「数学と諸分野の協働によるブレークスルーの探索」
平成 21 年度採択研究代表者

H22 年度
実績報告

國府　寛司

京都大学大学院理学研究科・教授

ダイナミクス全構造計算法の発展による
脳神経-身体リズム機構の解明と制御

§1. 研究実施の概要

本研究では

(A)ダイナミクス位相計算理論に基づく相空間全構造計算法の整備と発展

(B)ネットワーク結合力学系のモデル化と解析に基づく機能発現メカニズムの解明

(C)身体リズム運動の数理モデルの構築とその制御機構の解明

という3つの研究課題を設定し，位相計算理論に基づく非線型力学系の相空間全構造解析の新しい数学的方法を整備・発展させること，またそれをネットワーク結合力学系や身体リズム運動の数理モデルなどの様々な非線型力学系に適用して相空間構造の解析を行うことで，ダイナミクスの相空間構造の観点からの数理的解析と，それに基づく制御メカニズムの工学的実証の双方からのアプローチによって，ヒトや動物が動的に変動する環境に適応し様々な活動を行うための基礎となる脳神経-身体リズム機構の理解と制御を目指すことをねらいとする.

上記の研究課題に対応して，研究チームを相空間全構造解析グループ，ネットワーク結合力学系グループ，身体力学グループに分け，それぞれのグループが個々の研究課題に取り組むとともに，頻繁にCRESTミーティングを開いて討論を行い，グループ間で緊密に連絡を取りながら研究を実施している. 今年度は，研究計画に

1）ダイナミクス全構造計算法の整備と実行

2）いくつかの数理モデルに対する相空間全構造計算法の適用とその有用性の検証

3）ネットワーク結合力学系としての神経系や歩行運動の数理モデルの検討と構築

4）脳神経-身体リズム運動における様々な機能・現象と相空間構造との関係の検討

の4つのテーマを挙げ，それに沿って以下の研究を行い，成果を得た.

1）については，ダイナミクス全構造計算法の改良を進めつつ，回帰的不変集合の内部構造を解析するための短サイクルの方法の開発と具体例への適用，ODE の全構造計算法のための準

備的検討，さらにサドルノード分岐の位相計算的研究を行った．

2）については，主として logistic 写像の大域結合系，ホップフィールド型の連想記憶ニューラルネットワークモデル，2足歩行のコンパス型モデルを取りあげて，ダイナミクス全構造計算法などの数理的手法により相空間構造解析を行った．

3）については神経系と身体力学系について，ネットワーク結合力学系の観点から関連する数理モデルの検討や解析を行い，また特に神経系の特性の同定のために，トレッドミルを用いた実験データによる歩行運動の位相応答特性の計測や，外部から揺らぐ刺激を与え，その応答から位相応答曲線を計測する WSTA と呼ばれる手法の改良を行った．

4）については，歩行の運動生理学実験による環境変化に対する適応機能解析，歩行障害ラットの歩行運動モデルの構築，ヒト歩行・走行時の筋シナジーの同定や，4 脚歩行の歩容遷移におけるヒステリシス現象の解析，などを行った．

§2. 研究実施体制

(1)「相空間構造解析」グループ

①研究分担グループ長：國府　寛司 （京都大学大学院理学研究科、教授）

②研究項目

・ダイナミクス全構造計算法の整備と発展

・ネットワーク結合力学系の相空間構造の解析

・回帰的ダイナミクスに対する位相計算的解析法の開発

・位相計算的分岐理論の基礎付け

(2)「ネットワーク結合力学系」グループ

①研究分担グループ長：青柳　富誌生 （京都大学大学院情報学研究科、准教授）

②研究項目

・ 位相応答曲線の効率的な揺らぎ応答に基づく実験的計測手法の開発

・ シンプルな結合力学系に対する全空間構造解析の試験的な適用

・ 相空間構造から見たアトラクターと引き込み領域の構造と機能的役割の検証

・ 結合力学系のミクロな構造とマクロな挙動の関連に関する理論構築

(3)「身体力学」グループ（研究機関別）

①研究分担グループ長：土屋　和雄 （同志社大学理工学部、教授）

②研究項目

・ 歩行における位相反応曲線の同定とシステムモデルの構築

・ 全身リズム運動の運動生成・調整機構の解明

・ 脚歩行における歩容遷移・歩容の切り替え機構の解明
・ リズム調整機構を持つ歩行ロボットの開発

§3. 研究実施内容

(文中に番号がある場合は(4－1)に対応する)

