

イギリスにおけるニューメラシーと数学的リテラシー

Numeracy and Mathematical Literacy in the United Kingdom

国宗 進

KUNIMUNE Susumu

静岡大学教育学部

Shizuoka University

[要約]イギリスでの数学的リテラシーに相当する概念や言葉は「ニューメラシー」であり、クラウザー報告(1959)では、「numerate は, literacy の鏡像を表現する言葉」と定義している。それ以降今日まで、ニューメラシーのとらえ方は多様である。コッククロフト報告(1982)では、数学学習の意義として「役に立つ」と「コミュニケーションの強力な手段である」が挙げられている。また、numerate は、数に関して慣れていること・毎日の生活において数学的技能を使う能力、及び数学的用語で表現された情報を正しく評価し理解する能力の2つによって特徴付けられる。

国家カリキュラム(1999)全体を通じて育成を目指しているものとして、「精神的、道徳的、社会的、文化的発達の促進」、「主要スキル」、「思考スキル(情報処理、探究、創造的思考、推論、評価の各スキル)」があげられ、それぞれについて、数学学習が負っているものを明確に述べている。また、「(数学を)利用し応用すること」は、問題解決、コミュニケーションをすること、推論の3つの柱で述べられている。これらは、数学の内容を中心に教育課程に関する議論をしがちな日本の数学教育に対して、参考となる視点を与えている。

1. はじめに

近年、日本においても「数学的リテラシー」に関する関心が高まっている。それはOECDによるPISA調査(2002, 2004a, 2004b)の枠組みやその結果が公表されたことによって引き起こされていると考えられる。PISA調査での「数学的リテラシー」は、「数学が世界で果たす役割を見つけ、理解し、現在及び将来の個人の生活、職業生活、友人や家族や親族との社会生活、建設的で関心を持った思慮深い市民としての生活において確実な数学的根拠にもとづき判断を行い、数学に携わる能力」と定義されているが、これはその調査での意味である。また、それを具体的に示している「調査問題は、例えば公害、交通安全、人口増加の文脈から」作られてはいるが、「それらが参加32カ国の全ての生徒にとって実際の問題であるとはイメージしにくい」(Jablonka,2003)という指摘もある。

数学的リテラシーの意味の一例としてPISA調査での意味を簡単に述べたが、数学的リテラシーのとらえ方は多様である。それは、数学を取り巻く文化やカリキュラムの関係をどのように考えるかに関連している。なお、Jablonka(2003)は、数学的リテラシーの構成要素を5つに分類している(その詳細は、この報告書の阿部論文を参照)。

さて、本稿は、イギリスの数学教育におけるリテラシーが意味するもの考察し、また、そこから日本における科学技術教育への示唆を得ることをねらいとしている。

イギリスにおける数学的リテラシー(mathematical literacy)に関して、本稿では、1959年に初めて現れたニューメラシー(numeracy)の意味を検討し、その意味が次第に変化していくことを述べる。そして、現在のイギリスにおいてニューメラシーを具現化している国家カリキュラムについて検討する。なお、本稿での考察は、イギリスのイングランドに限定し、それをイギリスと

呼ぶことにする。

なお、数学的リテラシーと同様に、ニューメラシーの意味も多様である。例えば O'Donoghue(2002)は、ニューメラシーの概念の発展の跡として、次の7つの解釈をあげることができるとしている。

1. リテラシーの鏡像
2. (明示的ではないけれどニューメラシーに対する) リテラシー
3. (3R's や基礎的な数学的スキルに関する) リテラシー
4. (リテラシーから離れた) 機能的なニューメラシー
5. (ニューメラシーが1つ側面として認められる, 例えば量的リテラシーのような) リテラシー
6. (例えば数学的リテラシーや科学的リテラシーなどのような) リテラシーのタイプ
7. (リテラシーから離れた独立の生活スキルであり, 重要な) ニューメラシー

2. イギリスにおけるニューメラシー

上で述べたように、イギリスでは、数学的リテラシーに相当する語としてニューメラシーがある。ここでは、ニューメラシーについて、1982年のコッククロフト報告の記述を中心に考察する。

(1) ニューメラシーの語の登場—クラウザー報告—

イギリスにおける初等・中等学校の数学教育改革に関しては、コッククロフト報告が有名である。その詳細については、次の項で述べるが、その報告書には、ニューメラシーという言葉の出自が明確に述べられている。

コッククロフト報告書によれば、ニューメラシーの概念やその言葉は、1959年に出版された15-18歳の生徒の教育に関するクラウザー報告 (Crowther Report, DES, 1959) に初めて紹介されたという。

numeracy の用語が初めて現れた Webster の 1959 年版では、numerate の意味を、「質的な思考や表現に対する容量によって特色づけられる」としているが、この定義は、クラウザー報告における numeracy の意味を反映していて、numerate であることは、数学や科学の洗練された理解があることを意味していた (Jablonka, 2003)。

以下に、クラウザー報告に関するコッククロフト報告における引用文を、そのまま示しておく。

「シックス・フォームのカリキュラムに関する項目において、numerate は、“literacy”の鏡像 (mirror image) を表現する言葉”として定義されている。この定義は数学的理解のかなり教養的水準を含んでいることを意図していると、この報告での続く項において明らかにしている。“一方、…現象の学習への科学的接近を理解すること—観察、仮説、実験、検証。また一方、…我々の問題が問題のようにみえるときでさえ、いかに問題の程度から離れているかに気付くために、量的に考える現代世界における必要。統計的な無視や統計的な誤りは、illiteracy の見出しのもとで行われる論理的な誤りと同様に、極めて広く及んでいて極めて危険である。” “しかしながら、有能な少年は、…彼のニューメラシーが普通のフィフス・フォームの水準より低いところで止まったならば、彼は innumeracy に再び陥る危険がある。(p.11)」

