】



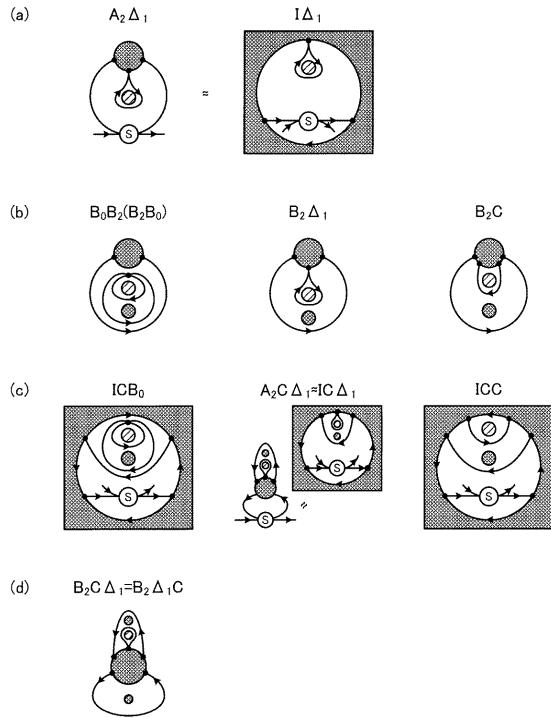
【 図 2 2 】



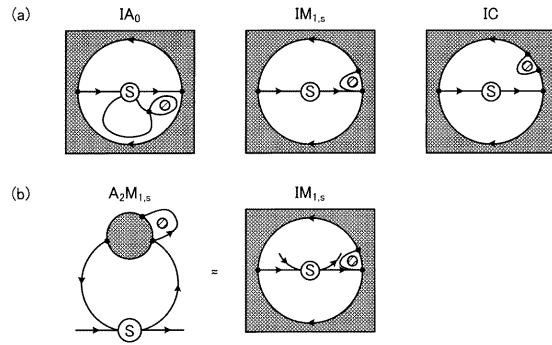
【 図 2 1 】



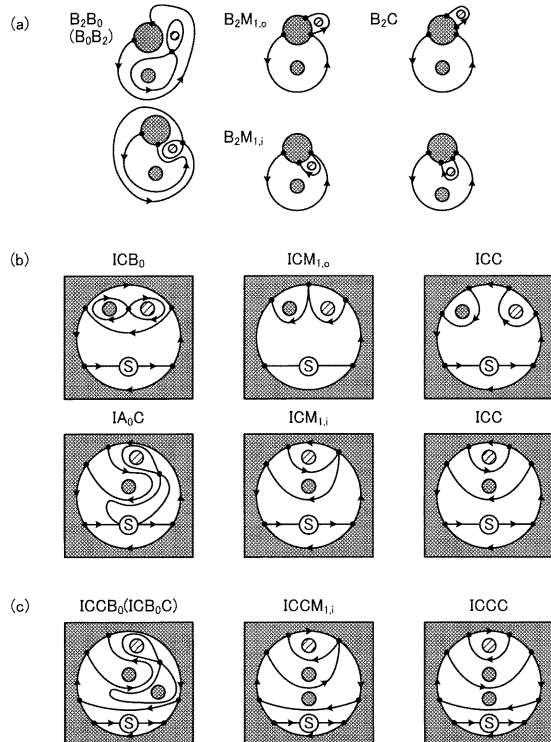
【 図 2 3 】



【 図 2 4 】



【 図 2 5 】



【 図 2 6 】

操作	遷移X	部分語S <sub>1</sub>	部分語S <sub>2</sub>	指数差d	図
$D_{0,s}$	$ID_{0,s}(=A_2D_{0,s})$	$IA_0(=A_0A_2)$	$IA_0(=A_0A_2)$	0	9(a)
	$IID_{0,s}$	$IIA_0$	$IIA_0$	0	9(b)
	$A_0D_{0,s}$	$A_0A_0$	$A_0A_0$	0	9(c)
$D_0$	$B_2D_0$	$B_0B_2B_2B_0$	$B_0B_2B_2B_0$	0	10(a)
	$ICD_0(=A_2CD_0)$	$IA_2C(=A_0A_2C)$	$ICB_0(=A_2CB_0)$	(1,0,-1,0,0)	10(b)
	$ICCD_0$	$ICCB_0$	$ICCB_0$	0	10(c)
		$ICB_0C$	$ICB_0C$	0	10(d)(e)
	$B_2CD_0$	$B_2CB_0$	$B_2CB_0$	0	10(d)(e)
$E_{0,s}$	$II E_{0,s}$	$IIA_0$	$II B_0$	(1,0,-1,0,0)	11(a)
	$A_0 E_{0,s}$	$A_0A_0$	$A_0B_0$	(1,0,-1,0,0)	11(b)
	$E_0$	$B_0E_0$	$B_0B_0$	$B_0B_0$	0
$\Phi_{0,s}$	$II \Phi_{0,s}$	$IIA_0$	$IIA_0$	0	12(a)
	$A_0 \Phi_{0,s}$	$A_0A_0$	$A_0A_0$	0	12(b)
$\Phi_0$	$B_0 \Phi_0$	$B_0B_0$	$B_0B_0$	0	12(c)
$D_{2,s}$	$ID_{2,s}(=A_2D_{2,s})$	$IA_2(=A_2A_2)$	$IA_2(=A_2A_2)$	0	13(a)
	$IID_{2,s}$	$IA_0$	$IA_0$	0	13(b)
	$A_0D_{2,s}(=A_2D_{0,s})$	$A_0A_2$	$A_0A_2$	0	13(c)
$D_2$	$B_2D_2$	$B_2B_2$	$B_2B_2$	0	14(a)
	$ICD_2(=A_2CD_2)$	$IA_2C(=A_0A_2C)$	$ICB_2(=A_2CB_2)$	(0,1,0,-1,0)	14(b)
		$ICCD_2$	$ICCB_2$	$ICCB_2$	0
	$B_2CD_2$	$B_2CB_2$	$B_2CB_2$	0	14(d)(e)
$E_{2,s}$	$II E_{2,s}$	$IA_0$	$II B_2$	(0,1,0,-1,0)	15(a)
	$IA_0 E_{2,s}$	$IA_0A_2$	$IA_0B_2$	(0,1,0,-1,0)	15(b)
	$E_2$	$B_0E_2(=B_2D_0)$	$B_0B_2B_2B_0$	$B_0B_2B_2B_0$	0