今年度は，前年度の準備を踏まえて，大型計算機も援用してダイナミクス全構造計算を大域結合写像系や連想記憶モデルなどの具体的な数理モデルに適用して，相空間構造解析を進めると共に，研究グループごとに各研究課題を遂行し，頻繁にミーティングを行ってその進行状況や成果について情報交換・討議することで，共通の研究目標の達成に向けて研究を進めた．特に神経系のネットワーク力学系の同定のためのデータ解析とシミュレーション，および歩行の数理モデル構築と相空間構造解析に基づく歩行運動の数理的理解のための検討を行った．

1) ダイナミクス全構造計算法の整備と実行

前年度末から，ダイナミクス全構造計算を行うソフトウェアである cmgraph プログラムの改良に着手し，現在の cmgraph プログラムの共同開発者であるアメリカ，ポルトガル，ブラジルの研究者も交えて，これまでに主として京都大学での2回の開発者会議を中心に開発作業を進めた．主たる改良点は，相空間・パラメータ空間の非一様なグリッド分割を取り入れることと，計算の更なる並列化などで様々な工夫により計算速度やメモリ効率を向上させることである．開発作業は今後も継続し，今後1年程度の間に初期版の完成を目指す．

この作業と並行して従来版の改良も進めた．特に大域結合写像系の回帰的ダイナミクスの解析のために短サイクルの方法と呼ぶ回帰的不変部分集合を取り出すための計算法を検討し，試行的な計算を行った．これは，回帰的不変集合である Morse 成分の外近似を与える有向グラフ表現の中の周期の短いループを検出し，それを核として孤立性の条件をみたすように膨らませて回帰的不変部分集合を求める方法であり，いくつかの具体的な計算により，有効性を期待できることがわかった．来年度以降にこれを整備して，大域結合写像系などの相空間構造解析に応用する計画である．

また，来年度以降に本格的に取り組む予定の ODE の相空間構造解析のために，今年度は様々な計算方法の可能性を探る予備的研究を行った．特に，ODE の数値積分をどのような方法で行うかが重要であり，Lohner 法や Taylor 法などの精度保証付き数値積分の方法を検討した結果，グリッド分割の細分が本質的に重要なダイナミクス全構造計算法には Taylor 法が極めて有効であるとの結論を得て，Taylor 法による微分方程式の数値積分のためのソフトウェア COSY Infinity を開発しているミシガン大学の M. Berz 教授のグループと連絡を取って試行的な計算を行った．来年度以降はこの方向の検討をさらに進め，またそれ以外の方法の可能性も考慮しつつ，ODE のダイナミクス全構造計算法の整備を精力的に進める予定である．

さらに，ダイナミクス全構造計算法のような位相計算的観点からの，力学系のダイナミクスの変化を捉える数学的取り扱いを整備するために，最も簡単な分岐であるサドルノード分岐について，位相計算的解析を行い，サドルノード分岐の通常の数学的性質が位相計算的観点からどのように捉えられるかが明確にした（論文[16]）．この結果は，論文にまとめて発表すると共に，今後，より広

汎な分岐について研究を進める計画である．また，これに関連して，位相的情報だけでなくダイナミクスの測度論的情報を得るための試みとして，1次元の拡大的写像に対して，不変測度の精度保証付き計算と，自己相関関数の指数的減衰の判定を行えるような数学的手法を開発し，それを具体的な例に適用した（論文[17]）．

