

研究報告書

研究課題名

量子非局所性を用いた情報処理における不可逆性

(研究領域:「量子と情報」)

研究者氏名: 森越 文明

(研究期間: 2004年10月1日～2008年3月31日)

研究報告書

1. 研究課題名

量子非局所性を用いた情報処理における不可逆性

2. 氏名

森越文明

3. 研究のねらい

量子情報科学には大きく分けて二つの側面がある。一つは、よく知られているように、量子論的な現象を用いた効率的な情報処理の方法を探究し、実現していくというものである。もう一つは、情報処理という舞台を用いることにより、伝統的な物理学とは異なる視点を導入して、量子論そのものについて考え直してみようというものである。本研究課題は、この分類でいうと、二つ目の範疇に属するものである。

前者の分野においては、量子暗号や量子計算などのさまざまなプロトコルやアルゴリズムが提案され、実際に、実現に向けた研究が進められている。同時に、それらの背後にある量子情報処理特有の原理を解明し、新たな量子情報処理の方法の発見に生かそうとする研究も行われている。

しかし、残念ながら、量子論そのものに対する直観を我々が十分に持ちあわせていないために、これらの理解を深めていくというのは一筋縄ではいかないというのが実態である。

一方、後者の分野では、情報処理というある意味で操作的なアプローチを導入することにより、量子論の枠組みそのものを全く異なる視点から捉え直すことを目指している。

実際、この二つは表裏一体であり、前者の具体例なくして後者にとっての新たな視点の導入は難しいだろうし、また逆に、後者の理解が進むことによって、前者の研究の見通しがよくなる可能性がある。したがって、理想的には、量子情報科学の研究はこの二つの分野が互いに刺激しあいながら、螺旋的に進んで行くべきものであると考える。

このような考えのもとに、本研究課題では、量子論の基礎に対する深い理解に資することを念頭におきながら、量子情報処理の背後にある原理についての知見を得ることを目指す。具体的には、情報処理において古典と量子の違いを表す一つの境界線（もしくはその境界線の引き方）を見出そうとするものである。

4. 研究成果①

現在までのところ、我々は量子論の公理を手にしていて、それを基にさまざまな量子現象を説明したり、予言したりすることに多大な成功を収めている。しかし、量子現象の多くが我々の直観に反するものであることもまた確かであり、それ故に、量子情報処理の背後にある原理を理解したり、新たなプロトコルやアルゴリズムを見出すのが困難となっている。

量子情報処理の分野において、通常の物理学に加えて必要になるのは、量子系を積極的に「操作して」情報処理を行うという観点である。これには、現象を観測して説明するという伝統的な物理学の方法とは、（両立はするが）大きく異なるパラダイムが必要となる。

そこで、量子系を「操る」という視点から、むしろ新たに「量子論的な直観」とでも呼ぶべきものを養えないだろうか？ というのが、本研究課題の根底に流れる思想である。

つまり、情報処理という文脈において、「できること」と「できないこと」の区別を徐々につけていくことにより、最終的には、量子系に対するまったく新しい「直観」を養おうということである。そもそも、この古典的な世界に対する我々の直観も、もとをただせばいろいろな経験もしくは教育を通して得られたものであろうから、同様に、量子の世界でもそれらを積み重ねていくことが近道になるのではないだろうか。

もちろん我々は、さまざまな実験や理論計算を通じて数々の経験を積んできているはずだが、情報処理という文脈において、操作的なアプローチを取ることによって、量子の世界における「経験」をより積極的に得られるようになることを期待している。

「できること」と「できないこと」の境界線という意味では、既に知られている例として、例えば、量子論における複製不可能(no-cloning)定理がある。情報のコピーを作ることが、古典的には可能だが、量子論的には不可能であるというものであり、確かに我々の経験や直観に反する事実ではある。

しかし、量子情報理論の分野の者は、この事実既に「慣れて」しまっていて、ある意味で「直観的に」理解しているといっても過言ではないだろう。例えば、量子情報に関する何らかの複雑な議論をしているときに、もしも途中で結果的にコピーすることになるような過程が含まれていたとすると、その議論はどこかおかしいと即座に気がつくことができる。

上記のような例をどんどん集めて、(願わくは)体系化できたとすると、その暁には、通常の公理を出発点とするアプローチに頼った量子論の理解だけでは決して得られないような、より「厚み」のある理解というものを手にすることができるのではないだろうか？

このような壮大な夢の達成を本研究課題において目標とするのはあまりにも無謀だが、それに向けて、上記のような境界線をひとつでも見出そうというのが本研究の目指すところである。