すなわち、numerate は、literacy の鏡像 (mirror image) を表現する言葉として使われたのである。この引用文からすると、literacy が「読み・書き」に、numeracy が「算」に対応しているとする使われ方があるということである。

そして、ニューメラシーの語の辞書的解釈の多義性に触れた後、次のようにまとめている。

「我々は、numerate の語を 2 つの属性を含むものとした。その第一は、数に関して慣れている

こと、及び数学的スキルを使う能力、それは個人が毎日の生活における実際的な数学の必要を広げられるようにするもの、である。第二は、数学的用語で表現された情報、その表現は例えばグラフや図や表あるいは百分率の増減に言及した表現であるが、それを正しく評価し理解する能力である。これらと一緒にすると、**numerate person** は、前の章で述べたように、数学がコミュニケーションの手段として使うことができる方法のいくつかを正しく評価し理解することができるかと期待される。(p.11)」

すなわち、**numerate** は、次の2つの能力によって特徴付けられるものということができる。

- ・数に関して慣れていること、及び毎日の生活において数学的スキルを使う能力。
- ・数学的用語で表現された情報を正しく評価し理解する能力。

報告書ではさらに続けて、「生徒を **numerate** にする人々は、**numeracy** のより広い見方に注意を払うべきであり、そして、単なる計算スキルを伸ばすことだけに満足すべきではない」と述べている。

このように、学校の教員に対してニューメラシーが単なる計算だけではないことを強調しているということは、裏を返してみれば、その当時、ニューメラシーを単なる計算だけとみなす傾向が強かったものと想像される。

なお、リテラシーの言葉の意味については、第2次大戦以後、UNESCOによるリテラシーの定義が影響を与えている。当初は、人が機能的にリテライトであるとは、「読み書き (**reading and writing**) についての知識や技能」を得ているとき (例えば 1956, Gray) であったが、数年後に国際的な専門家達がこの定義を広げて「読み書き、算 (**reading, writing and arithmetic**) についての本質的な知識や技能」を得ているときとしている (IEE, Vol.6, 1994)。

(2) コッククロフト報告におけるニューメラシー

まずここでは、コッククロフト報告、**Mathematics Counts** (Cockcroft. W. H., 1982) の記述に基づいて、国家カリキュラム実施以前の数学教育について検討する。

コッククロフト報告は、「初等・中等学校の数学教育について、中等後教育、高等教育、及び職業や一般的な成人の生活において必要な数学を特に考慮して」検討し勧告することを目的に、1978年に設立されたコッククロフト委員会の報告書である。この報告書は、社会における数学の必要性に関する検討の結果が示されていて、その後現在に至るまで、イギリスの教育改革に関して高い評価を得ているものである。

以下、この報告書に基づいて、ニューメラシーに関連する内容を検討する。

① 学校教育における数学学習の意義

この報告書では、まず、学校における数学学習は、全ての子どもにとって英語学習とともに、多くの人々によって本質的であると見なされていると断言する。

その一つの理由は、「数学は役に立つ」という点にある。

さらにまた、「数学は情報を簡潔に明瞭にコミュニケーションする手段」であって、「コミュニケーションの手段として数学を使うことの学習における問題は、自分の母語を学習する際の問題と同じではない。…数学は、話したり書かれたりした言葉の場合とは違って、より正確に凝縮して情報を伝える。」と述べて、「数学はコミュニケーションの強力な手段として使われるという事実」が、全ての子ども達に数学を指導する主たる理由であるとしている (p.4)。

つまり、学校教育における数学学習の存在意義として、次の2点を上げている。;

- ・数学は役に立つ。
- ・数学はコミュニケーションの強力な手段である。

② 成人の生活に必要な数学

この報告書では、成人の生活において数学的に必要なもの (**mathematical needs of adult life**)

として、それらのすべては獲得しない幾らかの人々がいることを認める一方で、以下の能力を含めたいとしている。;

数を読むこと、数えること、時間を言うこと、買い物に対して支払うこと、両替すること、重さや長さを測ること、すっきりした予定表、単純なグラフや図を理解すること、それらに関係する何らかの必要な計算を実行すること。

そして、概算や近似値に対する感覚、また、暗算(mental calculation)の重要性を指摘している(p.10)。

特に、義務教育である中等教育終了段階において生徒が達成すべき最小限の項目として、以下に示す 10 項目が「数学基礎項目一覧」(foundation list of mathematical topics)として示されている。(pp.134-140)