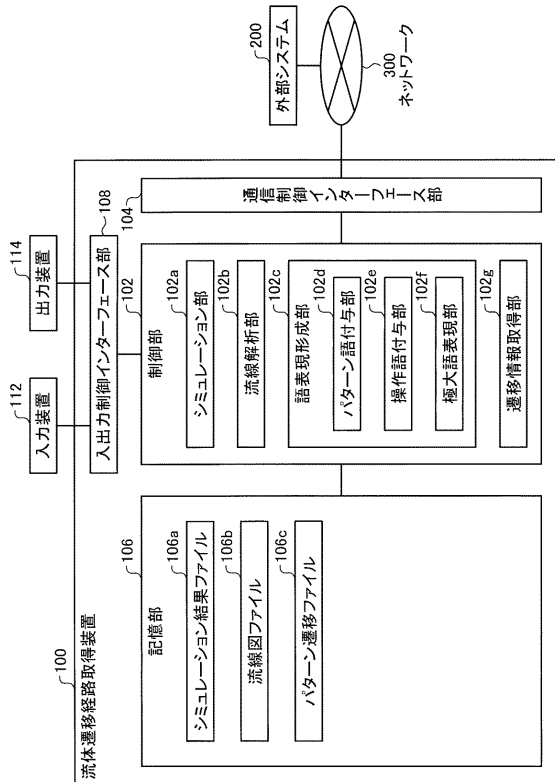
【図 27】

操作	遷移X	部分語S <sub>1</sub>	部分語S <sub>2</sub>	指数差d	図
$\Psi_s(2)$	$1\Psi_s(2)$	$IA_0C(=A_0A_2C)$	$IA_0C(=A_0A_2C)$	0	17(a)
$\Psi(2)$	$B_2\Psi(2)$	$B_0B_2C$	$B_0B_2C$	0	17(c)
		$B_2CB_0$	$B_2CB_0$		
IC $\Psi(2)$	IC $\Psi(2)$	$B_2B_0C$	$B_2B_0C$	(1,0,-1,0,0)	18(a)
		$IA_0CC$	$ICCB_0$		
		$IA_0CC$	$ICB_0C$		
ICC $\Psi(2)$	ICC $\Psi(2)$	$ICCB_0$	$ICCB_0$	0	18(b)
		$ICCB_0C$	$ICCB_0C$		
$B_2C\Psi(2)$	$B_2C\Psi(2)$	$ICB_0CC$	$ICB_0CC$	0	18(c)(d)
		$B_2CCB_0$	$B_2CCB_0$		
		$B_0B_2CC$	$B_0B_2CC$		
		$B_2B_0CC$	$B_2B_0CC$		
$B_2CB_0C$	$B_2CB_0C$	$B_2CB_0C$	$B_2CB_0C$	0	18(c)(d)
		$B_2CB_0C$	$B_2CB_0C$		
$\Xi_s(2n-1)$	$1\Xi_s(2n-1)$	$IA_2C^{2n-2}$	$IA_2C^{2n-2}$	0	19(a)
	$(=A_2\Xi_s(2n-1))$	$(=A_2A_2C^{2n-2})$	$(=A_2A_2C^{2n-2})$		
$\Xi(2n-1)$	$B_2\Xi(2n-1)$	$B_2C^k B_2C^{2n-2-k}$	$B_2C^k B_2C^{2n-2-k}$	0	19(b)
IC $\Xi(2n-1)$	IC $\Xi(2n-1)$	$IA_2C^{2n-1}$	$IC^k B_2C^{2n-1-k}$	(0,1,0,-1,0)	19(c)
ICC $\Xi(2n-1)$	ICC $\Xi(2n-1)$	$IC^k B_2C^{2n-k}$	$IC^k B_2C^{2n-k}$	0	19(d)

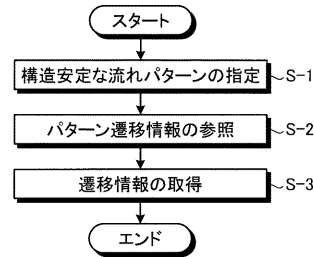
【図 28】

操作	遷移X	部分語S <sub>1</sub>	部分語S <sub>2</sub>	指数差d	図	
$\Lambda$	$\Lambda$	I	II	(-1,1,0,0,0)	20(a)	
	$\Lambda C$	IC	IIB <sub>2</sub>	(-1,1,0,-1,1)	20(b)	
$\Delta_1$	$\Delta_1$	$B_0$	$B_2$	(0,0,1,-1,0)	22(a)	
		$I\Delta_1(=A_2\Delta_1)$	$IA_0(=A_0A_2)$	$IC(=A_2C)$	(1,0,0,0,-1)	22(b)
	$II\Delta_1$	$IIB_0$	$IIB_2$	(0,0,1,-1,0)	22(c)	
	$B_2\Delta_1$	$B_0B_2B_2B_0$	$B_2C$	(0,0,1,0,-1)	23(b)	
	$IC\Delta_1(=A_2C\Delta_1)$	$ICB_0(=A_2CB_0)$	$ICC(=A_2CC)$	(0,0,1,0,-1)	23(c)	
$M_{1,s}$	$IM_{1,s}(=A_0M_{1,s})$	$IA_0(=A_0A_2)$	$IC(=A_2C)$	(1,0,0,0,-1)	24(a)	
$M_{1,o}$	$B_2M_{1,o}$	$B_2B_0B_0B_2$	$B_2C$	(0,0,1,0,-1)	25(a)	
		$ICM_{1,o}$	$ICB_0$	$ICC$	(0,0,1,0,-1)	25(b)
$M_{1,i}$	$B_2M_{1,i}$	$B_2B_0$	$B_2C$	(0,0,1,0,-1)	25(a)	
		$ICM_{1,i}$	$IA_0C$	$ICC$	(1,0,0,0,-1)	25(b)
		$ICGM_{1,i}$	$ICCB_0$	$ICCC$	(0,0,1,0,-1)	25(c)
		$ICB_0C$	$ICCC$			