境界線の例として他には、Bell 不等式がある。これは、局所实在論(古典論を含む)と量子論の区別をつけるものであり、複製不可能定理のときほど身近な意味での情報処理ではないが、不等式の破れとして古典と量子の区別をつけることができる。エンタングルした状態が示す非局所性の本質を露にする不等式という意味では、むしろ、量子情報理論の分野をさきがけていたと言える。

本研究では、Bell 型の不等式の議論を情報処理の視点と融合させることにより、ある場合において、古典情報処理と量子情報処理の違いを露にする新たな不等式を導いた。さらに、その不等式を上記で述べたような「境界線」の一つと考え、その理解を深めていくことを試みた。

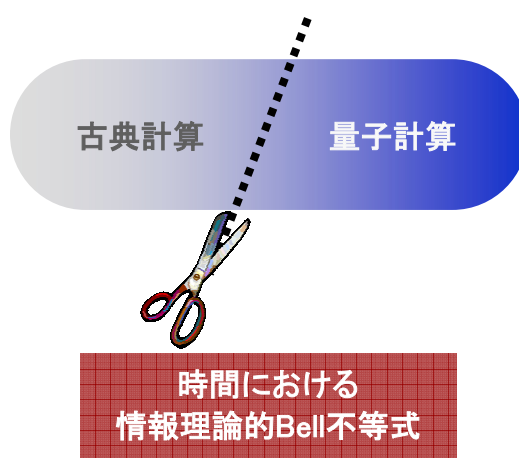


図1 量子計算と古典計算の境界線の一つとしての、時間における情報理論的Bell不等式。

量子計算が古典計算より速いというとき、それは通常、計算ステップ数を比較している。量子計算がなぜ古典計算より速いのかを説明するのは、量子情報科学における最も重要な課題であると同時に最難問の一つでもある。この問いに答えるためには、量子計算が古典計算とは本質的に異なる様子を、単なるステップ数の比較にとどまらない、何らかの新しい視点が必要なのではないかと考えている。

以下では、そのような視点の一例として、最終的な全ステップ数の比較ではなく、全体としての時間発展の質の違いを、古典計算と量子計算で比較する手法について紹介する。

エンタングルした状態が示す量子論的な非局所相関は、どんな古典系が示す相関よりも強く、そのことを端的に表すのが Bell 不等式である。これは、空間的な相関について古典と量子の区別をつける。

一方、量子計算では異なる計算ステップ間の相関が、何らかの形で古典計算の場合よりも強いのではないかというアイデアのもとに、空間における Bell 不等式に習って、ある種の時間における Bell 不等式の破れの形で、量子計算を特徴づけようと考えた。

時間における Bell 不等式の問題は、情報処理とは直接の関係はないが、巨視的実在論というもの確かめるための方策として提案された Leggett-Garg 不等式に端を発する。ここでは、異なる時刻の間の相関に着目するという考え方を、情報処理の枠組みに適用してみることにする。

通常、空間における Bell 不等式に関しては、情報処理の文脈になじみやすいものとして、情報理論的 Bell 不等式というものが Braunstein と Caves によって提案されている。その議論では、離れた 2 地点の間の相関を表すために、情報理論的な量である条件つきエントロピーを用いている。

本研究では、異なる計算ステップ間の相関について、古典的な計算過程で満たされるようなある不等式を導いた。その際に、異なる計算ステップの間の相関を、条件つきエントロピーで表すことにする。このような方針で得られた不等式が、量子計算において破られていけばよいわけだが、次に述べるように、実際にある種の問題においてはそうなっている。

ここで考えるのは検索問題と呼ばれている次の様な問題である。今、 2^n 通りの入力があるオラクル(ブラックボックス)があり、それは、ある未知の入力 s に対しては 1 を出力するが、それ以外の入力に対しては 0 を出力するとする。ここで、オラクルの内部構造は未知とする。このとき、オラクルへの質問回数をできるだけ少なくして、 s を求めよ、という問題である。古典的には $O(2^n)$ 回必要だが、量子計算では、Grover のアルゴリズムを使うと、 $O(\sqrt{2^n})$ 回で済むことが知られている。

図 2 にあるように、計算過程において、隣り合うある任意の 2 ステップを選び、それらにおけるオラクルの出力の間の相関を条件つきエントロピーで表すことにする。そして、この相関を、全てのステップについて足し上げると、古典計算においては、 n ビット以上となることを示すことができる。

