

研究報告書

研究課題名

量子縫れ最適回復プロトコル導出を可能にする
量子状態の判定・測定法

(研究領域:「量子と情報」)

研究者氏名: 石坂 智

(研究期間: 2003年10月1日～2007年3月31日)

研究報告書

1. 研究課題名 量子縫れ回復プロトコル導出を可能にする量子状態の判定・測定法

2. 氏名 石坂 智

3. 研究のねらい

量子縫れ(量子エンタングルメント)は量子情報処理にとって極めて重要な資源の一つである。量子通信の送信者と受信者の様に遠く隔てられた2つのパーティがエンタングルメントを共有する事を考えると、初期に量子状態が持っていたエンタングルメントの一部は伝送途中のデコヒーレンス等により破壊され、共有できるのは不完全にエンタングルした量子状態である。一方、局所操作と古典通信(LOCC)により、この不完全にエンタングルした状態を、元の完全にエンタングルした状態(EPR状態)へと回復させることができる。この回復を行うLOCCプロトコルが、エンタングルメント回復プロトコルである。このプロトコルは量子暗号通信の中継に必須であり、他の多くの量子情報処理アプリケーションの動作効率を上げるなどの広範な応用性を持ち、極めて基本的なプロトコルである。

本研究では、エンタングルメント最適回復プロトコルの導出を将来目標に捉え、その基盤技術を拡充する為に、量子エンタングルメントに関する数理的研究を行う。

4. 研究成果①

(0) 研究方法

LOCC¹⁾による密度行列の変化は

$$\rho = \sum_i (A_i \otimes B_i) \sigma (A_i \otimes B_i)^{\dagger}$$

の演算子和表現で記述されるが、一般にこの逆は成り立たず、LOCCは数学的な取り扱いが非常に困難な写像である。一方、Peres criterionにおける部分転置の操作を Γ で表すものとする、 $\sigma^{\Gamma} \geq 0$ ならば $\rho^{\Gamma} \geq 0$ となる事が上記の演算子和表現から分かる。すなわち、LOCCにおいて部分転置の正値性(PPT, positivity of partial transpose)は保存される。一般にPPTを保存する写像はPPT保存写像²⁾と呼ばれる。ある完全正写像 Λ は、合成写像 $\Gamma \circ \Lambda \circ \Gamma$ も完全正写像であるときPPT保存写像である。この様に、PPT保存写像は数学的な定義が簡潔で扱い易く、エンタングルメントの性質を系統的に調べる場合に有効な手段の一つである。また、ある種のエンタングルした混合状態は、その同一コピーが無限にたくさん有ったとしてもLOCCでエンタングルメントを回復する事ができず、その混合状態のエンタングルメントは束縛されていると言われる³⁾。PPT保存写像は、このような束縛エンタングルメントの性質を系統的に調べる事においても有効な手段である。

また、LOCCやPPT保存写像による状態変換には制限が存在し、その制限はエンタングルメント単調関数性⁴⁾で特徴付けられる。LOCCやPPT保存写像により、量子状態 σ から量子状態 ρ_i が p_i の確率で得られたとすると、エンタングルメント単調関数 $R(\sigma)$ は、

$$R(\sigma) \geq \sum_i p_i R(\rho_i)$$

を満たし、LOCCやPPT保存写像の下では平均として増加しない。エンタングルメント測度はエンタングルメント単調関数である。一方、より強い制限も存在し、それをここでは強い単調性と呼ぶことにする。強い単調関数は、全ての ρ_i に対して

$$M(\sigma) \geq M(\rho_i)$$

を満たし、LOCCやPPT保存写像の下では決して増加しない。これまで、強い単調関数に関する研究はあまり行われてこなかったが、有限コピーのエンタングルメント回復に関する性質を調べる

事において、非常に重要な関数である。これらの研究手法により本研究で得られた成果を、(1) Schmidt 階数と束縛エンタングルメント^{5,6,7)}、(2) 多体エンタングルメントの等価性⁸⁾、(3) 強い単調性とエンタングルメント回復^{9,10)}、の3つに分け以下で報告する。

