

先端国際共同研究推進事業

2023 年度採択

「Top 研究者/Top チームのための ASPIRE」

AI・情報分野

2023 年度～2024 年度

年次報告書（公開版）

研究課題名 離散数学、グラフアルゴリズム、グラフ理論の横断的研究

日本側研究代表者 河原林 健一 N I I /東京大学 教授

相手側研究代表者 ・Mikkel Thorup, Professor, Copenhagen University
・Bojan Mohar, Professor, University of Ljubljana

研究期間 2024 年 2 月 1 日～2029 年 3 月 31 日

1. 研究成果の概要

① 研究構想にかかる成果

<実施したこと>

以下の5つのテーマに取り組んだ

<研究テーマ1> グラフアルゴリズム、離散数学の研究では、グラフ彩色問題に取り組んだ。この問題は、離散数学において最も活発に研究されているトピックである。またアルゴリズム分野でも、与えられたグラフに対して、グラフ彩色を「計算する」という意味では、最も難解な問題だと認識されている。グラフの彩色数を決定するためには、グラフを局所的に捉えるだけでなく、大域的な解析が必要不可欠であることが1960年代より知られてきた。以上の事実を踏まえ、本年度は、a. 3彩色問題、b. 4色定理の拡張、に取り組んだ。

また<研究テーマ2> 量子分散型アルゴリズムの研究も進めた。まず、LOCALモデルにおいて、古典分散型アルゴリズムに対する高速化（特に指数関数的な高速化）に取り組んだ。

<研究テーマ3> オンライン最適化の分野では、最大マッチングなどのグラフ上の最適化や公平割当における様々な公平性あるいはアイテムのタイプに応じた問題に着目して研究を進めた。

<研究テーマ4> 分散アルゴリズムの分野では、主に自律分散系に由来するグラフアルゴリズム的課題、および支配集合問題の近似可能性についての研究を実施した。

<研究テーマ5> 離散構造の機械学習的課題では、BERTのような文書埋め込み方法を用いた新しい Wasserstein 近似手法の研究に取り組んだ。

<得られた成果>

上記の5つのテーマに関して以下に記述する。

<研究テーマ1> グラフアルゴリズム、離散数学に関する研究

まず、a. 3彩色問題に関しては、メインパートナーである Thorup 氏、そして東大の学部3年生とともに行った国際共同研究の成果が、理論計算機科学のトップ国際会議である STOC'24 に採択された。グラフの3彩色性に関する最先端の研究成果である。

また b. 4色定理の拡張に関しては、PI が Mohar 氏、そして東大の PI の研究室の修士学生2名と行った国際共同研究の成果が、理論計算機科学のトップ国際会議である FOCS'24 に採択された。有名な4色定理の拡張に関する最先端の研究成果である。この修士学生2名は博士課程に進学し、今後も Mohar 氏と国際共同研究を継続する予定である。

これらの研究成果以外では、PI と ASPIRE で雇用したポスドクとの共同研究が、アルゴリズム分野のトップ国際会議である SODA'25 に採択された。こちらもグラフ彩色問題に関する研究成果である。

これらの業績が評価され、PI の河原林は、2024年度フンボルト賞を受賞した。

<研究テーマ2> 量子情報とアルゴリズム

量子分散型アルゴリズムの設計を様々なモデルで研究した。まず、LOCALモデルにおいて、彩色問題に対して、量子による高速化がないことを厳密に証明した。次に、多者同時メッセージ送信モデルの量子版を研究し、いくつかの場合において、共有乱数を量子通信で置き換えることが可能であることを示した。この技法を用いて、近隣多様性、孤立したクリークの列挙など、いくつかの問題に対して、新しい量子分散型アルゴリズムを構築した。

<研究テーマ3> オンライン最適化に関する研究

本年度はオンライン最適化と計算機代数の研究成果を得た。

1. オンライン最適化：公平割当問題において、財の割当を繰り返し行い、割当を決めたら財の価値がフィードバックされる、という設定を扱った。

類似する既存研究と異なり本研究は長期的な公平性を保証するアルゴリズムを与えた。

2. 計算機代数：ふたつの形式的冪級数の合成という基本的な問題を扱った。

この問題は古くから研究があり近年も高速なアルゴリズムの研究が行われている中で、本研究は初めてほぼ線形時間を達成するアルゴリズムを与え、理論計算機科学のトップ国際会議である FOCS'24 に採択された。

<研究テーマ4> 分散アルゴリズムに関する研究

本年度は、主に自律分散系に由来するグラフアルゴリズム的課題、および支配集合問題の近似可能性についての研究を実施した。前者については、一時故障に対する適応的な自律的復旧性を有する分散極大マッチングアルゴリズムとその一般化、ネットワークの局所性を考慮した独立点集合遷移問題、単一始点最短経路問題における辺・頂点故障に対する効率的な近似迂回路手法の 3 課題を実施し、それぞれについて成果を得た。また後者については、凸二部グラフの一般化クラスに対する支配集合問題およびその変種の計算複雑性についての研究を行い、多様なケースに対する多項式時間近似限界の結果を得た。