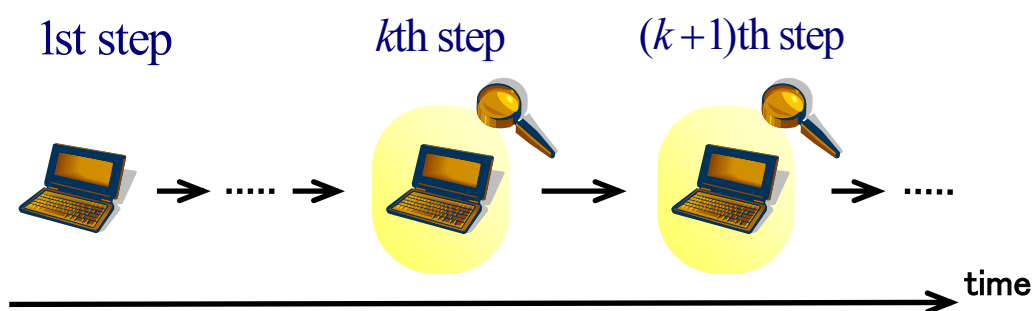


図 2 時間における情報理論的 Bell 不等式の破れを示す思考実験においては、二つの異なる計算ステップの間の相関を議論する。

これが、時間における情報理論的 Bell 不等式だが、量子計算において、この不等式は破られる。

この不等式の量子論における破れの起源はまだ解明されていないが、時間におけるある種の「非局所性」とでも呼べるようなものが効いているのではないかと予想している。

ちなみに、この不等式の破れを示す思考実験においては、多くの量子計算機を同時に走らせて(もしくは、一つのものを何度も走らせて)、各々に対して上記の量を求めて足し上げるため、量子

計算の高速性の恩恵にあずかることはできない。高速な量子計算を行うには、普通どおり、一回（もしくは小数回）だけ走らせればよい。ここで考えているのは、むしろ逆説的に見えるが、同じプロセスをたくさん走らせて、そこに現れる違いに着目することにより、量子と古典の違いを表そうという戦略である。ちなみに、このことは、量子性を際立たせるシナリオと、実際に役立つ情報処理のプロトコルは必ずしも一致するとは限らないことを示唆している。

また、この不等式の破れの物理的（操作的）意味だが、端的に言うと次の様になる。古典計算の場合は、計算の各段階を何人かに分担したとしても、最終的にはそれをみんなで持ち寄れば、答えを構成するには十分なだけの情報を持っていることになるが、量子計算の場合は、話はそう単純ではないということである。量子計算では、全ての計算過程をコヒーレントに行う必要があるため、不可逆性を引き起こすような観測を途中に入れてしまえば、このような結果になるのもある意味で自然と言えるだろう。しかし、逆に言うと、今回提案している不等式によって、この事実を数学的に表す新しい手法が得られたということになる。

このように、量子計算がなぜ速いのかという問いへの答えにはまだ程遠いが、量子計算が速い（もしくは古典計算と違う）というのはどういうことなのかを、今までにはない観点から捉える方法を見出すことができた。

一方、将来的に、情報処理以外の文脈で一般の量子系にこのようなアプローチを応用するために、少々異なる観点から、別の形の時間における Bell 不等式に対する考察を行った。それは、Vedral らのグループによって提案されているものだが、ある一つのキュービットに対して引き続いて観測を行う場合、異なる時刻における結果の間のある種の相関は、CHSH 型の Bell 不等式と同じ形の不等式を破る。

この形の時間における Bell 不等式の導出過程を丹念に再検討してみることにより、その不等式の破れは、量子論に特有の非決定性と密接な関係があることを見出した。この件と、上記の時間における情報理論的 Bell 不等式の場合とはすぐには結びつかない。しかし、この二つの関係を明らかにしていくことは、情報処理に限らない一般的な量子系の性質を今回のプログラムに則って見直すための一つの道筋となるであろう。

6. 今後の展開

情報処理という文脈において、ある種の問題に対してではあるが、古典計算と量子計算の違いを露に表す Bell 型の不等式を導くことができた。上で述べたこの不等式の破れの物理的（操作的）意味は、量子計算は途中で観測すると「壊れてしまう」、という通常に認識されている事実を別の形に言い換えたものになっていて、ある意味では驚くようなものではないかもしれない。

しかし、（時間的な）部分を持ち寄っても結局は全体を構成することにはならないという性質は、部分系の情報を持ち寄っても全系を構成することにはならない、というエンタングルした状態の特徴としてよく挙げられるものを思い起こさせる。この性質を、例えば複製不可能定理のような普遍的な言明の形に持っていくことができれば、古典と量子の間の操作的な境界線として、より確固としたものにするができるだろう。

また、必ずしも情報処理の枠組みに限らない他の形の、時間における Bell 不等式との関係を明らかにしていくことによって、今回提案している議論を通常の物理的状況に適用する道を探るのも、重要な方向だと考えている。