数、お金、百分率、電卓の使用、時間、測定、グラフや絵による表現、空間概念、比と比例、統計的な考え。

このそれぞれに関する内容は、次の表の通りである (長崎,1994, p.36 を改編)。

表1 コッククロフト報告における「数学基礎項目一覧」

数	正負の整数 (0 以上) , 4 桁までの数の位取り, $10+10$, 10×10 までの加法・乗法とそれに関係した減法・除法, $13\times 8=(10\times 8)+(3\times 8)$ のように関係, 実際的な問題を解決するのに適した計算の選択, 小数第 2 位までの小数の加減, 簡単な分数, 分母が 2, 4, 8, 16 の分数の加減, 同値な分数, 電卓を使った分数から小数への換算。
お金	硬貨・紙幣, 100 ペンス=1 ポンド, お金を使う自信, 簡単な売り買い, 電卓を使わない小額の加減, 電卓を使わない 1 桁の数の乗除, 電卓等を使ったもっと複雑な計算。
百分率	お金の百分率, 百分率を使ったお金の増減, 日常生活における百分率の使用。
電卓の使用	四則計算, 分数から小数への換算, 計算の順序への注意, 表示盤からの適切な数字の選択, 簡単な言葉の式の値。
時間	12 時間制と 24 時間制の時刻, 時間, 時刻表, 時間・道のり・速さ。
測定	長さ・重さ・容積のメートル法の単位, 大きさに対する感覚, ヤード・ポンド法の単位, 簡単な比率, メーターやダイヤル。
グラフや絵による表現	簡単な資料収集と表の作成, 簡単なグラフや図を読み解釈し情報を引き出すこと, 簡単な場合に図を作ること, 表から情報を引き出すこと, 簡単な流れ図。
空間概念	簡単な平面図形; 辺, 対角線, 周, 面積, 角 / 円; 中心, 半径, 直径, 円周, 弦 / 平行と垂直; 角度 / 簡単な平面図形を描くこと / 簡単な立体図形; 立方体, 直方体, 球, 円柱, 円錐, 角錐 / 長方形の周と面積 / 直方体の体積 / 円周 = $\pi \times$ 直径 / 縮尺と座標 / 方位 / 簡単な機械の運動。
比と比例	比, 正比例・反比例。
統計的な考え	ランダム性と変動性の考え; 簡単な場合の確率や賭け率, 代表値。

これらは、イギリスにおける義務教育終了時の 16 歳までに、最小限達成すべき内容として示されているものである。極めて基本的なものであり、そのほとんどが、日本の 1998 年 (平成 10 年) 版学習指導要領では小学校算数科において取り扱うとしているものである。この一覧に示されているもののうちで日本の算数科では扱わない内容は、負の数の導入、縮尺、簡単な場合の確率など、及びペンスとポンドのお金の換算、ヤード・ポンド法の単位である。

3. 国家カリキュラムにおけるニューメラシー、数学的リテラシー

イギリスでは1988年の教育改革法に始まる教育改革が足早に行われている。1989年に導入された国家カリキュラムは、91年、95年の改訂の後、現在は99年改訂のカリキュラムに基づく教育が行われている。現在の国家カリキュラムは、ニューメラシーを具現化したものと考えられる。それは、小学校段階での数学指導の枠組みが、The National Numeracy Strategy (DfEE,1999) という題名のもとで示されていることから十分にうかがえる。以下、具体的に検討する。

(1) 1999年版国家カリキュラムの概要

初めに、イギリスの国家カリキュラムの概要を、Mathematics, The National Curriculum for England (DfEE,1999) の記述に基づいて簡単にまとめておく。現在は、これに従った教育課程が実施されている。

① 国家カリキュラムの構造

国家カリキュラムは、学習計画(programmes of study) と到達目標(attainment targets)によって示されている。学習計画は、生徒が教えられるべきことからなっていて、到達目標は、生徒の実現が期待される規準からなっている。

② 学習計画

学習計画は、主段階1,2,3,4の数学において、生徒が教えられるべきことからなっていて、また、学習の枠組みを計画するための基本を示している。「計画の段階で、学校は、インクルージョン、言語の使用、情報コミュニケーション技術(ICT)についての一般的な指導の要求を考慮すべきである」としている。

学習計画において、知識、技能、そして理解は、生徒が身につける数学の主な側面である。主段階と領域との関係は、表2の通りである。

表2 主段階と領域との関係

主段階	第1主段階	第2主段階	第3, 第4主段階
領域	数	数	数と代数
	図形・空間・測定	図形・空間・測定	図形・空間・測定
		データの扱い	データの扱い

これら各領域において数学の利用・応用についての要求があり、また、主段階のそれぞれにおいて、領域間の「関係づけが確実に行われるべきである」とし、これらの側面は数学的アイディアを使った実際の活動 (practical activities) を通して発展される、と述べられている。

『数学指導のための枠組み』(The Framework for teaching mathematics) は、5歳から11歳までの子どもに対して数学を計画し指導するための詳細な目的を提供している。この枠組みを十分に実行している学校は、第1, 第2主段階の数学のための国家カリキュラムに関連する法定上の義務を満たすとしている。

また、第3主段階で行うことについては、DfEE/QCAが例示している。それは、学習計画と到達目標が学校で実際に扱われる指導計画へといかに翻訳されるかという点で役に立つとしている。

第4主段階の数学については、基礎(foundation)と上級(higher)の2つの学習計画があり、生徒たちは、基礎か上級いずれかの学習計画を指導される。「上級」の学習計画は、第3主段階の終末において完全に水準5に到達している生徒のために作られている。

③ 到達目標と水準表現

数学の到達目標は、異なる能力や成熟の子どもたちがそれぞれの主段階の終末までに身につけ

ると期待される知識、技能、理解からなっている。到達目標は、8つの水準からなっている。それぞれの水準の表現は、子どもがその水準で特徴的に示すできばえ(performance)の形式や範囲を示している。

数学においては、4つの到達目標がある。

- ・ 数学の利用・応用
- ・ 数と代数
- ・ 図形・空間・測定
- ・ データの扱い

水準表現は、第1, 第2, 第3主段階の終末における子どものできばえについて判定するための基本を提供している。第4主段階においては、国家資格(national qualifications)が、数学における達成を評価する主な方法である。