2) いくつかの数理モデルに対する相空間全構造計算法の適用とその有用性の検証

ダイナミクス全構造計算法を初めとする様々な数理的方法を用いて，いくつかの結合力学系の数理モデルの相空間構造解析を行い，現在の相空間全構造計算の有用性や限界について検討した．具体的に取りあげた数理モデルは，logistic 写像の大域結合写像系と，ホップフィールドタイプの連想記憶ニューラルネットワークモデル，2足歩行のコンパスモデルなどである．

logistic 写像の大域結合写像系については，2個および3個の logistic 写像の結合系について，ダイナミクス全構造計算法を用いた計算を行った．また，軌道の分布状態や近似的有効次元の時間変動など，先行研究で用いられた計算方法による計算結果との比較も行い，ダイナミクス全構造計算法による相空間構造解析の有用性や限界を調べた．特に大域写像系のような大きなサイズの回帰的不変集合を持つ力学系では，回帰的不変集合の内部構造を解析することが重要であり，そのために上の 1) で述べた短サイクルの方法を開発し，それを用いて回帰的不変集合内の不変部分集合の検出を行った．これらにより，巨大な回帰的不変集合内の遍歴的ダイナミクスの機構についての一定の仮説を得たので，今後，その検証を進めて行く計画である．

ホップフィールドタイプの連想記憶ニューラルネットワークモデルについては，20 ニューロン程度までの比較的小規模のモデルについて，その相空間構造，特にアトラクタとその吸引領域の構造を，ダイナミクス全構造計算法のプログラムを利用して解析した．これにより，記憶パターンが2個までは相空間構造は極めて単純であり，またニューロン数によらない一般的な構造を持つことがわかった．さらにその相空間構造を用いて，記憶パターンとの類似度の時間発展が非単調になる現象や，記憶パターン数が増えた場合の疑似記憶の発生などについての数理的理解が得られた．一方で，ダイナミクス全構造計算法の方法上の理由からニューロン数を 20 以上に増やすことはメモリなどの制約のために大型計算機を用いても原理的にほぼ不可能であり，従来の研究で扱われている規模のニューロン数を，現在の方法による相空間全構造計算により扱うことは期待できないと思われる．今後は，これまで得られた結果を論文にまとめるとともに，この制約を乗り越える方法を模索することと，より広汎なネットワーク結合力学系における相空間構造解析の適用可能性を検討する予定である．なお，振動子ニューラルネットワークに対しても相空間構造の解析を行い，計算時間や素子数に対する結果の有用性について検討を行った．

また，ヒトの歩行運動を説明する低次元化モデルとして、位相振動子とコンパス型数理モデルを統合した力学系モデルを構築し，この歩行力学系におけるダイナミクスの相空間構造解析を行った．特に、力学系に内在する不安定周期解と足の接地条件を与える力学条件との関係や、不安定周期解の安定多様体・不安定多様体の構造などを明らかにした。このような数理モデルは，接地に伴う不連続性を含むいわゆるハイブリッド力学系となり，相空間構造の解析が困難である．こ

れについては ODE のダイナミクス全構造計算法の整備を踏まえて，24 年度以降に本格的に取り組む予定である.

3) ネットワーク結合力学系としての神経系や歩行運動の数理モデルの検討と構築

今年度は，脳神経系と身体力学系について，ネットワーク結合力学系の観点から，関連する数理モデルの検討や解析を行い，また，それらを統合した数理モデルを構築するためのデータ解析やシミュレーションを行った.

まず，比較的シンプルなダイナミクスや振動子的な特徴を持つ写像系などを対象に，試験的にプロジェクト遂行に有効な力学系の候補を検証した. また，複雑ネットワーク上の結合力学系の示す集団ダイナミクスの解析や、集団ダイナミクスの外力に対する位相応答、複数の相互作用する集団ダイナミクス間の同期現象、ノイズを受けた非線形振動子の位相を記述する基礎方程式の導出等も行った。特に、ネットワーク結合振動子系の集団リズムの位相感受関数を個々のミクロな振動子の性質から導出する理論的枠組みを提案し、これを用いて相互作用する複数の集団リズム間のマクロな同期現象等を解析した。その結果、個々の振動子が引力的相互作用していても、集団リズム間には実効的に斥力的な相互作用が生じ得る事などを明らかにした。