(1) Schmidt 階数と束縛エンタングルメント

A と B、2 つのパーティの系における任意のエンタングルした純粋状態 $|\psi\rangle$ は、EPR 状態

$$|\phi_2\rangle = (|00\rangle + |11\rangle) / \sqrt{2}$$

と、確率 1 の LOCC で相互変換が可能である¹⁾。しかし、この相互変換は $|\psi\rangle$ の同一コピー数が無限大の漸近領域に限られる。もし、A と B が $|\psi\rangle$ を単一コピーしか所有していないとすると、LOCC による状態変換は或る強い制限を受けることになる。それは『A と B は $|\psi\rangle$ にどのような LOCC を行っても、その重ね合わせの項数 (Schmidt 階数、還元密度行列の階数) を増やす事ができない』という制限である¹¹⁾。例えば、

$$|\phi_3\rangle = (|00\rangle + |11\rangle + |22\rangle) / \sqrt{2}$$

とすると、 $|\phi_2\rangle \rightarrow |\phi_3\rangle$ の変換は確率的にすら不可能である (図 1)。また、3 つのパーティの系における GHZ 状態

$$|\text{GHZ}\rangle = (|000\rangle + |111\rangle) / \sqrt{2}$$

と W 状態

$$|W\rangle = (|001\rangle + |010\rangle + |100\rangle) / \sqrt{3}$$

は、 $|\text{GHZ}\rangle \rightarrow |W\rangle$ の変換も $|W\rangle \rightarrow |\text{GHZ}\rangle$ の変換も不可能であり、GHZ 型と W 型は比較不可能な異なるエンタングルメントであると言われる¹²⁾ (図 2)。

これらの変換を行うのに必要な最小資源は何だろうか？この疑問に答える為に束縛エンタングルメントに着目する。本研究により、束縛エンタングルメントは純粋状態の変換に対して非常に強力な威力を持ち、上記 LOCC の制限を完全に取り除いてしまう効果がある事が判明した (図 1 および図 2)。

例えば、A と B の 2 つのパーティが $|\phi_2\rangle_{A_2B_3}$ に加え、

$$E_{AB} = \frac{1}{7} |\phi_3\rangle\langle\phi_3|_{A_1B_1} \otimes |\phi_2\rangle\langle\phi_2|_{A_2B_2} + \frac{1}{28} (I - |\phi_3\rangle\langle\phi_3|)_{A_1B_1} \otimes (I - |\phi_2\rangle\langle\phi_2|)_{A_2B_2}$$

の束縛エンタングル状態を共有していたとする。もし A と B が、それぞれ A2A3 と B2B3 に対しベル状態測定を行うと、その結果として $|\phi_3\rangle_{A_1B_1}$ を共有する事ができる。すなわち、 E_{AB} の束縛エンタングルメントを利用する事で $|\phi_2\rangle \rightarrow |\phi_3\rangle$ の変換が可能になる。同様にして、A と B は適切な束縛エンタングルメントを利用する事で、エンタングルした純粋状態の Schmidt 階数を幾らでも増やす事ができる (図 1)。

同様の効果は 3 つのパーティの系にも存在する。束縛エンタングルメントを利用すると、

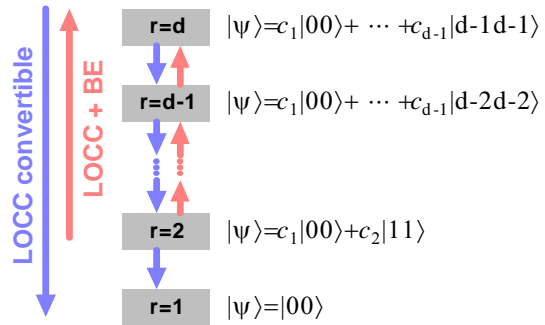


図 1. 純粋状態の LOCC 変換性と、それに対する束縛エンタングルメント (BE) の効果。LOCC は Schmidt 階数 (r) を下げる青矢印の方向にのみ変換可能であるが、BE を利用する事により赤矢印方向の変換が可能になる。