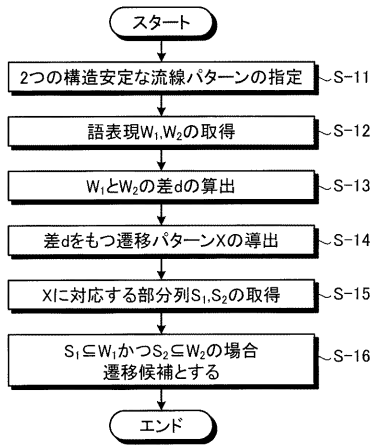
【図 29】



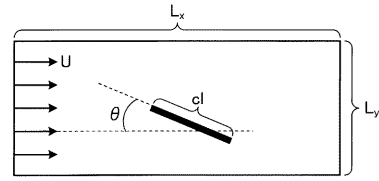
【図 30】



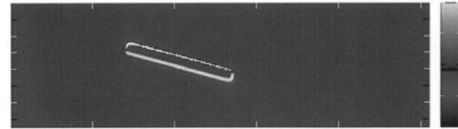
【図 3 1】



【図 3 2】

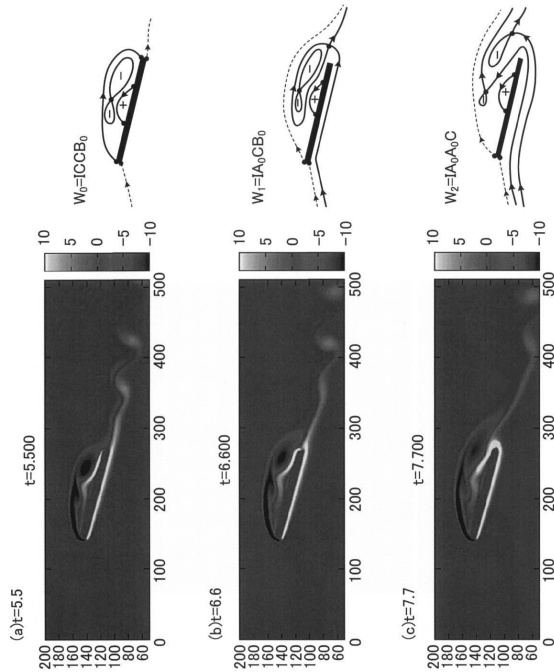


【図 3 3】

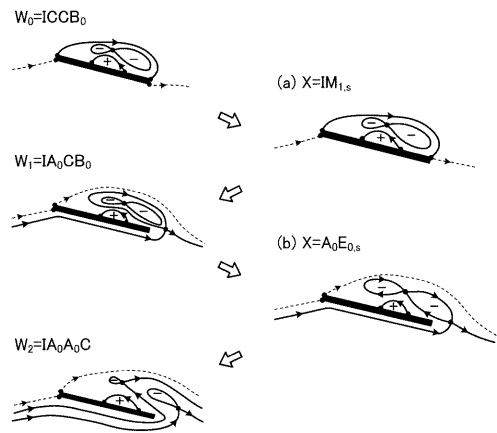


10

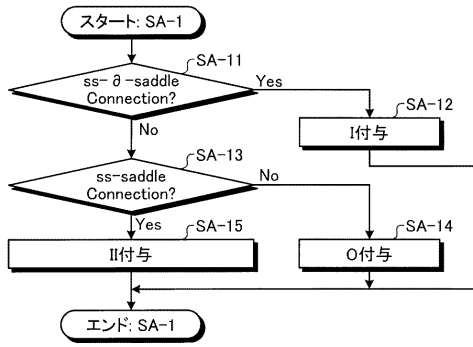
【図 3 4】



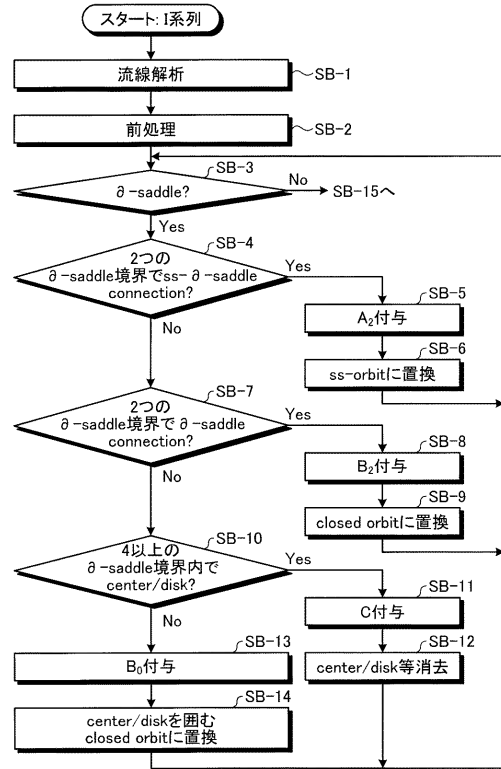
【図 3 5】