位相振動子ネットワークの推定に関連して，効率的な位相応答の計測方法等の開発と，マクロな位相とミクロな位相の理論的関係の考察を進めるための検討を行った. ネットワーク結合力学系グループで前年度に提案した，外部から揺らぐ刺激を与え，その応答から位相応答曲線を計測する WSTA と呼ばれる手法に関し、実験に用いることを念頭に種々の理論解析と数値計算を行った。また、位相応答のベイズを利用した統計手法の開発も行い、改良したこの手法を用いると、位相応答曲線のタイプの推定がより正確になることが示唆され、実際に実験データの解析結果に関し同期解の安定性の結果が変わることも示されている。その他，周期性の強いカオス系や、振動的な集団ダイナミクスを示す結合力学系 の位相応答，自己組織化マップによるデータ解析手法（論文[18]）に関する研究なども発展させた。これらの結果を基礎に，歩行力学系の解析に関して適用する予備的な議論も開始し、身体力学系グループとの会合を定期的に開催し，準備を進めた.

また，運動学シナジーに基づく歩行運動の位相応答曲線の解析として，身体力学系グループで昨年度開発した，位相応答曲線測定用の外乱を付加できるトレッドミルを用いて歩行実験を行い，ネットワーク結合力学系グループと協力して，位相応答特性の同定を行った。歩行運動が関節間の協調を示す運動学シナジーの組み合わせで構成されているという知見を基に運動学シナジーごとの位相応答を計測し、シナジーごとに外乱復帰時間に違いがあることを見出した。更に運動学シナジーのゆらぎが重心や頭などのゆらぎに比べて小さいという性質も明らかし、これらの知見を用いてシナジーを介した歩行運動のシステムモデルの枠組みを提案した。

4) 脳神経-身体リズム運動における様々な機能・現象と相空間構造との関係の検討

歩行運動における運動学シナジーに関して，床面傾斜，歩行速度変化に対するヒトの歩行の運動生理学実験を行い，環境変化に対する適応機能解析を行った. 計測した歩行運動中の関節角

度の時空間構造を分解し、分解した時間及び空間構造が傾斜、速度といった環境の変化に対して変化するかを調べた。その結果、関節の時空間データの特異値分解から、関節間の協調構造を示唆する低次元構造が示され、ノミナル姿勢、空間構造は変化するものの時間構造は変化しないという性質を示し、環境変化に対して限られた変数のみを調整するというヒトの適応性を明らかにした（論文[13, 23]).

歩行障害ラットの歩行運動について，小脳における歩行の運動制御機構のモデル化を目的として，ラットの詳細な解剖学データに基づいて後肢歩行運動に寄与する筋骨格系の数理モデルを構築した。更に、ラットの歩行運動計測データに基づいて動力学シミュレーションにおいて歩行運動を再現し、計測した筋電図などと比較して、力学的に妥当な歩行運動を生成する数理モデルが得られていることを確認した（論文[21]).

ヒト歩行・走行時の筋シナジーの同定の研究では，トレッドミル上において健常人4名の定常歩行・定常走行時の筋電位測定を行い，それぞれの運動中における下肢・体幹筋群の筋電位パターンを特異値解析することで時間基底・空間基底の抽出を行った．その結果，歩行や走行，運動速度に対して不変の時間基底が5つ抽出された．この5つのモードにより各歩容がほぼ 100%表現できる．得られた空間基底からは，歩容条件により筋活動パターンの異なるコンポーネントが存在することが分かった．この結果は，歩行・走行共に同じ時間基底を持ち同じタイミングで活動する筋群であっても，筋が骨格系に及ぼす力学的作用が異なることを示している．特に，脚接地時に働く足首関節の筋群は，歩行時は遠心性収縮によるダンパーとしての作用が強く，走行時は共収縮により関節剛性を高めていることがわかった．

4脚動物の適応的な歩行生成を理解するために、腰関節で結合された前部・後部胴体と4つの脚を持つシンプルな数理モデルを構築し、動力学シミュレーションを行った。その結果、身体力学・神経ネットワーク・環境との相互作用を通して、ウォーク・トロット・ペースなど様々な歩容を実現し、歩行速度や腰関節剛性の変化に対してウォーク・トロット間で歩容遷移が起こることを示した。更に、この歩容遷移においてヒステリシスが生じることを示し、リターンマップに基づく安定解析より、このヒステリシスを生じさせる安定構造を明らかにした（論文[19,20]).