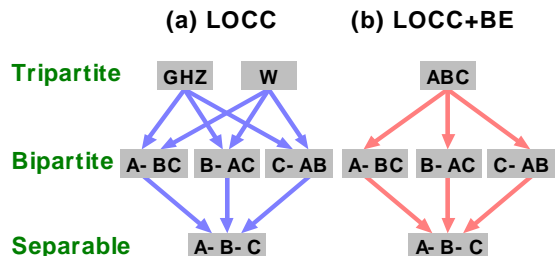


図 2. (a) LOCC と (b) 束縛エンタングルメント (BE) を利用した LOCC における 3 量子ビットの純粋状態の分類と変換性。

LOCC で比較不可能だった GHZ 状態と W 状態でも相互に変換する事が可能になる。この事は、エンタングルメントの分類に対しても大きな意味を持つ。3 量子ビットの系のエンタングルメントを LOCC で分類すると、3 体のエンタングルメントとしては GHZ 型と W 型の 2 つが存在するが、束縛エンタングルメントを利用した LOCC で分類を行うと、GHZ 型と W 型は同じ型に属してしまう事を意味している(図 2)。一般に、 N 個のパーティの系におけるエンタングルメントを LOCC で分類すると、比較不可能な型が無数存在する事になり、分類は極めて複雑になるが、束縛エンタングルメントを利用した LOCC で分類すると、それら異種エンタングルメントは全て同一の型に属する事になる。この様に、束縛エンタングルメントにはエンタングルメントの分類を著しく簡単化するという効果がある。

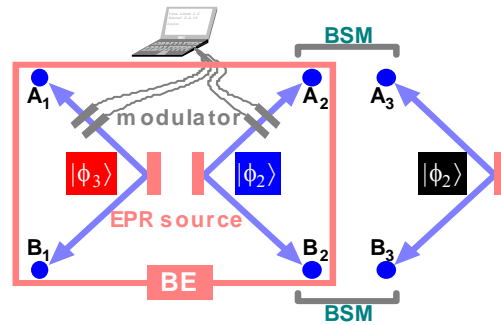


図 3. 束縛エンタングルメント(BE)を利用した LOCC による $|\phi_2\rangle \rightarrow |\phi_3\rangle$ の実験スキーム。

束縛エンタングルメントを利用した LOCC も、先に述べた PPT 保存写像の一つであり、変換における最大確率は PPT 保存写像を考える事で定量的に議論できる。この問題は、convex optimization へと帰着させる事ができ、更に状態を持つ対称性を利用する事で上記変換の最大確率(P)を求める事ができる。結果のみを示すと、 $|\phi_d\rangle \rightarrow |\phi_d\rangle$ に対しては

$$P = d(d-1)/(dd^2+d^2-2d),$$

$|\text{GHZ}\rangle \rightarrow |\text{W}\rangle$ に対しては

$$P = \frac{1}{4} [(18+6\sqrt{3})^{1/3} + (18-6\sqrt{3})^{1/3} - 2] \approx 0.75436\dots$$

である。LOCC における $|\text{GHZ}\rangle \rightarrow |\text{W}\rangle$ の最大変換確率がゼロ(変換不可能)である事を考えると、PPT 保存写像における同変換の 75%以上の変換確率は極めて大きなものであり、束縛エンタングルメントは定量的にも強力な威力を持っている事が分かる。

EPR 光源を用いて束縛エンタングル状態を実験的に生成し、束縛エンタングルメントを持つ非局所性の威力を実験的にデモンストレーションする事も可能である。先に記した E_{AB} を利用する $|\phi_2\rangle \rightarrow |\phi_3\rangle$ の変換に対応する実験スキームを図 3 に示す。この実験スキームにおいて量子ゲートは必要なく、線形光学の技術で実現が可能である。

(2) 多体エンタングルメントの等価性

2 つのパーティの系における任意のエンタングルした純粋状態 $|\psi\rangle$ は、 n が無限大の漸近領域であれば

$$|\psi\rangle^{\otimes n} \leftrightarrow |\phi_2\rangle^{\otimes nE}$$

の相互変換が確率 1 の LOCC で可能である(E は $|\psi\rangle$ の還元密度行列の von Neumann エントロピー)。これにより、全ての 2 体のエンタングルメントは EPR 状態のエンタングルメントと等価であるとされる。ところが、3 つのパーティの系では、 $|\text{GHZ}\rangle^{\otimes n} \leftrightarrow |\text{W}\rangle^{\otimes nE}$ の LOCC による相互変換は、漸近領域においても不可能であると考えられている(厳密な証明はなされていない)。