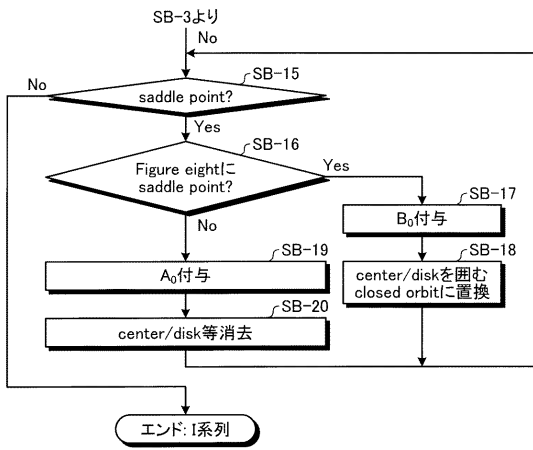
【 図 3 6 】



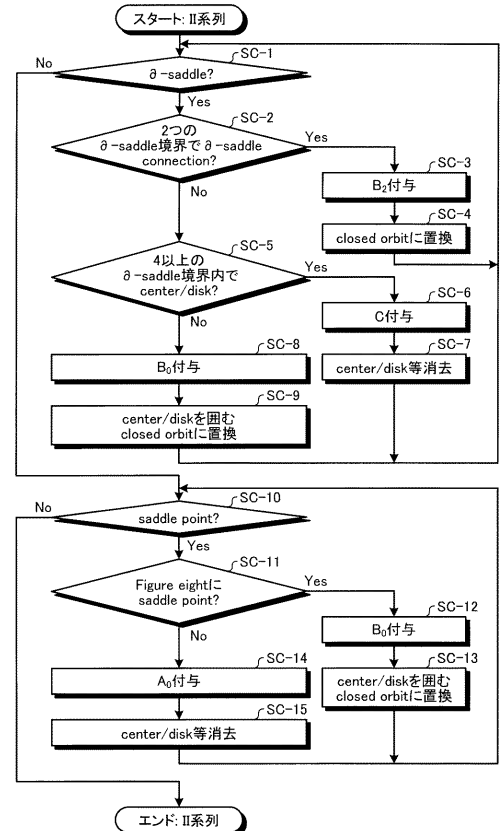
【 図 3 7 】



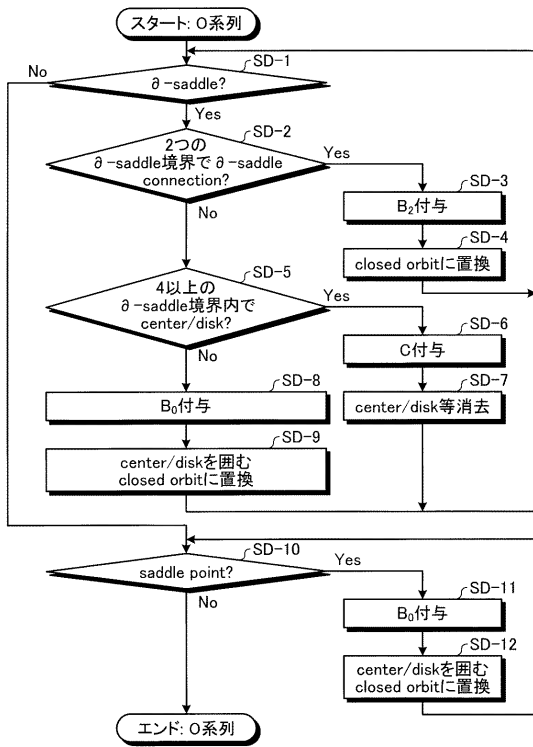
【 図 3 8 】



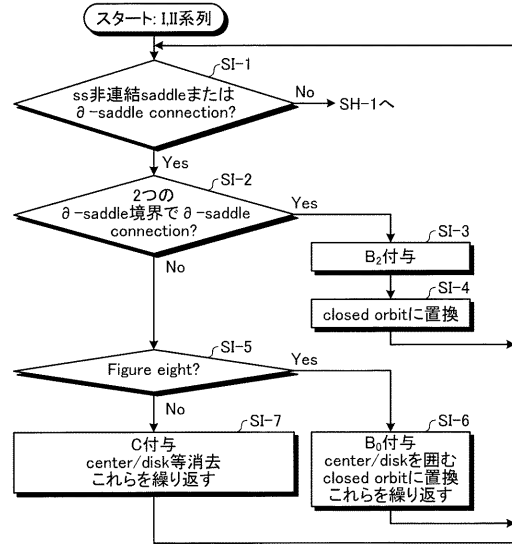
【 図 3 9 】



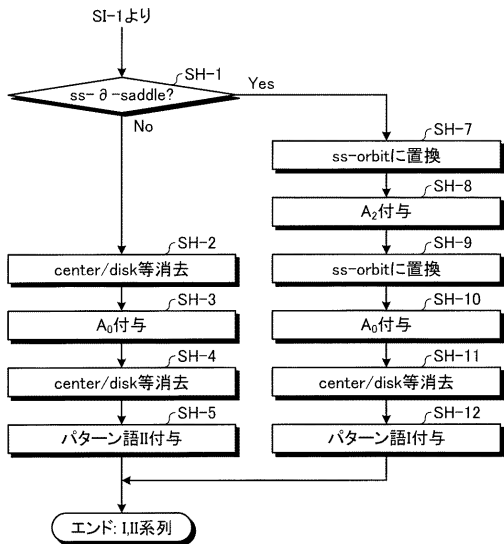
【図 4 0】



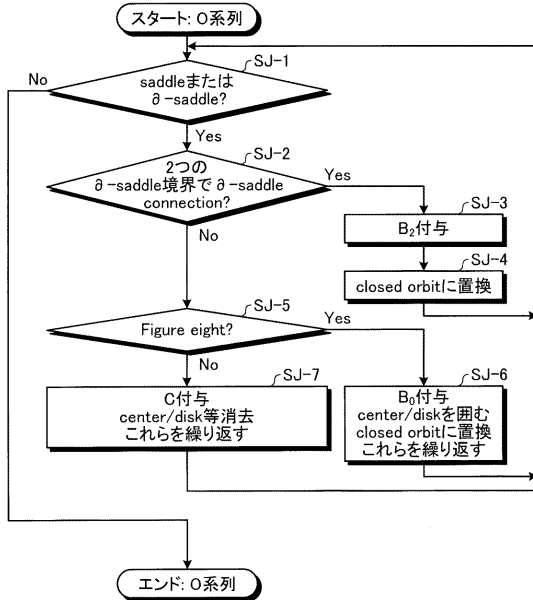
【図 4 1】



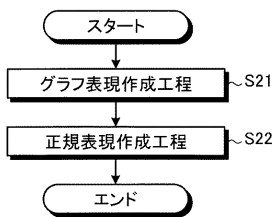
【図 4 2】