表3 各主段階の終末で期待される到達目標

大多数の生徒が行うと期待される水準の範囲		その主段階の終末で多くの生徒に期待される到達目標		備考
第1主段階	水準 1-3	7歳	水準 2	2年生終了時
第2主段階	水準 2-5	11歳	水準 4	6年生終了時
第3主段階	水準 3-7	14歳	水準 5/6	中学校終了時

④ 主段階の終末における到達の評価

ある主段階の終末において生徒の到達水準を決定する場合、教師はどの表現が生徒のできばえに最も合っているかを判定すべきである。そうする場合、それぞれの表現は、近隣の水準の表現とともに考慮されるべきである、といっている。

それぞれの主段階の終末において法的な評価を行うことは、QCAの評価に関する年報や報告書に詳しく示されている。

(2) 国家カリキュラム全体を通じた学習

国家カリキュラム全体を通じて育成を目指しているものとして、精神的、道徳的、社会的、文化的発達のそれぞれを促進すること、また、5つの主要スキル、そして思考スキル等の発達を促進することがあげられている(DfEE,1999, pp.8-9)。そのそれぞれについては、以下に示すように、数学学習が負っているものが明示的に述べられている。

① 数学を通して生徒の精神的、道徳的、社会的、文化的発達を促進すること

例えば、数学は、以下のことを促進する機会を提供する、としている。

- ・ **精神的発達** 生徒が無限に対する洞察を得ることを援助すること、そして、我々の周りの世界にある美しい自然の形式や規則の背後に潜む数学的原理を説明することを通して。
- ・ **道徳的発達** 特別の決定や選択の結果を考えるためにいかに論理的推論が使われるか認識することを通して、また、子どもたちが数学的真理の価値を学ぶことを援助すること。
- ・ **社会的発達** 子どもたちが複雑な数学的課題について生産的に活動することを援助すること、また、子どもたちが結果は個々に達することができるどんな結果よりもしばしばより良いということをとらえることを、援助することを通して。
- ・ **文化的発達** 子どもたちが、数学的思考は我々の文化の発展に貢献していること、より高度な技術社会に対して次第に中心的になってきていることの感得を援助することを通して、そしてまた、種々の文化からの数学者が現代数学の発展に貢献していることを認めることを通して。

② 数学を通して主要スキルを促進すること

例えば、数学は、生徒が以下の中心的なスキルを発達させることを促進する機会を提供する、としている。

- ・ **コミュニケーション** アイディアや方法を、明確に明瞭に簡潔に表現する学習を通して。
- ・ **数の利用** 数学の知識、技能や理解を使用し適用することを通して。
- ・ **情報技術** 論理的思考を発達させること、数や代数やグラフの問題を解決ためにグラフパッケージやスプレッドシートを使うこと、幾何学的構成を操作するのに動的な幾何パッケージを使うこと、データを表現し分析するのにデータベースやスプレッドシートを使うことを通して。
- ・ **他者との協同** グループ作業や数学的なアイディアについての討論を通して。
- ・ **自己の学習や行動の改善** 論理的思考や集中力や分析技能を発展させること、そして、問題解決の過程を振り返ることを通して。
- ・ **問題解決** 方法や技術を選択し使うこと、方略的思考を発展させること、問題に対する接近が的確であったかどうかを反省することを通して。

③ カリキュラムの他の側面を促進すること

例えば、数学は、以下のことを促進する機会を提供する、としている。

- ・ **思考スキル** 子どもの問題解決の技能や演繹的推論を発達させることを通して。
- ・ **財政上の能力** 数学を財政上の文脈の問題に適用することを通して。
- ・ **事業や企業家のスキル** 科学や技術、経済において、そして危険の査定において、数学を適用する子どもたちの能力を発達させることを通して。
- ・ **労働に関係する学習** 労働の状況において、また、現実生活の問題の解決において、数学を使用し適用する子どもたちの能力を発達させることを通して。

この(2)で述べたことは、国家カリキュラム全体を通じて育成を目指しているものとしてあげられている。そのそれぞれについて、数学学習も貢献すべきことを明確に述べている点は、日本のカリキュラム記述を考える上で参考になる。特に、「財政上の能力」「事業や企業家のスキル」「労働に関する学習」についてまで関連づけて数学学習の意義を述べることは、日本において表だってはほとんど行われていないであろう。

なお、**思考スキル(Thinking Skill)**は、特に数学学習に関係が深いので、少し詳しく見ておく。国家カリキュラムに埋め込まれている思考スキルには、次の5つの範疇があるとしている。(DfEE, 2001)。

情報処理スキル、探究スキル、創造的思考スキル、推論スキル、評価スキル

これらのスキルは、上で述べたように国家カリキュラム全体で育成を目指しているものであり、これに関する数学の貢献は、「数学を利用し応用する」ことから直接に引き出されるとしている。

それぞれのスキルに関する数学の貢献については、以下のように述べられている (Key Stage 3, National Strategy, Guide to the Framework, DfEE, 2001, pp.20-22.)。

情報処理スキル Information processing skills

情報処理スキルは、生徒が、適切な情報を見つけ組織し、それを比較し対照し、そして関係を見だし分析することができるようにする。例えば生徒は、3次元の対象についての2次元の絵に関する情報を処理する時に、あるいは、どんな要因が学校園の草や草ではない植物の分布に影響を与えるのかを調べる時に、情報処理スキルを獲得する。生徒は、例えば四角形を分類したり、小数の集合を並べたり、同一のデータ集合の2つの異なった表現を考える時に、比較し対照する。