一方、単一コピーの場合、PPT 保存写像で $|\text{GHZ}\rangle \leftrightarrow |\text{W}\rangle$ の確率的な相互変換が可能になる事を(1)で示した。では、PPT 保存写像は漸近領域において $|\text{GHZ}\rangle^{\otimes n} \leftrightarrow |\text{W}\rangle^{\otimes nE}$ の相互変換をも可能にするのだろうか？これは、エンタングルメントの等価性に関する基本的で重要な問題であると言える。

これを明らかにする為には、幾つかのエンタングルメント測度の値を漸近領域で求めなければならない。エンタングルメント測度の計算は一般的に困難であり、ましてや漸近領域での計算は極めて困難である。しかしながら、本研究では幾つかの状態クラスに対する漸近的エンタングルメ

ント測度を計算する事に成功した。

まず、スピン 0 状態

$$|A\rangle = \frac{1}{\sqrt{6}} \sum_{ijk=1}^3 \varepsilon_{ijk} |ijk\rangle$$

に対する 3 体の相対エントロピー・エンタングルメント測度 E_3 は

$$E_3(|A\rangle^{\otimes 2}) < 2E_3(|A\rangle)$$

を満たし、劣加法的である事が示せる。すなわち、一般に漸近的エンタングルメント測度は非漸近的測度の値とは一致しない。そこで、 $E_3(\sigma_{ABC})$ とその漸近的測度 $E_3^\infty(\sigma_{ABC})$ 、2 体の漸近的測度 $E_2^\infty(\sigma_{AB})$ 、および von Neumann エントロピー $S(\sigma_{AB})$ の間で成立する不等式¹³⁾

$$E_3(\sigma_{ABC}) \geq E_3^\infty(\sigma_{ABC}) \geq E_2^\infty(\sigma_{AB}) + S(\sigma_{AB})$$

に着目する。筆者が以前に得た 2 量子ビットにおける相対エントロピー・エンタングルメント測度の関係式¹⁴⁾を用いると、もし 2 量子ビットの混合状態 σ_{AB} が、その最近接のエンタングルしていない状態と可換であれば、 $E_2(\sigma_{AB})$ が弱加法的になる事を示せる。この結果と上記不等式を用いると、W 状態に対する $E_3(W)$ も弱加法的であり、 $E_3^\infty(W) = \log(9/4)$ である事が分かる。

これより、GHZ 状態と W 状態に対する還元 von Neumann エントロピーは

$$S_A(\text{GHZ}) = 1 > 0.92 = S_A(W)$$

の不等式を満たし、 E_3^∞ は

$$E_3^\infty(\text{GHZ}) = 1 < \log(9/4) = E_3^\infty(W)$$

の不等式を満たす。もし、確率 1 の PPT 保存写像で $|\text{GHZ}\rangle^{\otimes n} \leftrightarrow |W\rangle^{\otimes nE}$ の相互変換が可能であるとすると、全ての連続な漸近的エンタングルメント測度 R^∞ に対し

$$R^\infty(\text{GHZ}) = \alpha \cdot R^\infty(W)$$

が成立する様な係数 α が存在しなければならない。しかし、上記の S_A と E_3^∞ の不等式により、その様な α は存在し得ず、GHZ 型と W 型のエンタングルメントは、PPT 保存写像においても等価にはなり得ないと結論できる。

同様に、GHZ 型のエンタングルメントは、W 型と AB、AC、BC 間の EPR 型のエンタングルメントには分割不可能であるとの結論も得られる。LOCC は PPT 保存写像に含まれるので、これらの結論は LOCC でも成立する。

(3) 強い単調性とエンタングルメント回復

先に述べた状態変換における制限、『どの様な LOCC も、純粋状態の Schmidt 階数を確率的にすら増やす事ができない』は、強い単調性の一つである。これを混合状態に拡張した強い単調関数は Schmidt 数と言われる¹⁵⁾。

一方、PPT 保存写像は、これらの強い単調性を取り除いてしてしまう事を(1)で示した。これにより、エンタングルした純粋状態は全て確率的に相互変換可能になった。これは、純粋状態の変換に関する強い単調性が Schmidt 数しか存在しないからである。では、混合状態に関する変換では、どうなるのだろうか？この問題は単一コピーにおけるエンタングルメント回復と深く関係した重要な問題である。