生物の運動の環境適応的な振る舞いを数学的に理解するためには，相空間の中で解軌道を分けるセパラトリクス、または不安定解を発見する必要がある。そのための準備として，高次元常微分方程式の不安定周期解を追跡するソフトウェアの開発に加えて，不安定定常解の存在と安定性を解析する手法の開発（論文[10]）を行った。

最後に，リズム調整機構の解明への課題の1つとして，ベルトが左右に分かれ、速度が別々に制御される分離型トレッドミルにおける 2 脚ロボットの歩行実験に関する研究を開始した。特に、生理学的知見を参考にして、位相リセットを有する非線形振動子を用いて歩行制御系を設計し、左右のベルトの様々な速度条件における歩行実験から、特に左右の肢間協調に着目して、ロボット機構系、振動子制御系、そして環境との力学的相互作用を通して、どのような形で適応的な歩行運動が実現されるかを調べている段階である。

§4. 成果発表等

（4－1） 原著論文発表

●論文詳細情報

1. Ken Nakae,Yukito Iba, Yasuhiro Tsubo, Tomoki Fukai and Toshio Aoyagi, Bayesian estimation of phase response curves, Neural Networks, Vol. 23, Issue 6, pp. 752-763 (2010)
   (DOI: 10.1016/j.neunet.2010.04.002)

2. Takaaki Aoki and Toshio Aoyagi, Self-organized behaviors in an adaptive network of movable oscillators, 2010 International Symposium on Nonlinear Theory and its Applications (NOLTA2010), pp.410-403 , 2010 (DOI コードなし)

3. Masaki Nomura, Daisuke Ito, Kazutoshi Gohara, Toshio Aoyagi, Simple Model of a Neuronal Network Reproducing Synchronous Bursts, Proceedings MEA 2010, pp.199-200 ,2010 (DOI コードなし)

4. Yoji Kawamura, Hiroya Nakao, Kensuke Arai, Hiroshi Kori, and Yoshiki Kuramoto, Phase synchronization between collective rhythms of globally coupled oscillator groups: Noisy identical case, Chaos, Vol. 20, 043109 (10 pages) (2010) (DOI: 10.1063/1.3491344).

5. Yoji Kawamura, Hiroya Nakao, Kensuke Arai, Hiroshi Kori, and Yoshiki Kuramoto, Phase synchronization between collective rhythms of globally coupled oscillator groups: Noiseless non-identical case, Chaos, Vol.20, 043110 (8 pages) (2010) (DOI: 10.1063/1.3491346).

6. Hiroya Nakao, Jun-nosuke Teramae, Denis S. Goldobin, and Yoshiki Kuramoto, Effective long-time phase dynamics of limit-cycle oscillators driven by weak colored noise, Chaos, Vol.20, 033126 (10 pages) (2010) (DOI:10.1063/1.3488977).

7. Shigefumi Hata, Takeaki Shimokawa, Kensuke Arai, and Hiroya Nakao, Synchronization of uncoupled oscillators by common gamma impulses: from phase locking to noise-induced synchronization, Physical Review E, Vol. 82, 036206 (12 pages) (2010)
   (DOI:10.1103/PhysRevE.82.036206).

8. Denis S. Goldobin. Jun-nosuke Teramae, Hiroya Nakao, and G. Bard Ermentrout, Dynamics of limit cycle oscillators subject to general noise, Physical Review Letters Vol. **105**, 154101 (4 pages) (2010) (DOI: 10.1103/PhysRevLett.105.154101).

9. Hiroya Nakao and Alexander S. Mikhailov, Turing patterns in network-organized activator-inhibitor systems, Nature Physics, Vol. 6, 544-550 (2010) (DOI: 10.1038/nphys1651).

10. Masaharu Nagayama, Kei-ichi Ueda and Masaaki Yadome, Numerical approach to transient dynamics of oscillatory pulses in a bistable reaction-diffusion system, Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics, 27, 295-322 (2010).