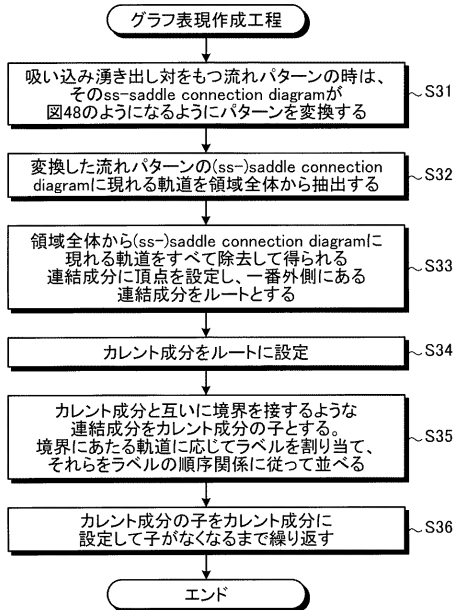
【図 4 3】



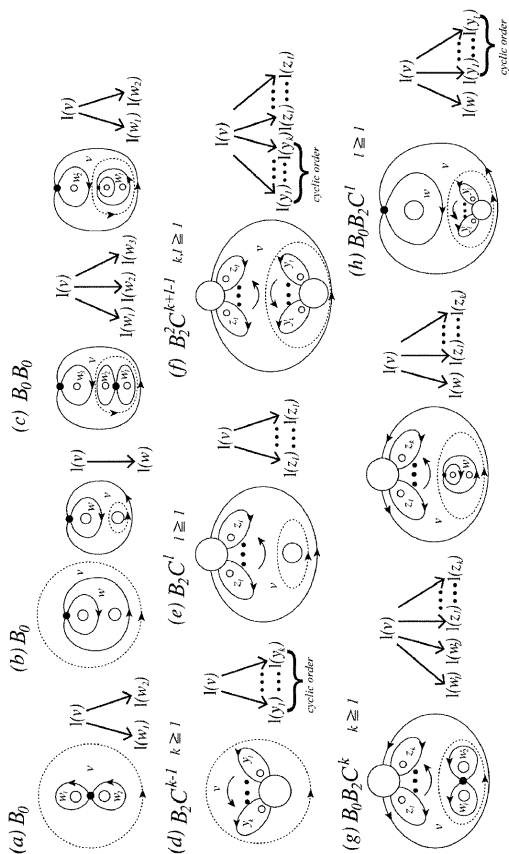
【図44】



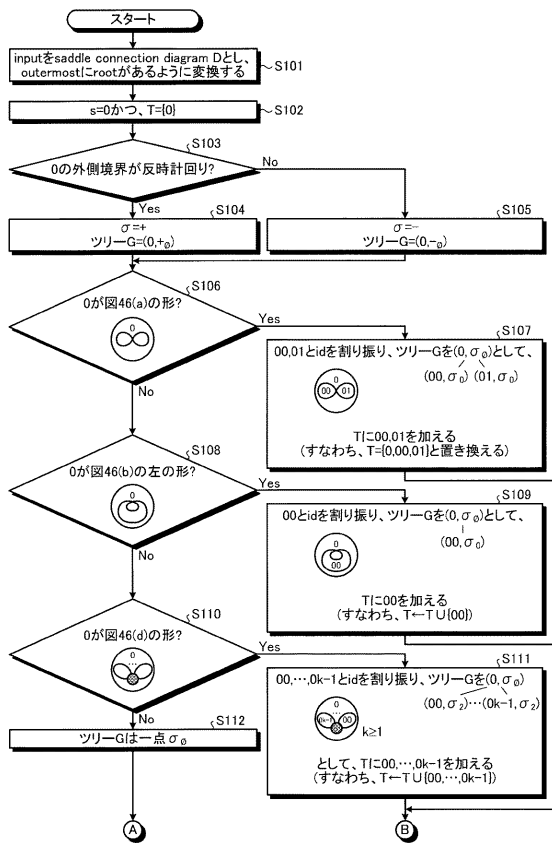
【図45】



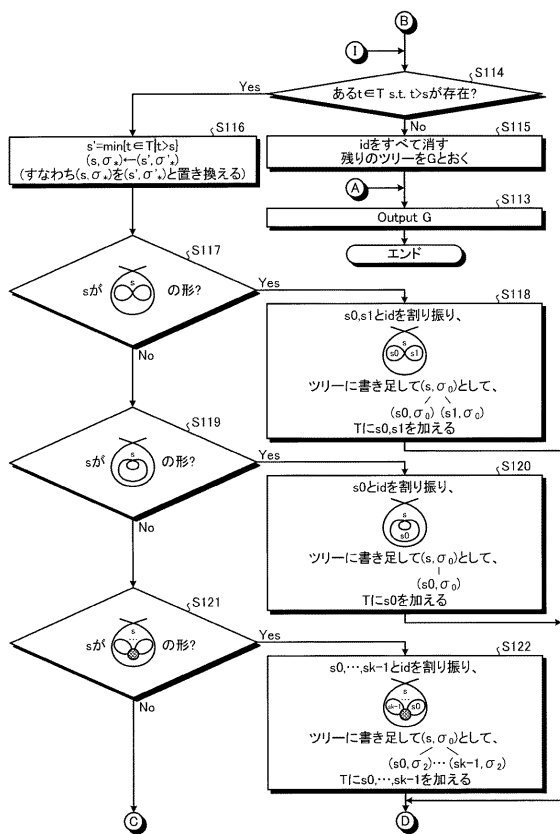
【図46】



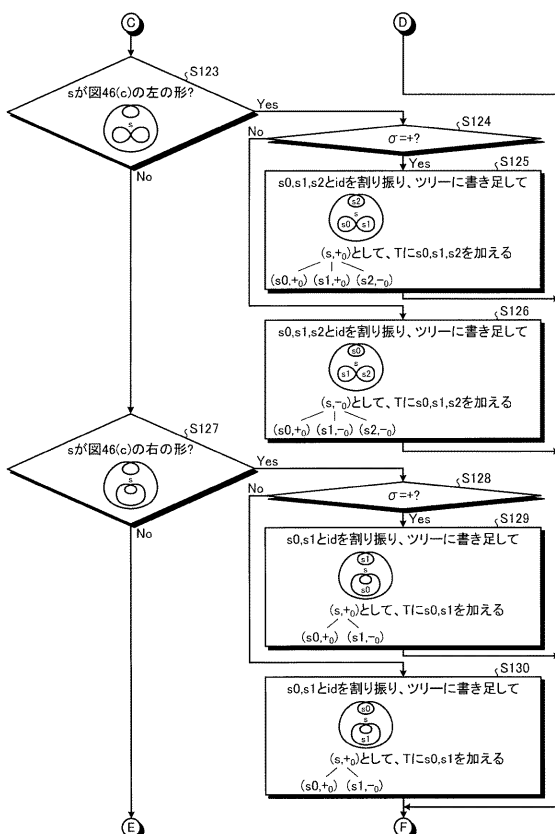
【図47-A】



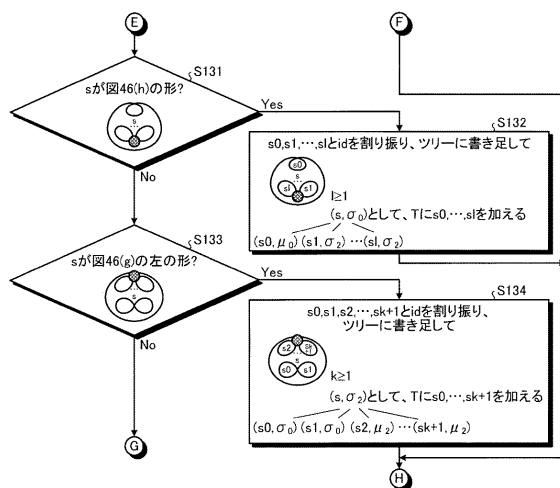
【図47-B】



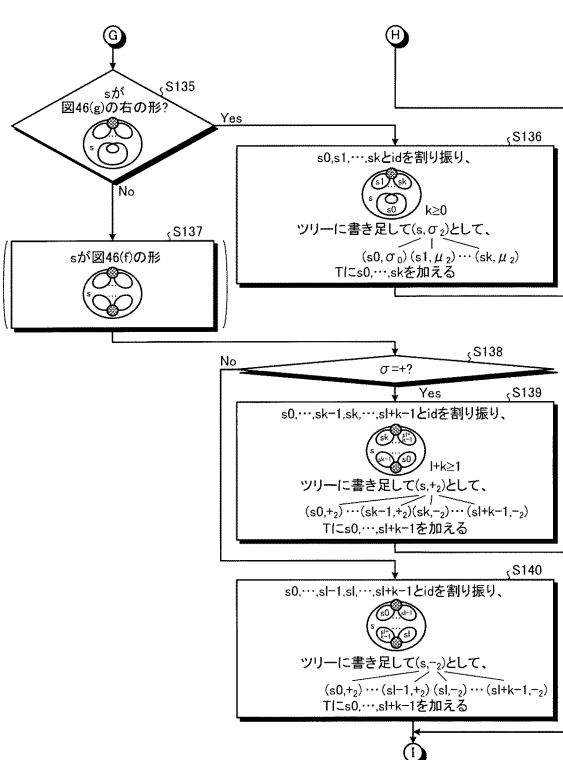
【図47-C】