混合状態から EPR 状態への変換(すなわち単一コピーのエンタングルメント回復)

$$\sigma \rightarrow |\phi_2\rangle$$

を考える。 σ を $C^d \otimes C^d$ 上の混合状態とすると、 σ の階数が

$$\text{rank}(\sigma) \geq d^2 - 2$$

と高い場合、PPT 保存写像の下でも単一コピー

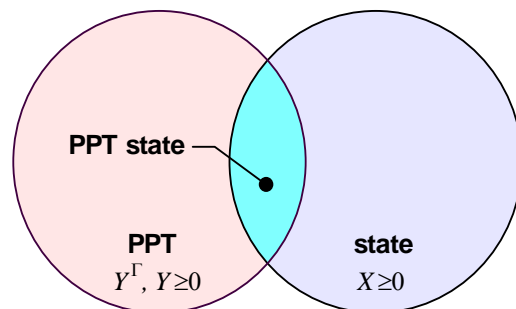


図 4. 密度行列(正行列)の集合と PPT 行列の集合の幾何学的模式図。共通部分は Peres criterion を満たす状態(PPT 状態)。

一のエンタングルメント回復が不可能である事を本研究で証明した。先に述べた通り、PPT 保存写像は Schmidt 数の強い単調性を取り除いてしまう。よって、上記の結論は、混合状態の変換においては、PPT 保存写像でも取り除けない強い単調性が残っている事、すなわち Schmidt 数と独立な強い単調性が存在している事を意味している。

そこで、本研究では幾何学的なアプローチにより、Schmidt 数とは独立な強い単調関数の導出も行った。まず、正行列の集合を考える。密度行列(σ)は(規格化条件を除いて)正行列($\sigma \geq 0$)なので、正行列の集合は密度行列の集合に相当する。また、PPT 行列の集合を考える。PPT 行列とは、部分転置をすると正行列になる行列である。これら2つの集合の模式図を図4に示した。2つの集合の共通部分は PPT 状態、すなわち Peres criterion を満たす状態で、典型的にはエンタングルしていない状態である(束縛エンタングル状態も一部含まれる)。

まず、この幾何学的構造に着目する事で、エンタングルメント理論における重要な未解決問題の一つ、b negativity problem を解決する事に成功した。すなわち、全ての2量子ビットの密度行列が、

$$|\sigma^{\Gamma}| \geq 0$$

を満たす事を厳密に証明した。

また、正行列とPPT行列の凸結合で記述できる行列は decomposable 行列、直積状態による期待値が常に正($\langle ef|X|ef \rangle \geq 0$)となる行列は 1-positive 行列と呼ばれる。全ての decomposable 行列は 1-positive 行列であるので、エルミート行列の集合は、図5の様な構造をしていると考えられる。

この幾何学的構造に着目し、混合状態の密度行列 σ をPPT行列と1-positive行列の凸結合で表現する事を考える。その際、 σ^{Γ} のJordan分解(直交分解)を

$$\sigma^{\Gamma} = P - Q$$

とし、PPT行列は P^{Γ} に選ぶ。また、凸結合における1-positive行列 δ は、内分比 x が最小になる様に選ぶものとする(図5)。この最小の内分比 x は、混合状態における強い単調関数の一つであり、LOCCでは確率的にすら増やす事ができない。例えば、図5において σ を同様な凸結合で表現した時の最小内分比を x' とすると、 $x' > x$ であるので、 $\sigma \rightarrow \sigma'$ のLOCC変換は確率的にすら不可能であると結論できる。密度行列 σ を P^{Γ} と decomposable 行列の凸結合で表現した場合でも、その最小内分比は別の強い単調関数の一つとなる。大雑把に言う、混合状態のLOCC変換は、PPT状態へと近づく方向へしか許されていない事になる。