11. S. Aoi, N. Ogihara, T. Funato, Y. Sugimoto, and K. Tsuchiya, “Evaluating functional roles of phase resetting in generation of adaptive human bipedal walking with a physiologically based model of the spinal pattern generator”, Biological Cybernetics, 102(5):373-387, 2010 (DOI: 10.1007/s00422-010-0373-y)

12. 舩戸徹郎，青井伸也，土屋和雄，"ヒトの歩行における全身の関節協調動作の定量的評価", 日本ロボット学会誌, 28(8):996-1003, 2010 (DOI: なし)

13. T. Funato, S. Aoi, H. Oshima, and K. Tsuchiya, "Variant and invariant patterns embedded in human locomotion through whole body kinematic coordination", Experimental Brain Research, 205(4):497-511, 2010 (DOI: 10.1007/s00221-010-2385-1)

14. Yoshiyuki Kubota, Fuyuki Karube, Masaki Nomura, Allan T. Gulledge, Koh Hashimoto, Atsushi Mochizuki & Yasuo Kawaguchi, Dendritic dimensions and signal conduction properties of cortical nonpyramidal cells, Abstracts of Society for Neuroscience, Program No.450.8 (November 15, 2010)

15. S. Aoi and K. Tsuchiya, "Generation of bipedal walking through interactions among the robot dynamics, the oscillator dynamics, and the environment: Stability characteristics of a five-link planar biped robot", Autonomous Robots, 30(2):123-141, 2011 (DOI: 10.1007/s10514-010-9209-9)

16. K.Matsue, Rigorous verification of bifurcations of differential equations via the Conley index theory, SIAM J. Appl. Dyn. Sys. 10 (2011) 325-359.

17. I. Obayashi, Computer-assisted verification method for invariant densities and rates of decay of correlations, to appear in SIAM J. Appl. Dyn. Sys.

18. Kaiichiro Ota, Takaaki Aoki, Koji Kurata and Toshio Aoyagi, Asymmetric neighborhood functions accelerate ordering process of self-organizing maps, Physical Review E, vol.83, Issue 2, 021903 (2011). (DOI:10.1103/PhysRevE.83.021903)

19. S. Aoi, T. Yamashita, A. Ichikawa, and K. Tsuchiya, "Hysteresis in gait transition induced by changing waist joint stiffness of a quadruped robot driven by nonlinear oscillators with phase resetting", Proceedings of IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS2010), pp. 1915-1920, 2010 (DOI コードなし)

20. T. Yamashita, S. Aoi, A. Ichikawa, and K. Tsuchiya, "Emergence of hysteresis in gait transition by changing walking speed of an oscillator-driven quadruped robot", Proceedings of SICE Annual Conference 2010 (SICE2010), pp. 1837-1839, 2010 (DOI コードなし)

21. T. Kondo, S. Aoi, D. Yanagihara, S. Aoki, H. Yamaura, N. Ogihara, A. Ichikawa, and K. Tsuchiya, "Development of a musculoskeletal model of the hind legs of the rat based on anatomical data and generation of locomotion based on kinematic data", Proceedings of SICE Annual Conference 2010 (SICE2010), pp. 2308-2310, 2010 (DOI コードなし)

22. S. Aoi, N. Ogihara, T. Funato, Y. Sugimoto, and K. Tsuchiya, "Evaluation of functional roles of phase resetting in generation of adaptive human locomotion based on a neuromusculoskeletal model", Proceedings of 4th International Symposium on Measurement, Analysis and Modelling of Human Functions (ISHF2010), pp. 64-67, 2010 (DOI コードなし)

23. T. Funato, S. Aoi, and K. Tsuchiya, "Robust patterns embedded in the kinematics of human locomotion under various environments", Proceedings of 4th International

Symposium on Measurement, Analysis and Modelling of Human Functions (ISHF2010), pp. 68-71, 2010 (DOI コードなし)

24. S. Aoi, N. Ogihara, T. Funato, and K. Tsuchiya, "Sensory regulation of stance-to-swing transition in generation of adaptive human walking: a simulation study", Robotics and Autonomous Systems, accepted.

25. N. Ogihara, S. Aoi, Y. Sugimoto, K. Tsuchiya, and M. Nakatsukasa, "Forward dynamic simulation of bipedal walking in the Japanese macaque: investigation of causal relationships among limb kinematics, speed, and energetics of bipedal locomotion in a non-human primate", American Journal of Physical Anthropology, accepted.