

プログラム名：量子人工脳を量子ネットワークでつなぐ高度知識社会基盤の実現

PM名：山本 喜久

プロジェクト名：量子人工脳

委 託 研 究 開 発

実 施 状 況 報 告 書 (成 果)

平 成 2 8 年 度

研究開発課題名：

統計力学による CIM 実装アルゴリズムの最適設計

研究開発機関名：

東京工業大学

研究開発責任者

青西 亨

# I 当該年度における計画と成果

## 1. 当該年度の担当研究開発課題の目標と計画

コヒーレントイジングマシン(CIM)は、組み合わせ問題などの計算をスケーラブルかつ高速に処理できるイジング計算アーキテクチャとして、大きな期待を集めている。現在、CIM を実用化するにあたり、問題となっている事項の一つとして、実装アルゴリズムの最適設計のための数理的基盤が十分に整備されていないことが挙げられる。我々は、イジング計算の標準モデルに注目し、これらをCIMに実装したときの性能を評価するための統計力学的方法を確立することを最大の目的としている。

H28年度は、フラストレーションがない系である強磁性モデルと有限ローディング Hopfield モデルを研究対象とし、これらの巨視的振舞いを統計力学で評価する。DOP0 で構成したこれらモデルの巨視的方程式を導出し、これらモデルの発振状態と非発振状態の間の転移を捉えることを目標とする。

次に、上記のフラストレーションがない系の統計力学的解析手法をフラストレーションがある系へ拡張する。フラストレーションがある系へ理論を拡張する際の解析対象として、無限ローディング Hopfield モデルに着目する。H28年度後半より、解析に着手する。H29年度に、この研究は完了する予定である。

各課題の詳細は以下の通りである。

1. **強磁性モデルの解析**：現時点の技術で強磁性モデルは CIM の実機で実現可能であり、CIM の性能を評価するのに適したベンチマークである。最初に CIM の強磁性モデルの解析を行う。CIM 強磁性モデルの巨視的方程式を導出する。そして、巨視的方程式の解と C-number ランジュバン方程式の数値解が一致することを確認する。このモデルの相図を作成し、通常のイジングスピン系の相図と比較する。
2. **有限ローディング Hopfield モデルの解析**：有限ローディングとは、システムサイズに対して記憶パターン数が十分小さい場合である。この状況では、系はフラストレーションを持たず、上記の強磁性モデルで開発した解析方法をほぼそのまま適用できる。パターン数が1個の場合、このモデルは強磁性モデルと等価となることが知られている。上記の強磁性モデルの解析手法に基づき、CIM の有限ローディング Hopfield モデルの解析手法を確立する。このモデルの相図を作成し、通常のイジングスピン系の相図と比較する。これによりパターン想起が実現できる相互作用の大きさやポンプレートの最適値を探る。そして、実機への実装の可能性を検討する。
3. **無限ローディング Hopfield モデルの解析**：無限ローディングとは、システムサイズに対して記憶パターン数がほぼ同じ割合の場合である。この状況では、系はフラストレーションを持ち、上記の強磁性モデルや有限ローディング Hopfield モデルの解析方法をそのまま適用できない。我々は、フラストレーションがない系の解析方法を拡張し、フラストレーションを持った CIM 実装 Hopfield モデルの巨視的方程式を導出する。そして、CIM の Hopfield モデルの臨界記憶容量を求める。CIM 実装 Hopfield モデルの相図を作成し、通

常のイジングスピン系と比較する。特にポンプレートと臨界記憶容量の関係に着目する。

## 2. 当該年度の担当研究開発課題の進捗状況と成果

### 2-1 進捗状況

1. フラストレーションがない系である強磁性モデルと有限ローディング Hopfield モデルの巨視的方程式の導出に成功した。これらモデルの巨視的方程式の解と C 数ランジュバン方程式の数値解が高い精度で一致することを確認した。巨視的方程式により、DOPO で構成したこれらモデルの発振状態と非発振状態の間の転移を捉えることに成功した。これらの系の相図を作成した。発振閾値での相転移は、通常イジングスピン系の相転移と全く性質が異なることを確認した。
2. 無限ローディング Hopfield モデルの解析に着手した。フラストレーションがない強磁性モデルや有限ローディング Hopfield モデルの解析方法の拡張を試みており、導出目標の巨視的方程式の予測をした。並行して、C 数ランジュバン方程式による数値実験を行った。

### 2-2 成果

C 数ランジュバン方程式における規格化定数  $A_s$  は、ポンプレート  $p$  が 2 のときの DOPO フィールド振幅強度に対応する。 $A_s$  無限大極限において、強磁性モデルと有限ローディング Hopfield モデルの両方で、発振閾値  $p_{th}$  を解析的に求めることができた。強磁性モデルの発振閾値は、結合強度パラメータ  $J$  に対して、 $p_{th}=1-J$  となる。また、Hopfield モデルの発振閾値も、単一パターンを想起した場合と混合パターンを想起した場合の両方で同じになり、 $p_{th}=1-J$  である。したがって、 $A_s$  無限大極限において、強磁性モデルと Hopfield モデルの両想起状態で発振閾値が一致する。 $A_s$  が有限の場合も同様に、強磁性モデルと Hopfield モデルの両想起状態で、発振閾値は数値的に同じであった。

### 2-3 新たな課題など

巨視的方程式の導出過程において、C 数ランジュバン方程式は数学的な取り扱いが困難なので、同式の Kramers-Moyal 展開係数内の状態変数を平均値に置き換える近似を行っている。同式中の規格化定数  $A_s$  は、CIM 実機では 100 以上である。 $A_s$  の値が 10 以上の場合、C 振幅が成長して相互注入光が雑音より支配的になる定常状態では、この近似は良い精度を示した。しかし、 $A_s$  が小さい場合、この近似に基づき導出した巨視方程式の解と C 数ランジュバンの数値計算結果との間に不一致が生じる場合がある。この近似的取扱いを改善するのが、今後の課題の一つである。

## 3. アウトリーチ活動報告

該当なし