これら最小内分比[以下 $M_1(\sigma)$ とする]が強い単調関数の一つである事は、convex optimizationにおける双対性を用いて証明する事ができる。また $M_1(\sigma)$ は、全てのエンタングルしていない状態に対して0の値を取り、全てのエンタングルした純粋状態に対して1の値を取る。エンタングルメント回復とは、混合状態をエンタングルした純粋状態、すなわち $M_1=1$ の状態へと変換する事である。 M_1 はLOCCで確率的にすら増やせない、これより直ちに、エンタングルメント回復できる混合状態 σ は $M_1(\sigma)=1$ を満たさなければならない事が分かる。また、これらの状態は、1-positive行列の集合の境界に位置しなければならない事も図5より直ちに分かる。これらは、単一コピーにおけるエンタングルメント回復が可能である為の必要条件である。なお、 $n=2$ の状態のエンタングルメント回復は、 $\rho = \sigma^{\otimes 2}$ の単一コピーのエンタングルメント回復と捉える事ができるの

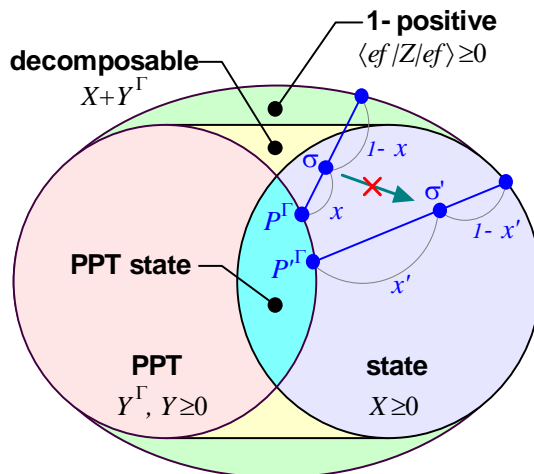


図5. エルミート行列の集合の幾何学的模式図。密度行列とPPT行列の集合は decomposable 行列と 1-positive 行列の集合の一部である。密度行列 σ を図の様に凸結合で表現した時の最小内分比 x は強い単調関数となる。

で、ここで導出した必要条件は、コピー数が有限である場合のエンタングルメント回復全てに適用される。

参考文献

- 1) 例えば G. Alber, et. al., *Quantum Information: An introduction to basic theoretical concepts and experiments* (Springer-Verlag, Berlin, 2001), 第 5 章および参考文献.
- 2) E. M. Rains, IEEE Trans. Inf. Theory **47**, 2921 (2001).
- 3) M. Horodecki, P. Horodecki, and R. Horodecki, Phys. Rev. Lett. **80**, 5239 (1998).
- 4) G. Vidal, J. Mod. Opt. **47**, 355 (2000).
- 5) S. Ishizaka, Phys. Rev. Lett. **93**, 190501 (2004).
- 6) S. Ishizaka and M. B. Plenio, Phys. Rev. A **71**, 052303 (2005).
- 7) S. Ishizaka, *Quantum Communication, Measurement and Computing* edited by S. M. Barnett, et. al., (AIP) pp. 261-264 (2004).
- 8) S. Ishizaka and M. B. Plenio, Phys. Rev. A **72**, 042325 (2005).
- 9) S. Ishizaka, Phys. Rev. A **69**, 020301(R) (2004).
- 10) S. Ishizaka, Phys. Rev. A **73**, 062308 (2006).
- 11) G. Vidal, Phys. Rev. Lett. **83**, 1046 (1999).
- 12) W. Dür, G. Vidal, and J. I. Cirac, Phys. Rev. A **52**, 062314 (2000).
- 13) M. B. Plenio, S. Virmani, and P. Papadopoulos, J. Phys. A **33**, L193 (2000).
- 14) S. Ishizaka, Phys. Rev. A **67**, 060301(R) (2003).
- 15) M. B. Terhal and P. Horodecki, Phys. Rev. A **61**, 040301(R) (2000).

6. 今後の展開

本研究により、エンタングルメント回復や量子状態の変換と関係したエンタングルメントの種々の性質が明らかになったが、未解決の問題も数多く残されている。例えば、漸近領域におけるエンタングルメントの完全な分類、単一コピーおよび漸近領域におけるエンタングルメント回復の十分条件の導出、エンタングルメント回復の最適効率の導出とその量子プロトコルの導出、などである。これらは基礎科学的にも重要であると同時に、量子中継のデザイン・ルールの指針を与えるものでもあり、応用上も重要である。しかしながら、これらの未解決問題は解決するのが極めて困難でもあると考えられる。近年のエンタングルメント理論の爆発的な進展にもかかわらず未解決のまま残されている問題だからである。これら重要な未解決問題を解決するには、地道で根気強い研究活動が今後にも必要になるだろう。