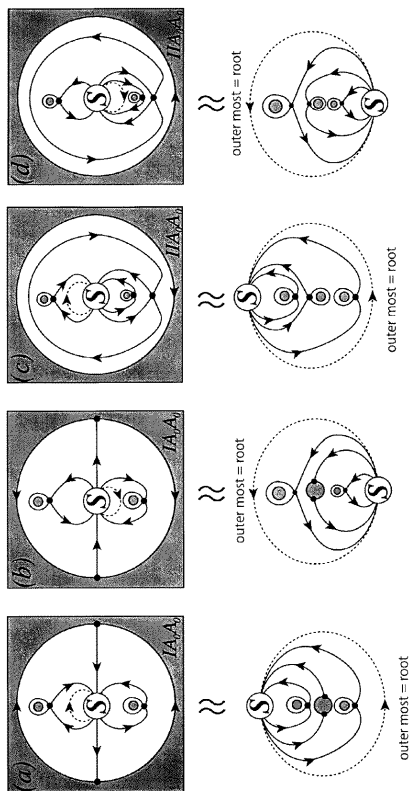
【図47-D】



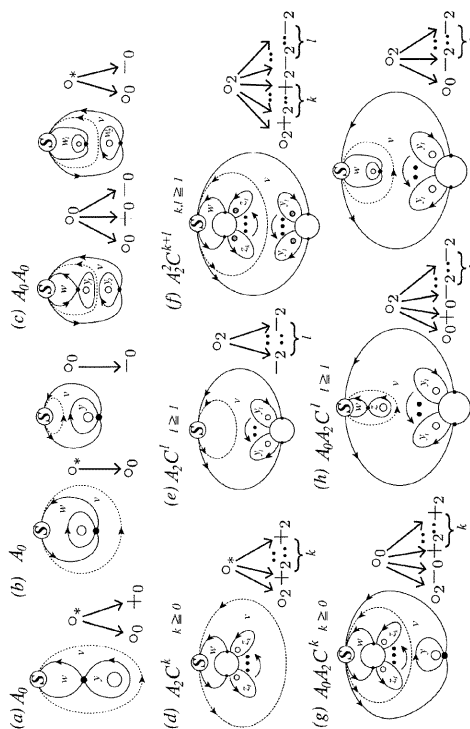
【図47-E】



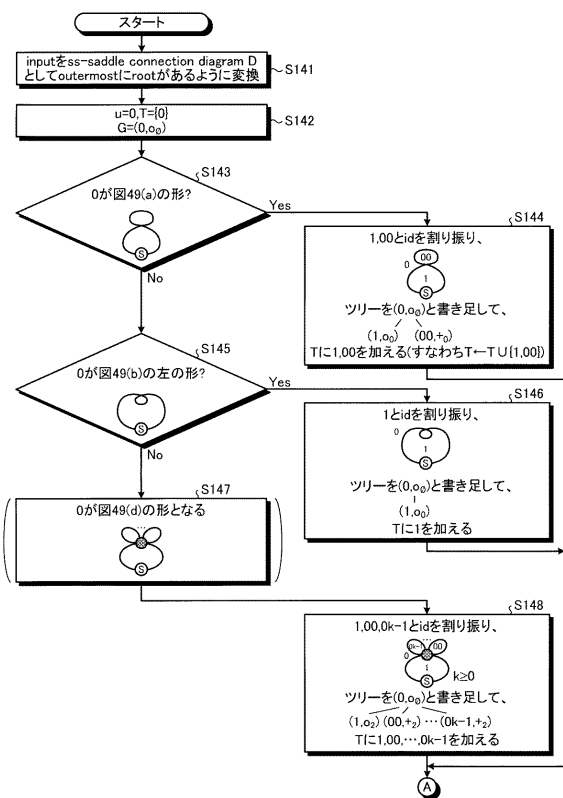
【図48】



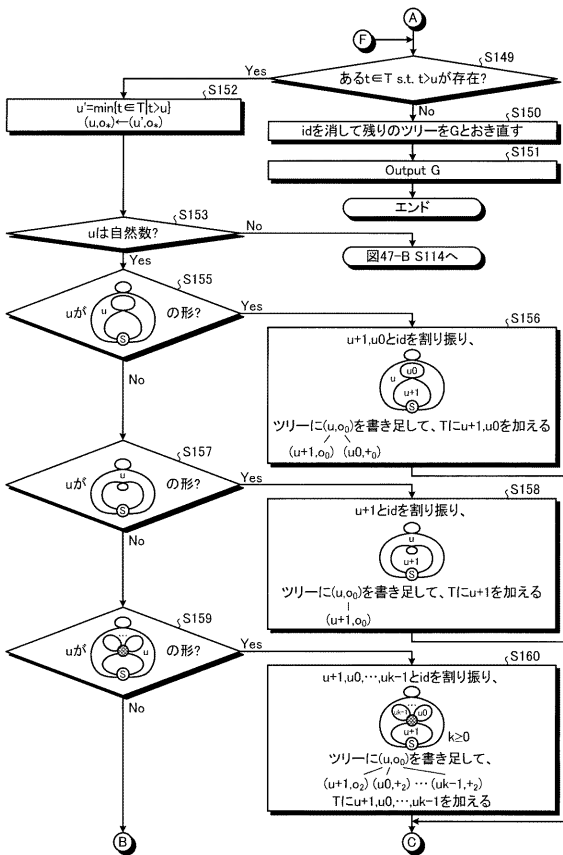
【図49】



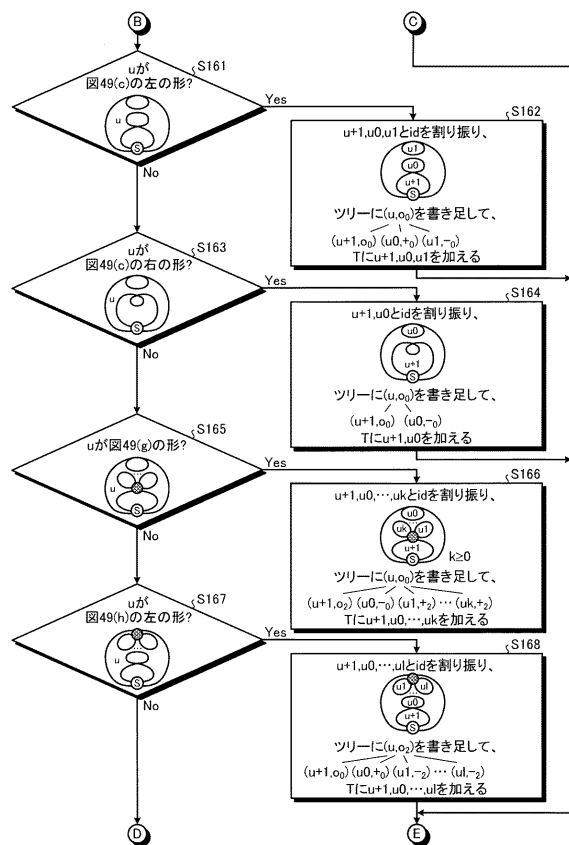
【図50-A】



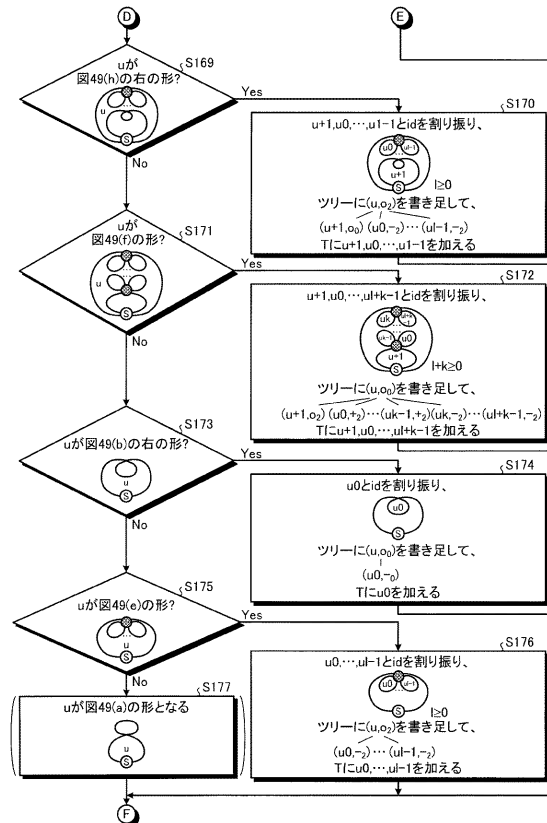
【図50-B】



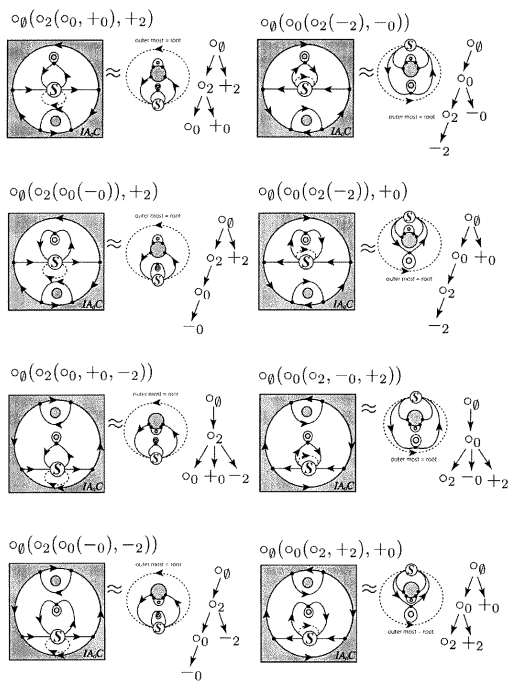
【図50-C】



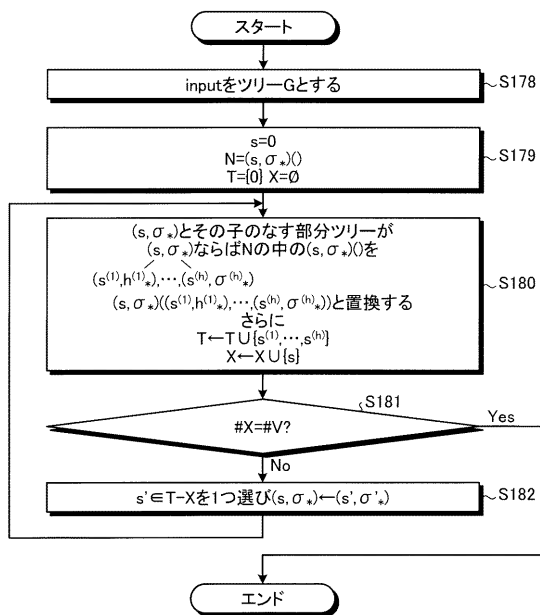