数学の利用・応用に関する国家カリキュラムは、生徒は次のことをすべきであるといっている。すなわち、

- ◆実験や観察を含む多様で適切な情報源から、そしてインターネットを含む初等、中等の情報源から、データを集める。
- ◆どんな統計的分析が必要かを決定する。
- ◆適切に ICT を使って、生のデータを問題や調査に洞察を与える通常の情報に合わせて、データを処理し表現する。
- ◆データを解釈し、そこから結論を描く。

探究スキル Enquiry skills

探究は数学の中心にある。探究スキルは、生徒が、問題を問い、探究のための問いを定め、調査を計画し、成果を予測し、結果を予想し、結論を描くことができるようにする。探究の中心は、数学の異なった様相の間の関係を見抜く能力であり、そして問題に挑戦する方法をもたらし能力である(関係付けること、p.46.を見よ)。

生徒は、彼らが解決した問題を新たな問題を創るために修正する時に、探究スキルを発達させる。すなわち、例えば 3 つの因数に関する最小の数を見いだした時に、続いて、4 つの因数や他の因数に対してこれを拡張する。彼らは、見いだすか消去するか二者択一の時に、探究スキルを使う。すなわち、例えば 5 つの同一の正方形からいくつの異なった形ができるかを探究する時に、そして対称や回転で何ができるかを決定する時に。彼らは、クロスカリキュラムでの統計調査において探究スキルを実践する。すなわち、例えば経済発展に対する可能な指標を調べ、それらのうちのどれが最も明確に各国間の違いを目立たせるかを決断することによって。

数学の利用・応用に関する国家カリキュラムは、生徒は次のことをすべきであるといっている。すなわち、

- ◆問題を設定し、それを以下に解決するかを計画する。
- ◆成果を予測する。
- ◆集めるべきデータや情報が何であるか、要求される正確さや精密さの程度、そして引き出される結論を決定する。
- ◆ICTを含む、使うべき適切な数学や資源を選択する。
- ◆きまりや関係を見いだしたり、どのようにして結論に達したかを説明し正当化して、データや分析結果の表現を解釈し議論する。
- ◆さらに探究を成し遂げるために必要な情報が何であるかを見いだす。

創造的思考スキル Creative thinking skills

創造的思考スキルは、生徒が、考えを一般化し発展させること、仮説をたてること、想像を働かせること、そして革新的な選択を求めることができるようにさせる。例えば、(中略)。

数学の利用・応用に関する国家カリキュラムは、生徒は次のことをすべきであるといっている。すなわち、

- ◆困難を乗り越えるための選択的なアプローチを使って、既知の事実と問題解決のストラテジーを、問題を解決するための創造的な方法に、選択し結びつける。
- ◆問題の異なった見方を得るために、そして似ている点と異なる点とを見いだすために、ある表現から他の表現へと変えて、問題や解を、数の、代数の、幾何学の、グラフの形式に表現する。
- ◆彼らの数学的仕事の関連を探究する。
- ◆数学的文脈においてパターンや対称性を探究し見だし使う。
- ◆数学的イメージを視覚化し使う。
- ◆もし…だったら、どうして、というような問題を、推測し、仮説を立て、問う。
- ◆特別な場合がもっと一般化されるかどうかを調べる。

推論スキル Reasoning skills

推論スキルは、生徒が、推測し演繹するために、知識ある判断や決定を行うために、そして推論するための適切な言語を使うために、意見や行動に対する理由を与えることができるようにする。生徒は、

例えば正方形を3つの等しい部分に分けるために、どのように正方形の頂点から2つの直線をひくかを調べ、そしてその作図でよいことを分析的に証明する時に、あるいは、和がある単位分数になっている単位分数の組を見いだす時に、推論スキルを適用する。彼らは、例えば彼らが、4の2倍は偶数であることが必要ではあるが十分ではないことを議論している時に、あるいは正方形は台形であるが、台形は必ずしも正方形ではないことを議論している時に、推論を適用する。

数学の利用・応用に関する国家カリキュラムは、生徒は次のことをすべきであるといっている。すなわち、

- ◆複雑な問題をより単純なものや一連の作業へと落とすことや体系的に行うことを含んで、問題解決のための一步一步の演繹や効率的な技法を使う。
- ◆推測や演繹や結論を説明し正当化し、そして、数学的表記や記号や図表を正確に一貫して使って、簡単に推論立てた議論を提示する。
- ◆議論や説明に合致しない例外や反例を見いだす。
- ◆実的な論証と証明とを、また、約束、定義と導かれた性質とを区別する。

評価スキル Evaluation skills

評価スキルは、生徒が、評価の基準を発展させ適用することができるように、そして情報や考えの価値を判断することができるようにする。例えば、(中略)。

数学の利用・応用に関する国家カリキュラムは、生徒に次のことを要求している。すなわち、

- ◆彼らが行った進歩を再検討する。
- ◆数学的問題について異なった展望を得るために、1つの表現形式を他のものに変える。
- ◆彼らを選んだ方法、技法、問題解決のストラテジー、そして彼らを選び使った資源の有効性を評価する。
- ◆彼らの計算や分析や結果の精確さを含む、彼らの解をチェックし評価する。
- ◆データや測定に関する不合理を考え、それらを説明することを試みる。
- ◆批判的に調べ、改善し、彼らを選択した数学的表現を正当化する。