一方、現代暗号を実現する量子プロトコルの導出など、量子情報処理のアプリケーションを広げる為の研究の必要性も益々高まっている。これも深い洞察や量子情報理論的な裏づけが必要な困難な事柄であり、エンタングルメント理論の適用等が今後は重要になるかも知れない。エンタングルメント理論自体も、例えば dishonest パーティ間におけるエンタングルメントの性質を系統的に明らかにする等、新しい視点の導入が必要になると考えられる。

7. 研究成果リスト

(1) 論文(原著論文)発表: 6件

- [1] S. Ishizaka, “Binegativity and geometry of entangled states in two qubits”, Phys. Rev. A **69**, 020301-1 – 020301-4 (Rapid communication) (2004)
- [2] S. Ishizaka, “Bound entanglement provides convertibility of pure entangled states”, Phys. Rev. Lett. **93**, 190501-1 – 190501-4 (2004)
- [3] S. Ishizaka and M. B. Plenio, “Multiparticle entanglement manipulation under positive partial transpose preserving operations”, Phys. Rev. A **71**, 052303-1 – 052303-13 (2005)

- [4] S. Ishizaka and M. B. Plenio, "Multiparticle entanglement under asymptotic positive partial transpose preserving operations", Phys. Rev. A **72**, 042325-1 – 042325-5 (2005)
- [5] S. Ishizaka, "Strong monotonicity in mixed-state entanglement manipulation", Phys. Rev. A **73**, 062308-1 – 062308-6 (2006)
- [6] S. Ishizaka, "Effect of bound entanglement on the convertibility of pure states", *Quantum Communication, Measurement and Computing* edited by S. M. Barnett, et. al., (AIP) pp. 261-264 (2004)

(2)特許出願
なし

(3)その他の成果

解説: 2 件

- [1] 石坂智、「束縛エンタングルメント」、数理科学、2005 年 2 月号
- [2] 石坂智、「EPR パラドックス」、月刊オプトロニクス、2007 年 3 月号

チュートリアル講演・講師・レビュー講演: 3 件

- [1] 石坂智、「混合状態のエンタングルメント」、第 11 回量子情報技術研究会
- [2] 石坂智、「二者間および多者間エンタングルメントとその周辺」、第 14 回非平衡系の統計物理シンポジウム
- [3] S. Ishizaka, "Theory of entanglement for mixed states", The 6th Workshop on Fundamental Problems and Applications of Quantum Field Theory

国内学会発表: 6 件

- [1] 石坂智、「2 量子ビットにおけるバイネガティビティと纏れた状態の幾何について」、第 9 回量子情報技術研究会、QIT2003-79 (2003)
- [2] 石坂智、「束縛エンタングル状態による純粋状態の完全相互変換性」、第 10 回量子情報技術研究会、QIT2004-9 (2004)
- [3] 石坂智、「束縛エンタングル状態による純粋状態の変換性」、日本物理学会 2004 年秋季大会、第 9 回量子情報技術研究会、15aTF-11 (2004)
- [4] 石坂智、「アンロッカブル状態と純粋状態の変換」、日本物理学会第 60 回年次大会、25aYG-10 (2005)
- [5] 石坂智、「漸近領域における多体エンタングルメント操作」、第 13 回量子情報技術研究会 QIT2005-72 (2005)
- [6] 石坂智、「混合状態のエンタングルメント操作における強い単調性」、第 14 回量子情報技術研究会 QIT2006-16 (2006)

国際学会発表: 4 件

- [1] S. Ishizaka, "Effect of bound entangled states on the convertibility of pure entangled states", The 7-th International Conference on Quantum Communication, Measurement and Computing 2004
- [2] S. Ishizaka, "Binegativity and geometry of entangled states in two qubits", ERATO conference on Quantum Information Science 2004
- [3] S. Ishizaka, "Bound entanglement and convertibility of pure states", ERATO conference

on Quantum Information Science 2004

- [4] S. Ishizaka, “Strong monotonicity in mixed-state entanglement manipulation”, Asian Conference on Quantum Information Science 2006