【図50-D】



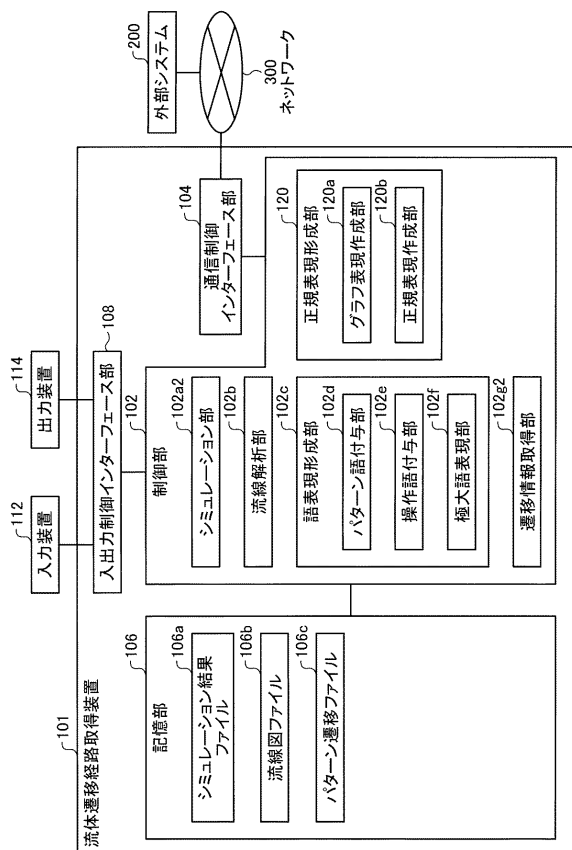
【図51-A】



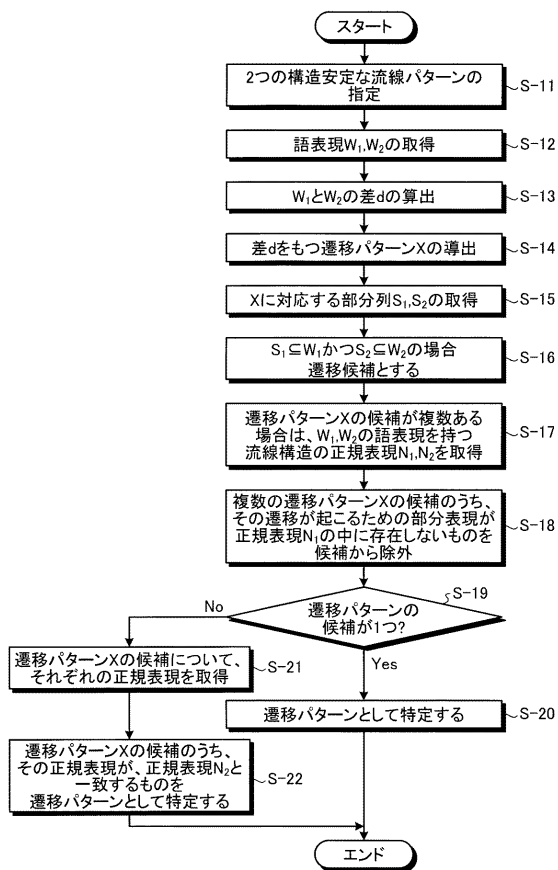
【図51-B】



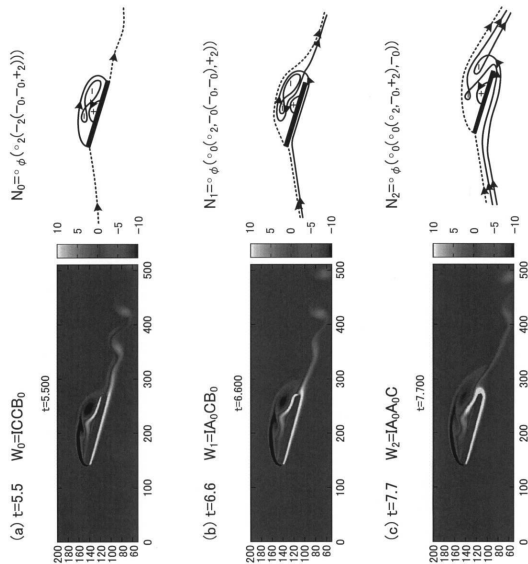
【図 5 2】



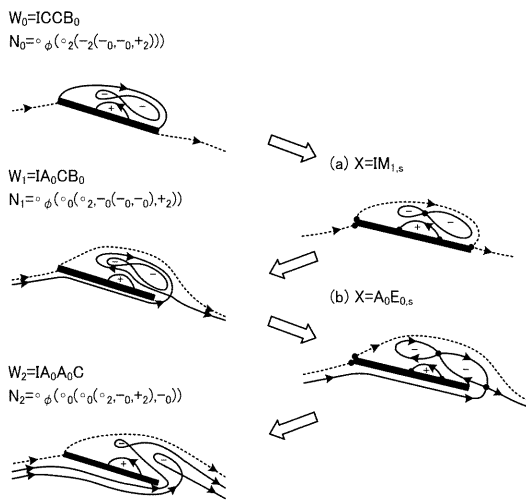
【図 5 3】



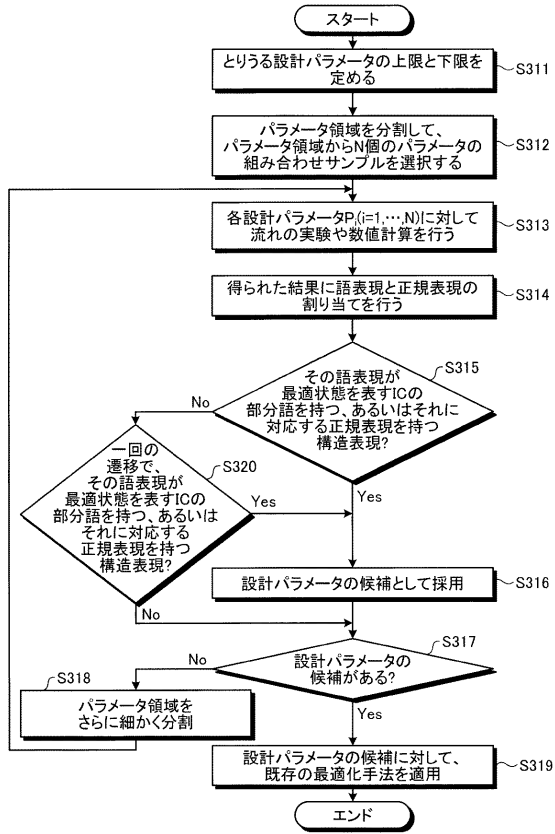
【図 5 4】



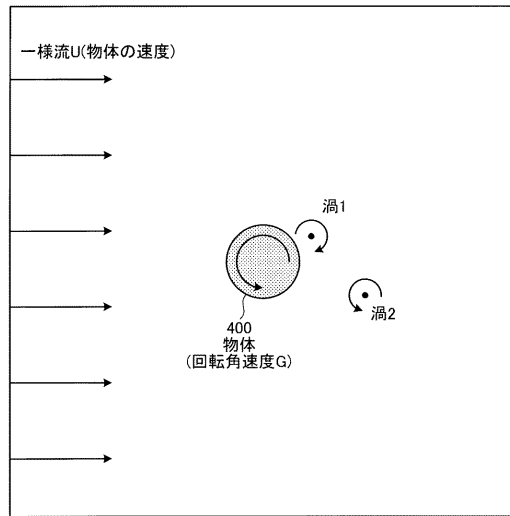
【図 5 5】



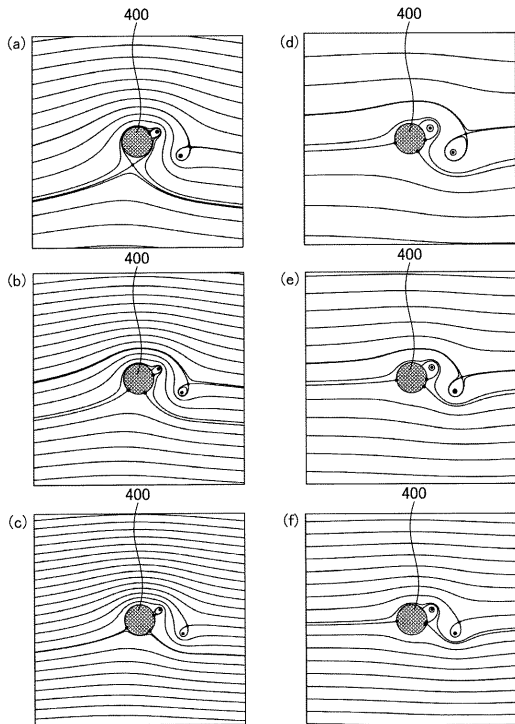
【 図 5 6 】



【 図 5 7 】



【 図 5 8 】



---

フロントページの続き

(56)参考文献 国際公開第2008/149135(WO, A1)

特開平10-011420(JP, A)

YOKOYAMA, Tomoo et al, Word representation of streamline topologies for structurally stable vortex flows in multiply connected domains, Proc R Soc A Math Phys Eng Sci, 英国, 2013年2月8日, Vol.469, No.2150, Page.20120558,1-18

(58)調査した分野(Int.Cl., DB名)

G06F 17/50