(3) 国家カリキュラムにおける「数学を利用し応用すること」

ここでは、国家カリキュラムにおける数学的リテラシーに関連する記述について検討する。それは「数学を利用し応用すること」の部分で述べられている。

① 1995年版国家カリキュラムにおける「数学を利用し応用すること」

95年改訂版は、89年、91年の改訂を経た第3次版であり、また、2002年9月からは、この95年版を改訂した99年版が実施に移されている。

現在の99年版において、学習計画は、3領域「数と代数、図形・空間・測定、データの取り扱い」で示されているが、ここで取り上げている95年版においては、その3領域の前に「数学を利用し応用すること」が別枠で記述されていて4領域になっていた。したがって、95年版の記述は、「数学を利用し応用すること」の意味するところがとらえやすいと判断して、ここでやや詳しく取り上げることにする。

特にリテラシーに関連すると考えられる「数学を利用し応用すること」(DFE,1995)は、第1主段階、第2主段階、第3・第4主段階の学習計画ごとに述べられている。この「数学を利用し応用すること」は、99年改訂版では「数と代数、図形・空間・測定、データの取り扱い」の3領域に含めて記述されている。

いずれの主段階においても、「数学を利用し応用すること」では、実的な課題や現実世界の問題や数学において、数学を利用し応用すること、及び推論を発達させる機会が与えられることが強調されている。そして、「生徒は次のようなことを教えられるべきである」として、その内容が次の3つの柱立てによって共通に述べられている。

- ・問題解決

- ・コミュニケーション
- ・数学的推論

それらに関して主段階ごとに目指している程度は、僅かな違いではあるが書き分けられている。表4は、それを主段階別にまとめたものである(表4で、下線は筆者)。

表4 学習計画の「数学を利用し応用すること」に関する柱

	問題解決	コミュニケーション	数学的推論
第1主段階	問題解決の決定をし、モニターすること	数学的言語やコミュニケーションを発達させること	数学的推論を発達させること
第2主段階	問題解決の決定をし、モニターすること	数学的言語やコミュニケーションの <u>形式</u> を発達させること	数学的推論の <u>能力</u> を発達させること
第3・第4主段階	問題解決の決定をし、モニターすること	数学的に <u>コミュニケーション</u> すること	数学的推論の <u>能力</u> を発達させること

主段階ごとの学習計画では、「数学を利用し応用すること」に続いて、「数」「図形・空間・測定」「データの取り扱い」として具体的内容が述べられている。なお、第1主段階では「データの取り扱い」の項はない。

ここでは、参考までに、第3・第4主段階の「数学を利用し応用すること」を以下に示しておく(Mathematics in the National Curriculum, DFE, England and Wales. 1995)。

<第3, 第4主段階の学習計画>

第3, 第4主段階のそれぞれにおいて、生徒は、学習の共同計画の番号付けられた区分のすべてからなる数学を教えらるべきである。それに加えて、第4主段階の生徒は、20, 21 ページで詳述する、より多くの事項を教えらるべきである。

学習計画の区分は、相互に関連している。数学を利用すること、数学的にコミュニケーションすること、推論することは、数学の他の領域の文脈の中に位置付けられるべきである。測定は、データを取り扱うことや幾何学と同様に、数と関連づけて教えらるべきである。比や比例は、確率、幾何学や数の問題を解決することと関連させるべきである。変数、同値性、順序、逆というようなキー概念は、数や代数や幾何学において発展されるべきである。

数学を利用し応用すること

- 1. 生徒は次のような機会を与えられるべきである。
 - a. 実際的な課題や現実世界の問題において、また数学それ自身の内部において、数学を利用し応用する。
 - b. 挑戦を呼び起こすような問題に取り組む。
 - c. 異なった一連の数学的議論に出会い、考える。

生徒は次のようなことを教えらるべきである。

- 2. 問題解決の決定をし、モニターすること
 - a. 起こった困難を乗り越える方法を見つける。彼ら自身のストラテジーを発展させ、使う。
 - b. 多くの可能なアプローチを選択し、試み、評価する。特別な一連の要求を追求するためにはどのようなより多くの情報が要求されるかを特定する。複雑な問題を課題の系列に解きほぐす。
 - c. 数学や手段を選択し組織する。関連する課題にそのやり方を広げる。彼ら自身の二者択一のアプローチを選択し追跡し反省する。
 - d. 仕事に従事している間じゅう進歩を復習し、解答をチェックし評価する。
- 3. 数学的にコミュニケーションすること

- a. 数学的な言語や記号を理解し、使う。
- b. 図、表、グラフ、コンピュータでプリントアウトしたものを含む、数学的なコミュニケーションの形態を使う。
- c. 意味を伝えるために、図、グラフや記号を的確に使って、やり方を明確に表現する。
- d. いろいろな形式で表現された数学を解釈する。表現の形式を評価する。
- e. 批判的に調査し、数学的な表現の選択を改善し、正当化する。

■4. 数学的推論の能力を発達させること

- a. 彼らがどのように、結論や問題の解答に到達したかを説明し正当化する。
- b. 推測し仮説を立てる。そして、それらを調べる方法を計画し、それらが妥当であるかどうかをみるために結果を分析する。
- c. 一般的な言明を理解する。そして、一般性を導き調べる。特別な例を認め、数学的な説明と実験的な証拠との違いを理解する。
- d. 数、代数、幾何学において、一連の if～, then～の議論を理解し使う。また、統計から判断する。
- e. 初めに説明するときに、そして、議論の筋を追い矛盾を認めるときに、数学的推論を使う。