<研究テーマ5> 離散構造に関する機械学習

本年度は Tree Wasserstein 距離に基づいた Retrieval Augmented Generation (RAG)の研究に取り組んだ。そして、我々がこれまでに研究していた Wasserstein 距離近似 (TMLR 2022, EMNLP 2023)を用いたが、残念ながら、深層学習ベースの方法の文書類似検索の精度を上回ることができないことが実験より得られた。これは Wasserstein 距離を近似する際に埋め込みベクトルの精度に大きく依存することや、BERT のような文毎に異なる埋め込みを用いた場合の近似が利用できないことであると考えられる。

② 国際ネットワーク構築・拡大に関する成果／国際頭脳循環の促進に資する若手研究者の人材育成に関する成果

<実施したこと>

2024 年の 3 月に OIST にてキックオフミーティングを行った。このキックオフでは、離散数学、組合せ最適化、グラフアルゴリズムの世界的権威が集まり、今後の研究の方向性を討議した

また東京大学大学院の学生 3 名を理論計算機科学のトップ国際会議である STOC、FOCS の両会議に派遣し、そのうちの 2 名は、研究発表を行った。

さらに 12 月には京都にて海外の研究者 10 名ほど、そして大学院生を含む若手研究者 10 名ほどが出席する全体会議を行った。この会議は、世界的な研究者からの研究分野動向に関するサーベイ講演と、若手研究者によるショート講演を行った。

また博士課程学生について、1 名をアメリカの UC バークレー大へ、1 名をカナダのウォータールー大学へ、それぞれ派遣した (1 週間～10 日間)。

海外からは、Bill Cook 先生 (ウォータールー大) や Bruce Shepherd 先生 (プリティッシュコロンビア大) を招へいし (15 日間～3 か月間)、2024 年 12 月には京都大学で若手研究者向けのスクールを開催した。

<得られた成果>

2024 年の 3 月に OIST におけるキックオフミーティングでは共同研究課題も定め、今後 5 年間の大きな研

究の方向性を定めた。また参加者全員から、今後継続的にこの国際共同研究のフレームに参加することを了承した。

またPIの研究室所属の東京大学大学院の学生3名（修士2名、学部1名）が、理論計算機科学のトップ国際会議であるSTOC、FOCSで研究発表を行うのは、日本では初めてである。

さらに12月に開催した京都での会議では、若手研究者が最先端の研究分野動向を把握することができたのみならず、各々の研究に対して多くのフィードバックをもらうことができた。

博士課程学生の海外の研究機関派遣は、派遣学生が海外の研究者とコネクションを構築でき、研究へのフィードバックを得られるのみならず、日本で体験できない異なる研究カルチャーに触れる機会を与える。これらに鑑み、今後も博士課程学生の海外の研究機関派遣を継続的に行う予定である。

2. 研究実施体制

研究テーマ	中心となる研究者氏名	所属機関・部署・役職名
グラフアルゴリズム、離散数学に関する横断的な研究	河原林 健一 林 興養 湊 真一 Mikkel Thorup Bojan Mohar	NII/東京大学大学院情報理工学研究科・教授 東京大学大学院情報理工学研究科・助教 京都大学大学院情報学研究科・教授 コペンハーゲン大学・教授 リュビリヤーナ大学・教授
量子情報とアルゴリズムの横断的研究	フランソワ ルガル	名古屋大学多元数理科学研究科・教授
オンライン最適化に関する研究	澄田 範奈	東京科学大学情報理工学院・准教授
非標準的な計算モデル・パラダイムを対象としたアルゴリズム理論の拡張と深化	泉 泰介	大阪大学大学院情報科学研究科・准教授
離散構造に基づいた機械学習アルゴリズムの研究開発およびその応用	山田 誠	沖縄科学技術大学院大学・准教授

3. 代表的な業績（原著論文、プレスリリース、表彰など）

- 河原林健一、フンボルト賞（Humboldt Research Award）, 2024 October
フンボルト賞は、ドイツのアレクサンダー・フォン・フンボルト財団が創設した国際学術賞で、各分野において後世に残る重要な業績を挙げ、今後も学問の最先端で活躍すると期待される国際的に著名な研究者に対して授与される。
今回は、離散数学、グラフアルゴリズム、グラフ理論の横断的研究に対して同賞が授与された。
（同賞についての詳細は、Explore the Humboldt Network - Alexander von Humboldt-Foundation）

- 2 . K. Kawarabayashi, M. Thorup and M. Yoneda, Better coloring of 3-colorable graphs, Proceedings of the 56th Annual ACM Symposium on Theory of Computing, 331--339.
- 3 . K. Kawarabayashi, D. G. Cavallaro and S. Kreutzer, Edge-Disjoint Paths in Eulerian Digraphs, Proceedings of the 56th Annual ACM Symposium on Theory of Computing (STOC'24), 704-715.
- 4 . D Bollegala, S Otake, T Machide, K Kawarabayashi, A Metric Differential Privacy Mechanism for Sentence Embeddings, ACM Transactions on Privacy and Security, 2024
- 5 . Y. Inoue, K. Kawarabayashi, A. Miyashita, B. Mohar, T. Sonobe, Three-Edge-Coloring Projective Planar Cubic Graphs: A Generalization of the Four Color Theorem. FOCS 2024: 86-105