一方、（空間における）Bell 不等式の破れが示す非局所性の性質を議論するには、通常の Copenhagen 解釈にとらわれることなく、例えば実在論的な解釈をとった方が見通しよくなるだろうという考え方もある。これに習うと、時間における情報理論的 Bell 不等式の破れを議論する際にも、何らかの実在論的な見方を持ち込んだ方が本質が見えてくるかもしれない。そのような異なる解釈に基づくアプローチは、量子計算ひいては量子情報処理のパワーの源を理解する上で、ひょっとすると有望なのではないだろうか？

量子論における解釈問題の議論の多くは、哲学的議論であり、実験結果として違いが現れるような物理的な結論を得られないことが少なくないが、量子情報理論の「解釈問題」を考えることは、これとは少し趣を異にするかもしれない。というのも、もしも異なる解釈を採用することによって、量子情報処理における本質を見出すことができたならば、その結果をフィードバックすることにより、

新たな情報処理の手法を見出す助けとなる可能性があるからだ。

つまり、有用なプロトコルやアルゴリズムを見出すには、ある種の解釈に基づいた洞察が特に有効であるという可能性も否定できない。もちろん、実際にそのようなものが見つかり、実現されてしまえば、その「現象」を説明するには、どの解釈を用いても等価であろうが、ここでは、それを見出す過程において、異なる解釈が果たす役割の違いについて述べているのである。

もしも将来的にこのようなことが実現したとすると、それも「操作的な視点」を持ち込んでいる恩恵であろう。哲学的な議論で得られた知恵が、実際の操作に反映させられる可能性を秘めているということであり、今後、この可能性に大いに期待したい。

量子情報科学は1990年代からの爆発的な進展を経て、物理学における一大分野となるまでに発展した。このことは、量子情報処理を実現しようとする動きを確かなものにしたことは言うまでもないが、それだけではなく、それ以前にはなかなか難しかった、量子論の基礎に関する議論を積極的に展開することを可能にした。

正確には、Bellの不等式の理論的および実験的な研究以来、このような動きは再び盛り上がってきてはいたが、量子情報科学の発展に伴い、さらに確かなものとなりつつあると認識している。

本研究では、量子論の基礎的な枠組み自体に対する議論を展開するところまでには至っていないが、このような時代に量子論の基礎に取り組むことができるという幸運を大いに生かして、今後の研究活動を行っていきたいと考えている。

7. 研究成果リスト

(1) 論文(原著論文)発表 :3件

1. F. Morikoshi, "Information-theoretic temporal Bell inequalities and quantum computation," *Phys. Rev. A* **73**, 052308 (2006).
2. F. Morikoshi, "Temporal analogue of information-theoretic Bell inequalities," *AIP Conf. Proc.* **889**, 369 (2007).
3. V. Vedral and F. Morikoshi, "Schrödinger's cat meets Einstein's twins: A superposition of different clock times," to be published in *Int. J. Theor. Phys.* (2008).

(2) 特許出願

なし

(3) その他の成果

[受賞]

なし

[招待講演] 1件

1. 森越文明, 「時間における情報理論的 Bell 不等式と量子計算」, 高エネルギー加速器研究機構(KEK)研究会「量子論の諸問題と今後の発展」(2006).

[解説] 2件

1. 森越文明, 「エンタングルメントと熱力学的構造」, 数理科学 2005年2月号
2. 森越文明, 「量子情報処理とエンタングルメント」, 光技術コンタクト 2006年11月号

[訳書] 1件

1. 「量子情報の物理」 Dirk Bouwmeester, A. Ekert, A. Zeilinger 編・西野哲朗, 井元信之 監訳 (2007), (第8章 エンタングルメント精製の翻訳)

[国内学会発表] 5件

1. 森越文明, "Temporal and Spatial Bell's Inequalities" 日本物理学会 2005年秋季大会, 22aWA-5 (2005).

2. 森越文明, "Information-theoretic temporal Bell Inequalities" 日本物理学会第 61 回年次大会, 29pSA-8 (2006).
3. 森越文明, "Temporal analogue of quantum nonlocality and information-theoretic temporal Bell inequality" 第 14 回量子情報技術研究会 QIT2006-19 (2006).
4. 森越文明, 「時間における情報理論的 Bell 不等式の破れ」 日本物理学会 2007 年春季大会, 19pXG-15 (2007).
5. 森越文明, 「情報理論的 Bell 不等式と『非局所性』」 日本物理学会第 62 回年次大会, 24aRG-12 (2007).

[国際学会発表] 3 件

1. Fumiaki Morikoshi, "Information-theoretic temporal Bell inequality and quantum computation," The Ninth Workshop on Quantum Information Processing (QIP2006).
2. Fumiaki Morikoshi, "Information-theoretic temporal Bell inequality and quantum computation," Foundations of Probability and Physics-4 (2006).
3. Fumiaki Morikoshi, "Separation between classical and quantum computations by Bell-type inequalities," Vienna Symposium on the Foundations of Modern Physics (2007).