② 1999年版国家カリキュラムにおける「数学を利用し応用すること」

続く99年版では、95年版での「数学を利用し応用すること」が、各領域の中に含めて記述されている。第1から第4主段階までのそれぞれにおいて、各領域の冒頭にその領域に関する「利用し応用すること」があって、そこでは次の大項目が共通に掲げられている。

- ・問題解決
- ・コミュニケーションをすること
- ・推論

本質的には95年版の柱立てと同様である。

ここでは、参考までに、第3、及び第4主段階の「数と代数」領域における「数学を利用し応用すること」を以下に示しておく (Mathematics, The National Curriculum for England, DfEE, 1999)。

〈第3主段階の学習計画〉

生徒は次のようなことを教えられるべきである。

問題解決

- a. より挑戦的な問題に対する柔軟な追求を発展させるために、数学でのつながりを探究すること。
数的・代数的な問題を解くために、適切な問題解決方略や効果的な技能を選択し使うこと。
- b. 複雑な計算を行おうと試みる前に、それより簡単な段階に分解すること。
- c. 困難を克服し、そして、それらの方略の有効性を評価するために多様な接近を使うこと。
- d. 数値計算と代数的操作のために効果的な技能を選択すること。
- e. 計算の答えを暗算で見積もること。それらの結果の正確さを恒常的に評価するために、検算の手順を使うこと。

コミュニケーションをすること

- f. 代数的・グラフ的形式で問題を表現し解決すること。その問題の異なった見方を得るために、ある表現形式を他の表現形式に変えること。もとの問題の文脈で解を発表し解釈すること。
- g. 問題を解くときに、表記法、記号、図についての正確で一貫した使用を発展させること。
- h. 数学的な発表の選択を批判的に調べ、改良し、それから正当化すること。簡潔で筋の通った議論をすること。

推論

- i. 代数的な文脈で規則性や対称性を調べ見だし使うこと。特別な場合がさらに一般化できるかど

うかを調べ、そして、反例の重要性を理解すること。問題を解いている時に例外的な場合を見つけること。

- j. 問題を解く際に、段階的な演繹を示すこと。結論に到達した方法を説明し正当化すること。
- k. 実際的な論証と証明とを区別すること。
- l. 結論を演繹するときの仮定の重要性を認識すること。作られたどんな仮定にも限界があることや仮定を変えることが問題の解に与える影響を認識すること。

〈第4主段階—基礎—の学習計画〉

生徒は次のようなことを教えられるべきである。

問題解決

- a. 数的・代数的な問題を解くために、適切な問題解決方略や効果的な技能を選択し使うこと。
- b. 複雑な計算を行おうと試みる前に、それより簡単な段階に分解すること。
- c. 定式化するために代数を使い単純な問題を解くこと。すなわち、変数を見いだして、方程式を作り、その方程式を解いて、そして、その問題の文脈で解を解釈すること。
- d. 計算の答えを暗算で見積もること。逆演算の利用を含む、検算の手順を使うこと。正確さの述べられた水準に合わせて行うこと。

コミュニケーションをすること

- e. いろいろな形式で発表された代数的・グラフ的な情報を解釈し論じること。
- f. 所定の問題内で、正確で一貫した表記法や記号を使うこと。
- g. ある問題とその解の数的・代数的・グラフ的な表現を作るために、広範囲な方略を使うこと。その問題の異なった見方を得るために、ある表現形式を他の表現形式に変えること。
- h. もとの問題の文脈で解を発表して解釈すること。
- i. 数学的な発表の選択を見直し正当化すること。

推論

- j. 代数的な文脈で規則性や対称性を調べ見だし使うこと(例えば、数を文字の代わりに使う簡単な規則を用いる)。特別な場合がさらに一般化できるかどうかを調べ、そして、反例の重要性を理解すること。問題を解いている時に例外的な場合を見つけること。
- k. 問題を解く際に、段階的な演繹を示すこと。
- l. 実際的な論証と証明とを区別すること。
- m. 結論を演繹するときの仮定の重要性を認識すること。作られたどんな仮定にも限界があることや仮定を変えることが問題の解に与える影響を認識すること。

〈第4主段階—上級—の学習計画〉

生徒は次のようなことを教えられるべきである。

問題解決

- a. まずは複雑な問題を解くために、数的・代数的操作を含む、適切で効果的な技能や方略を使うこと。
- b. ある特別な一連の探究をし続けるためにさらにどのような情報が必要かを見だし、そして特定の接近に続くか、あるいはそれを拒絶するか理由を与えること。
- c. 複雑な計算を行おうと試みる前に、それより簡単な段階に分解し、そして、その方法の選択を正当化すること。
- d. 計算の答えを暗算で見積もること。正確さの妥当な水準で答えを発表すること。ある計算でどのように誤りが増えるのかを理解すること。

コミュニケーションをすること

- e. より広範囲な数学的言語や表記法を使って、自分たちの成果を論じ、自分たちの推論を説明すること。
- f. ある問題とその解の代数的・グラフ的な表現を作るために、広範囲な方略や図を使うこと。その

問題の異なった見方を得るために、ある表現形式を他の表現形式に変えること。

g. もとの問題の文脈で解を発表して解釈すること。

h. 所定の問題内で、正確にそして一貫して、表記法や記号を使うこと。

i. 数学的な発表の選択を批判的に調べ改良し正当化すること。簡潔で筋の通った議論をすること。

推論

j. 代数的な文脈で規則性や対称性を調べ見だし使うこと。特別な場合がさらに一般化できるかどうかを調べ、そして、反例の重要性を理解すること。問題を解いている時に例外的な場合を見つけること。

k. 実際的な論証と証明との違いを理解すること。

l. 問題を解く際に、段階的な演繹を示すこと。演繹的推論の短い連鎖を使って証明すること。

m. 結論を演繹するとき、制約を述べることと仮定の意義を認識すること。作られたどんな仮定にも限界があることや仮定を変えることが問題の解に与える影響を認識すること。

4. おわりに

以上述べてきたことから、イギリスにおける数学的リテラシーに関して、次のようにまとめることができる。

1) イギリスでは、数学的リテラシーに相当する語として、ニューメラシーがある。その概念や言葉は、クラウザー報告（1959）において、「numerate は、literacy の鏡像を表現する言葉」として定義されている。それ以降今日まで、ニューメラシーのとらえ方は多様である。

2) コッククロフト報告（1982）において、学校教育における数学学習の存在意義として、「数学は役に立つ」ことと「数学はコミュニケーションの強力な手段である」ことが挙げられている。

3) コッククロフト報告において、成人の生活において数学的に必要なものとして、以下の能力をあげている。；

数を読むこと、数えること、時間を言うこと、買い物に対して支払うこと、両替すること、重さや長さを測ること、すっきりした予定表、単純なグラフや図を理解すること、それらに関係する何らかの必要な計算を実行すること。

これは、狭い意味でのニューメラシーを指していると考えられる。この「ニューメラシー」は、literacy が「読み・書き」に、numeracy が「算」に対応するものとしての使われ方である。

4) コッククロフト報告においては、numerate は、次の2つの能力によって特徴付けられるものである。；

数に関して慣れていること、及び毎日の生活において数学的スキルを使う能力。

数学的用語で表現された情報を正しく評価し理解する能力。

5) 国家カリキュラム（1999）全体を通じて育成を目指しているものとして、「精神的、道徳的、社会的、文化的発達促進」、「主要スキル」、そして「思考スキル」があげられていて、そのそれぞれについて、数学学習が負っているものを明確に述べている。

特に、「財政上の能力」「事業や企業家のスキル」「労働に関する学習」にまで関連づけて、数学学習の意義を述べている。

6) 国家カリキュラム（1999）において、「思考スキル」として、情報処理スキル、探究スキル、創造的思考スキル、推論スキル、評価スキルがあげられている。

7) 国家カリキュラム（1999）での「(数学を) 利用し応用すること」は、「問題解決」「コミュニケーションをすること」「推論」の3つの柱で述べられている。

これらは、数学の内容を中心に教育課程に関する議論をしがちな日本の数学教育に対して、参考となる視点を与えている。

<引用・参考文献>

- Cockcroft. W. H.(1982) , Mathematics Counts; Report of the Committee of Inquiry into the Teaching of Mathematics in Schools, London, Her Majesty's Stationery Office.
- Crowther Report(1959), A report of the Central Advisory Council for Education(England). HMSO .
- DfE, England and Wales(1995) , Mathematics in the National Curriculum.
- DfEE.(1999) , The National Numeracy Strategy: Framework for teaching mathematics from Reception to Year 6.
- DfEE(1999) , The National Numeracy Strategy: Mathematical Vocabulary.
- DfEE (1999) , Mathematics, The National Curriculum for England.
- DfEE.(2001) , Key Stage 3, National Strategy, Guide to the Framework.
- 藤田太郎(1999) , 「英国の国定カリキュラム」『九州数学教育学研究第6号』, pp.23-33.
- Jablonka,E.(2003), Mathematical Literacy. In A.J.Bishop, M.A.Clements, C.Keitel, J.Kilpatrick & F.K.S.Leung(eds.), Second International Handbook of Mathematics Education. Dordrecht, Kluwer Academic Publishers.
- 国立教育政策研究所(2002), 『生きるための知識と技能 OECD生徒の学習到達度調査(PISA)・2000年調査国際調査報告書』, ぎょうせい.
- 国立教育政策研究所(2004a), 『PISA2003調査 評価の枠組 OECD生徒の学習到達度調査』, ぎょうせい.
- 国立教育政策研究所(2004b), 『生きるための知識と技能 2 OECD生徒の学習到達度調査(PISA)・2003年調査国際調査報告書』, ぎょうせい.
- 国宗進(2001), 「最近のイギリスの数学教育」『日本数学教育学会誌』第83巻第10号, pp.32-43.
- 小松郁夫(2000), 「イギリス 教育改革の新たな展開」, 黒沢・佐久間編, 『世界の教育改革の思想と現状』, 理想社.
- Lawton, D.(1996) , BEYOND the National Curriculum, Hodder & Stoughton; 勝野正章訳(1998), 『教育課程改革と教師の専門職性』, 学文社.
- 長崎栄三(1994), 「イギリスの算数・数学教育改革」『国際理解教育と教育実践 算数・数学における国際理解教育』エムティ出版, pp.34-51.
- 長崎栄三(1999), 「21世紀に向かうイギリスの算数・数学教育」『日本数学教育学会誌』第81巻第10号, pp.20-29.
- O'Donoghue,J.(2002), Numeracy and Mathematics, Irish Mathematics Society, Bulletin 48, pp.47-55.
- Torsten Husen and T. Neville Postlethwaite(Editors-in-Chief).(1994), THE INTERNATIONAL ENCYCLOPEDIA OF EDUCATION (2nd Edition), Vol.6, PERGAMON, pp.3453-3459.